

第二章



过程特征及其数学模型

2.1 化工过程的特征

被控对象常见种类：

换热器、锅炉、精馏塔、化学反应器、贮液槽罐、加热炉等。

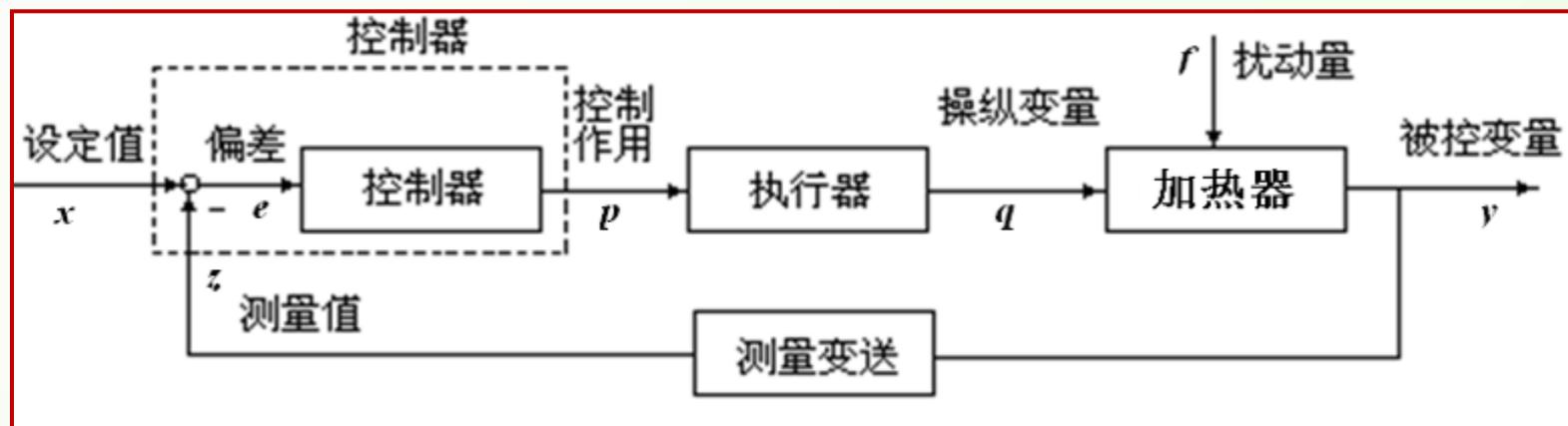
简朴地说，被控对象是一种装置或设备，具有储存物料或能量的能力。

2.1 化工过程的特征

过程（对象）特征：

指被控对象**输入量**发生变化时，对象**输出量**的变化规律。
对象变化规律用数学描述时称为对象的数学模型。

输入量？ 控制（操纵）变量+多种各样的扰动变量

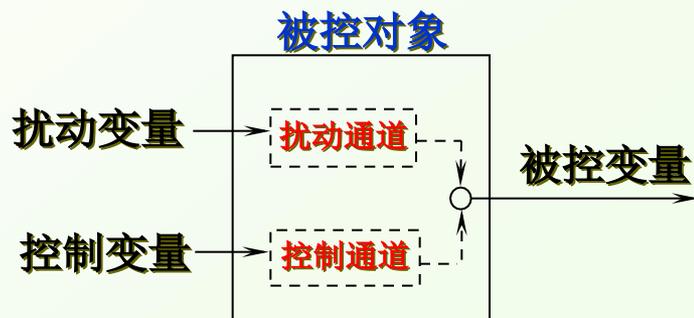


2.1 化工过程的特征

通道 即被控对象的输入量与输出量之间的信号联络。

控制通道——控制变量至被控变量的信号联络。

扰动通道——扰动变量至被控变量的信号联络。



对象输出为控制通道输出与各扰动通道输出之和。

2.2 对象数学模型的建立

一、被控对象数学模型的作用：

- 设计控制系统和控制参数整定
- 指导设计生产工艺设备
- 进行仿真试验研究
- 实施工业过程的优化
- 实现工业过程的故障检测和诊疗

2.2 对象数学模型的建立

数学模型的表达措施：

参量模型：

经过微分方程(组)、传递函数、频率特征等数学方程式表达进行描述。

参量模型的微分方程的一般体现式：

$$y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1y'(t) + a_0y(t) = b_mx^{(m)}(t) + \dots + b_1x'(t) + b_0x(t)$$

$y(t)$ 表达输出量， $x(t)$ 表达输入量，一般 $(n \geq m)$ 。

$n=1$ ，称该对象为一阶对象模型； $n=2$ ，称二阶对象模型。

非参量模型：

采用曲线、表格等形式表达。

特点：形象、清楚，缺乏数学方程的解析性质。

2.2 对象数学模型的建立

建模的措施:

机理建模

试验建模

混合建模

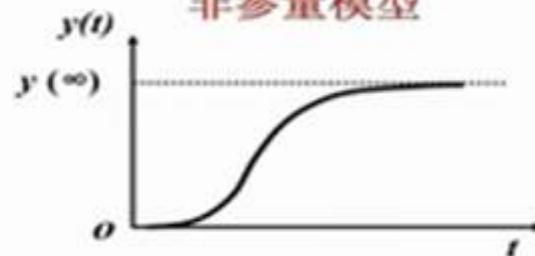
2.2 对象数学模型的建立

数学模型的表达形式

参量模型

$$a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_0 x(t)$$

非参量模型



建模常用的方法

机理建模

实验建模

2.2 对象数学模型的建立

二、机理建模

机理建模就是根据生产过程中实际发生的变化机理，写出多种有关的平衡方程，如：**物质平衡方程、能量平衡方程、动量平衡方程**以及反应流体流动、传热、化学反应等基本规律的运动方程、物性参数方程和某些设备的特征方程，从中取得所需的被控过程的数学模型。

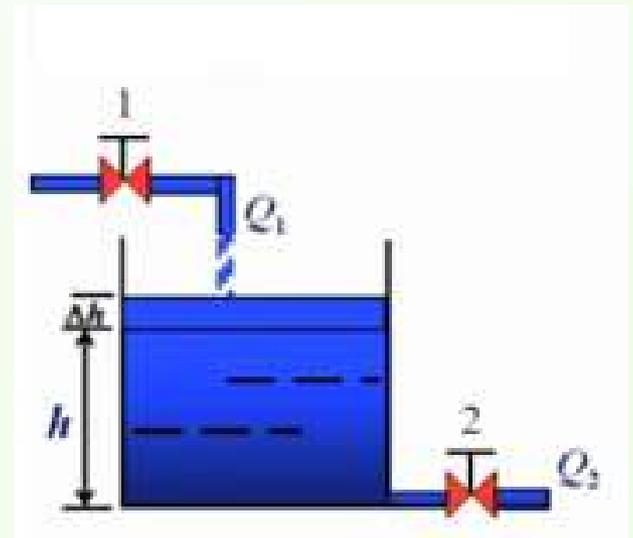
2.2 对象数学模型的建立

例如：一阶对象的数学模型

液位控制过程如图所示。

其流入量为 Q_1 ，其大小由阀门1的开度控制。流出量为 Q_2 ，它取决于顾客的需要，其大小由阀门2的开度控制。

以储存罐中液位的高度 h 为被控量，即输出，流入量 Q_1 为输入，来建立其输入输出关系的数学模型。（设阀门2开度不变）



2.2 对象数学模型的建立

根据物料平衡关系，即在单位时间内储存罐的液体流入量与单位时间内储存罐的液体流出量之差，应等于储存罐中液体储备量的变化率。故有：

$$Q_1 - Q_2 = \frac{dV}{dt} \quad V=Ah \quad \Rightarrow \quad \frac{dh}{dt} = \frac{1}{A}(Q_1 - Q_2)$$

其中A是储存罐横截面积。

假如考虑变化量很微小，能够以为Q2与h成正比，与出水阀的阻力系数Rs成反比，可表达如下：

$$Q_2 = \frac{h}{R} \quad \text{经整顿后可得：} \quad AR \frac{dh}{dt} + h = R Q_1 \quad T \frac{dh}{dt} + h = K Q_1$$

其中，时间常数 $T=AR$ ；放大系数 $K=R$

2.2 对象数学模型的建立

若以增量形式表达各变量相对于稳态值的变化量，可得：

$$\Delta Q_1 - \Delta Q_2 = A \frac{d\Delta h}{dt}$$

完全量和变化量的形式相同

$$AR_s \frac{d\Delta h}{dt} + \Delta h = R_s \Delta Q_1 \quad AR_s \frac{dh}{dt} + h = R_s Q_1$$

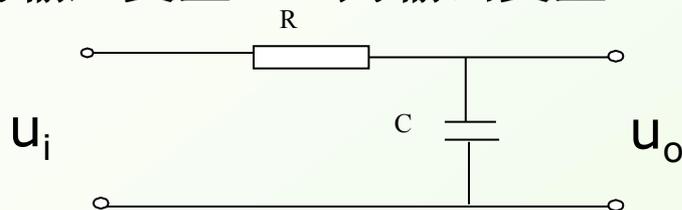
结论：单容水槽是一种一阶对象。

2.2 对象数学模型的建立

例题

试列写图所示RC无源网络的动态数学模型。

u_i 为输入变量， u_o 为输出变量。



解 (1) 拟定过程的输入变量和输出变量:

依题意， u_i 为输入变量， u_o 为输出变量。

(2) 建立初始微分方程:

根据电路理论中得可希尔霍夫定律，可有:

$$u_i = iR + u_o \quad (1)$$

2.2 对象数学模型的建立

(3) **拟定中间变量**，列写中间变量与其他原因之间的关系：

上式中， i 为中间变量。电容上电流与电压的关系为：

$$i = C \frac{du_0}{dt}$$

(4) **消除中间变量** i ：

将上式代入 (1) 式，即可得 $RC \frac{du_0}{dt} + u_0 = u_i$

在上式中，令 $RC = T$ 则上式可写成如下形式

$$T \frac{du_0}{dt} + u_0 = u_i$$

一阶对象

2.2 对象数学模型的建立

单容水槽对象的数学模型

$$T \frac{dh}{dt} + h = KQ_1$$

时间常数 $T=AR$; 放大系数 $K= R$

RC无源网络的数学模型

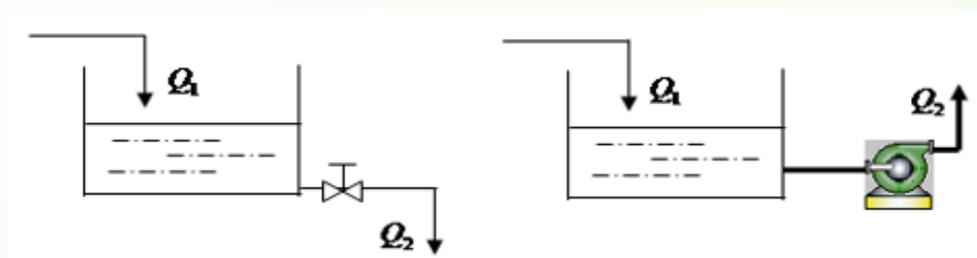
$$T \frac{du_0}{dt} + u_0 = u_i$$

时间常数 $T=RC$; 放大系数 $K=1$

2.2 对象数学模型的建立

问题：

处于平衡状态的对象加入干扰后来，不经控制系统能否自行到达**新的平衡状态**？



左图：假设初始为平衡状态 $Q_1=Q_2$ ，水箱水位保持不变。 因为 $Q_2 = h/R$ 所以，

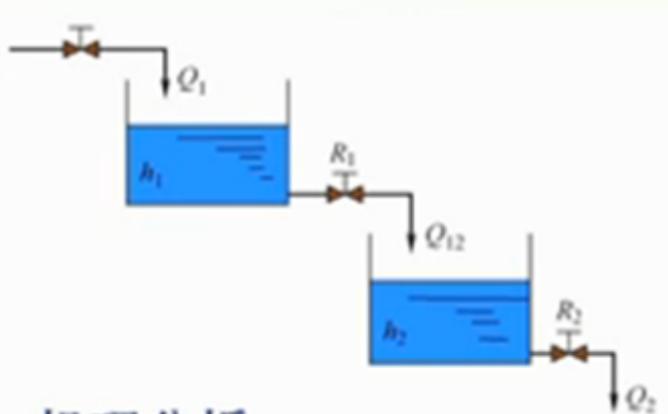
$Q_1 \uparrow \Rightarrow h \uparrow \Rightarrow Q_2 \uparrow$ ，直至 $Q_1=Q_2$ 。可见该系统受到干扰后来，虽然不加控制，最终本身是会回到新的平衡状态，这种特征称为“**自衡特征**”。

右图：假如水箱出口由定量泵打出，其不同之处在于：当 Q_1 发生变化时， Q_2 不发生变化。假如 $Q_1 > Q_2$ ，水位 h 将不断上升，直至溢出，可见该系统**无自衡能力**。

绝大多数对象都有自衡能力。

2.2 对象数学模型的建立

对于一种双容对象：



输入： Q_1
输出： h_2

- 假定1. 输入、输出量变化很小
- 假定2. 储槽液位与输出量是线性关系
- 假定3. 每只储槽的截面积都为 A

机理分析：

$$(Q_1 - Q_{12}) dt = A dh_1$$

$$(Q_{12} - Q_2) dt = A dh_2$$

$$Q_{12} = \frac{h_1}{R_1} \quad Q_2 = \frac{h_2}{R_2}$$

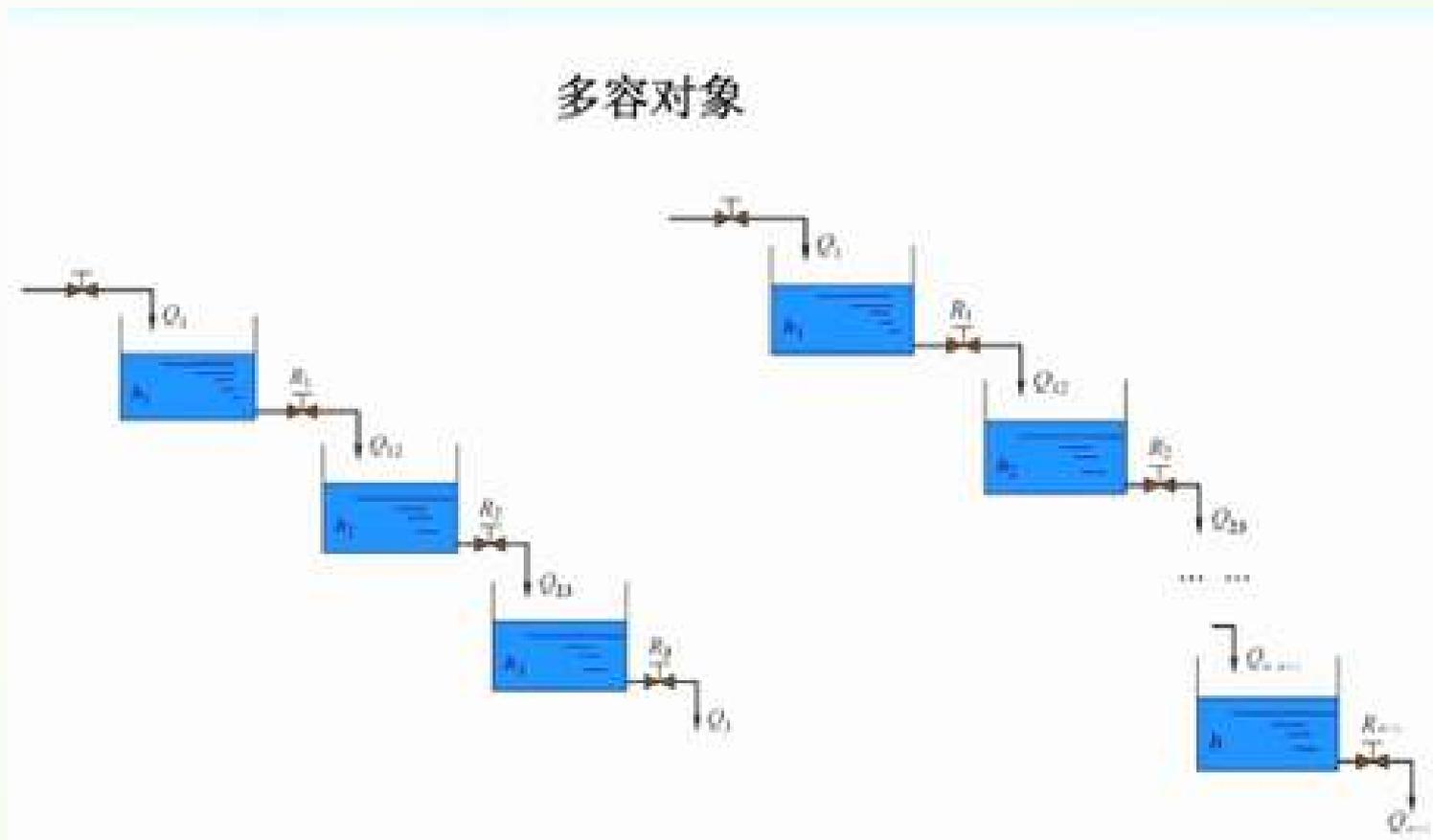
消去 Q_{12} 、 Q_2 、 h_1 ，只留下 Q_1 和 h_2

$$R_2 A R_1 A \frac{d^2 h_2}{dt^2} + (A R_1 + A R_2) \frac{dh_2}{dt} + h_2 = R_2 Q_1$$

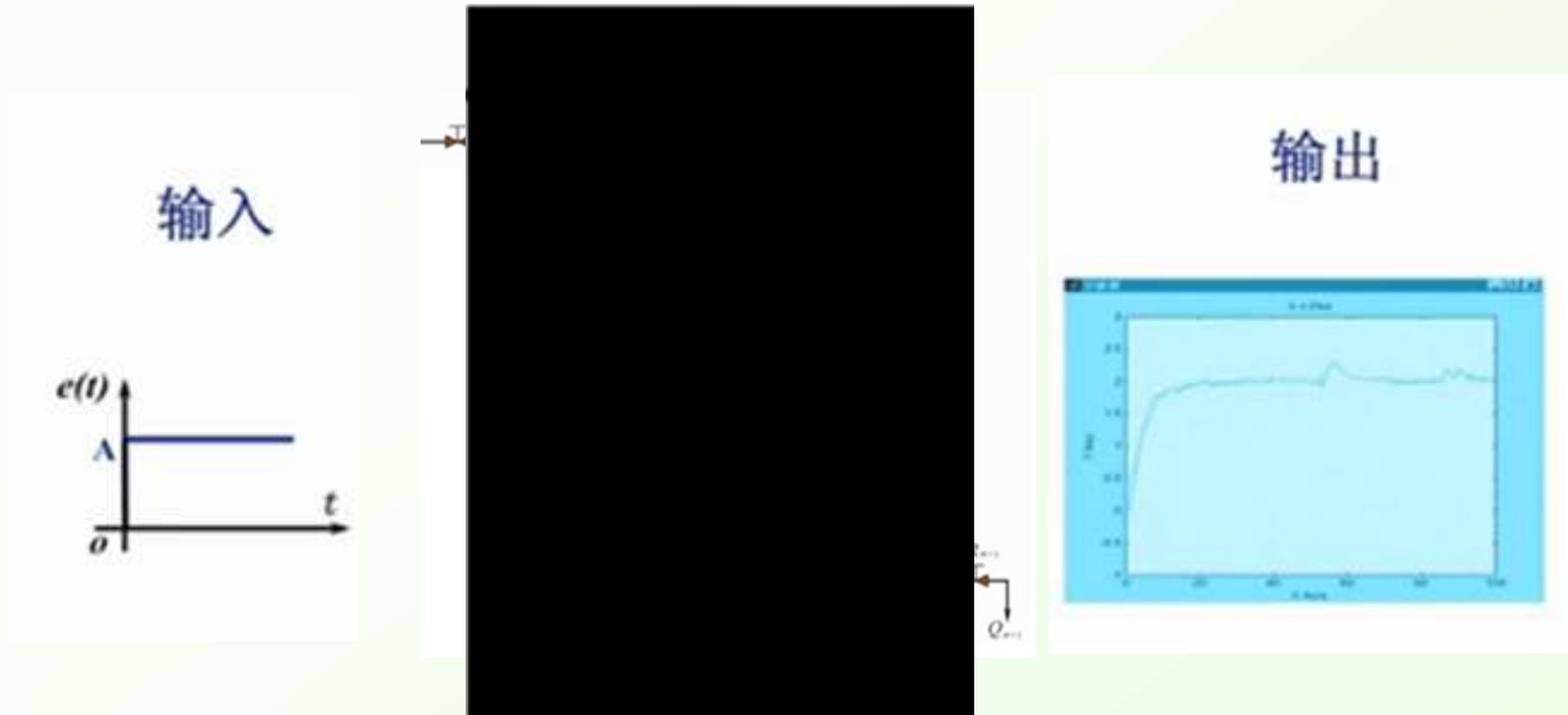
结论：双容水槽是一种二阶对象。

2.2 对象数学模型的建立

怎样求n容对象的数学模型呢???



2.2 对象数学模型的建立



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/005231222122011340>