第二章 二次函数

一、学生知识状况分析

学生的知识技能基础：学生在前面几节课已经学习过并能够独立作出一个二次函数的图像，掌握了二次函数 $y=ax^2$ 和 $y=ax^2+c$ 的一般性质。

学生活动经验基础：在相关知识的学习过程中，学生已经经历了二次函数 $y=ax^2$ 和 $y=ax^2+c$ 的性质的探索过程，在探究过程中体会到了由特殊到一般的辩证规律，积累了解决数学问题的经验和方法。学生愿意动手操作，乐于和同伴交流意见，形成不同的意见，积极参加探索解决问题的活动，在活动中感受数学的严密性、严谨性。同时在以前的数学学习中学生已经经历了很多合作学习的过程，具有了一定的合作学习的经验，具备了一定的合作与交流的能力。

二、教学任务分析

第 2. 4 节将讨论一般形式的二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象和性质。它和学生前面几节课学习的 $y=ax^2$ 、 $y=ax^2+c$ 的图象之间有什么区别和联系？如何在已经学习过的类型上通过变化学习新的类型？如何探索一般二次函数的性质等等都是这一节需要关注的。具体的，本节课的教学目标是：

知识与技能

1．能够作出 $y=a(x-h)^2$ 和 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象，并能够理解它与 $y=ax^2$ 的图象的关系，理解 a, h 和 k 对二次函数图像的影响。

2．能正确说出 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象的开口方向、对称轴和顶点坐标。

过程与方法

1．经历探索二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象的作法和性质的过程。

情感态度与价值观

1．在小组活动中体会合作与交流的重要性。

2．进一步丰富数学学习的成功体验，认识到数学是解决实际问题的重要工具，初步形成积极参与数学活动的意识。

教学难点：理解 $y=a(x-h)^2$ 和 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象与 $y=ax^2$ 的图象的关系，理解 a、h 和 k 对二次函数图像的影响。

教学重点：$y=a(x-h)^2$ 和 $y=a(x-h)^2+k$ 与 $y=ax^2$ 的图象的关系，$y=a(x-h)^2+k$ 的图象性质

三、教学过程分析

本课设计了 5 个教学环节：复习引入、合作探究、练习提高、课堂小结、布置作业。

第一环节　复习引入

活动内容：提出问题，让学生讨论交流

二次函数 $y=3(x-1)^2+2$ 的图象是什么形状？它与我们已经作过的二次函数的图象有什么关系？

活动目的：首先提出问题，让学生进入问题情境，并引导、启发学生和以前作过的二次函数的图象联系，使学生学会用类比的方法探究未知的知识。

实际教学效果：学生已经掌握二次函数 $y=ax^2$ 和 $y=ax^2+c$ 的图象，能够类比猜想二次函数 $y=3(x-1)^2+2$ 的图象是一条抛物线。

第二环节 合作探究

活动内容：1、做一做：先作二次函数 $y=3(x-1)^2$ 的图象，再回答问题。

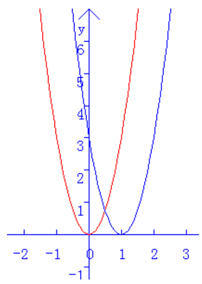
2、议一议

3．想一想

1．做一做

（1）完成下表，并比较 $3x^2$ 与 $3(x-1)^2$ 的值，它们之间有什么关系？

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$3x^2$								
$3(x-1)^2$								



(2)在同一坐标系中作出二次函数 $y=3x^2$ 和 $y=3(x-1)^2$ 的图象.

(3)函数 $y=3(x-1)^2$ 的图象与 $y=3x^2$ 的图象有什么关系?它是轴对称图形吗?它的对称轴和顶点坐标分别是什么?

(4) x 取哪些值时,函数 $y=3(x-1)^2$ 的值随 x 值的增大而增大? x 取哪些值时,函数 $y=3(x-1)^2$ 的值随 x 的增大而减少?

（5）想一想,在同一坐标系中作二次函数 $y=3(x+1)^2$ 的图象,会在什么位置?

2．议一议

（1）在上面的坐标系中作出二次函数 $y=3(x+1)^2$ 的图象.它与二次函数 $y=3x^2$ 和 $y=3(x-1)^2$ 的图象有什么关系？它是轴对称图形吗?它的对称轴和顶点坐标分别是什么?

（2）x 取哪些值时,函数 $y=3(x+1)^2$ 的值随 x 值的增大而增大? x 取哪些值时,函数 $y=3(x+1)^2$ 的值随 x 的增大而减少？

（3） 猜一猜,函数 $y=-3(x-1)^2$, $y=-3(x+1)^2$ 和 $y=-3x^2$ 的图象的位置和形状.

（4）请你总结二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象和性质.

总结二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的性质

1．顶点坐标与对称轴 2．位置与开口方向 3．增减性与最值

抛物线	$y=a(x-h)^2$ ($a>0$)	$y=a(x-h)^2$ ($a<0$)
顶点坐标	（h，0）	（h，0）
对称轴	直线 x＝h	直线 x＝h
位置	在 x 轴的上方（除顶点外）	在 x 轴的下方（除顶点外）
开口方向	向上	向下
增减性	在对称轴的左侧, y 随着 x 的增大而减小. 在对称轴的右侧, y 随着 x 的增大而增大.	在对称轴的左侧, y 随着 x 的增大而增大. 在对称轴的右侧, y 随着 x 的增大而减小.
最值	当 x＝h 时，最小值为 0	当 x＝h 时，最大值为 0
开口大小	|a|越大，开口越小	

3．想一想

（1）在同一坐标系中作出二次函数 $y=3x^2$, $y=3(x-1)^2$ 和 $y=3(x-1)^2+2$ 的图象.

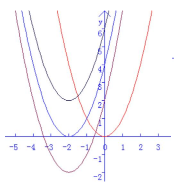
（2）二次函数 $y=3x^2$, $y=3(x-1)^2$ 和 $y=3(x-1)^2+2$ 的图象有什么关系?它们的开口方向,对称轴和顶点坐标分别是什么?作图看一看.

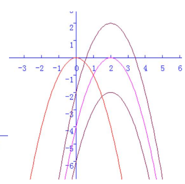
二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 与 $y=ax^2$ 的关系

- 一般地,由 $y=ax^2$ 的图象便可得到二次函数

$y=a(x-h)^2+k$ 的图象: $y=a(x-h)^2+k(a\neq 0)$ 的图象可以看成 $y=ax^2$ 的图象先沿 x 轴整体左(右)平移$|h|$个单位(当 $h>0$ 时,向右平移;当 $h<0$ 时,向左平移),再沿对称轴整体上(下)平移$|k|$个单位 (当 $k>0$ 时向上平移;当 $k<0$ 时,向下平移)得到的.

- 因此,二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象是一条抛物线,它的开口方向、对称轴和顶点坐





标与 a, h, k 的值有关.

总结二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的性质

1．顶点坐标与对称轴 2．位置与开口方向 3．增减性与最值

抛物线	$y=a(x-h)^2+k$（$a>0$）	$y=a(x-h)^2+k$（$a<0$）
顶点坐标	（h，k）	（h，k）
对称轴	直线 x＝h	直线 x＝h
位置	由 h 和 k 的符号确定	由 h 和 k 的符号确定
开口方向	向上	向下
增减性	在对称轴的左侧，y 随着 x 的增大而减小．在对称轴的右侧，y 随着 x 的增大而增大.	在对称轴的左侧，y 随着 x 的增大而增大．在对称轴的右侧，y 随着 x 的增大而减小.
最值	当 x＝h 时，最小值为 k	当 x＝h 时，最大值为 k

活动目的：

1、通过填表使不同函数的值在同一表格中呈现出来，便于比较。

2、通过在同一坐标系中做出两个函数的图象，使两个函数的图象特点一目了然，启发学生寻找规律，从而得到结论。

3、使学生通过讨论将总结的结论进一步加深印象，能够熟练得运用到解决问题的过程中去。

实际教学效果：大部分学生对于使用几何画板制作二次函数的图象比较熟练，能够小组合作探究抛物线的性质，但是学生的数学语言归纳还不够精炼。

第三环节 练习提高

活动内容：

1. 指出下列函数图象的开口方向对称轴和顶点坐标：

$(1).y=2(x+3)^2-\frac{1}{2},$　　　　$(2).y=-\frac{1}{3}(x+1)^2-5.$

2. (1)二次函数 $y=3(x+1)^2$ 的图象与二次函数 $y=3x^2$ 的图象有什么关系?它是轴对称图形

吗?它的对称轴和顶点坐标分别是什么?

(2)二次函数$y=-3(x-2)^2+4$的图象与二次函数$y=-3x^2$的图象有什么关系?

（3）对于二次函数$y=3(x+1)^2$,当x取哪些值时,y的值随x值的增大而增大?当x取哪些值时,y的值随x值的增大而减小?二次函数$y=3(x+1)^2+4$呢?

活动目的：对本节知识进行巩固练习。

实际教学效果：学生都能够利用归纳的性质完成课堂练习。

第四环节 课堂小结

活动内容：师生互相交流本节课的学习心得，感受及收获。

活动目的：鼓励学生结合本节课的学习谈自己的收获与感想（学生畅所欲言，教师给予鼓励）包括二次函数图象的制作，函数图象性质的总结归纳。

实际教学效果：学生畅所欲言自己的切身感受与实际收获。

第五环节 布置作业

P48　习题 2.4　1 题.

四、教学反思

本节课的设计没有充分考虑学生的几何画板应用水平。对于学生的合作探究引导还不够。在时间的分配安排上要再合理一点。

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与 a,b,c 的符号间的关系

教学目标：1、使学生能通过二次函数的图像得出 a，b，c 的符号。

2、使学生能由二次函数的图像判断 a，b，c 的关系式的符号。

3、使学生能通过二次函数图像与 a,b,c 之间的关系判断图像的正确性。

教学重点：1.通过二次函数图像判断 a，b，c 的关系式的符号。

2.通过 a,b,c 的符号判断二次函数图象的正确性。

教学难点：通过二次函数图象判断含 a,b,c 的式子的符号。

教学过程：

一、　温故知新

[知识回顾]

1.（1）直线 y=kx+b（k≠0）与 k 的关系是＿＿＿＿＿＿，与 b 的关系是＿＿＿＿＿＿＿。

（2）双曲线 y=$\frac{k}{x}$（k≠0）与 k 的关系是______________________________。

2.小组长给组内每个同学布置三个不同二次函数关系式，让同学画出函数图像，并写出开口方向，对称轴方程，抛物线与 y 轴交点坐标，抛物线与 x 轴交点个数。

3.二次函数图像与 a，b，c 的符号间的关系。填空。

a 与抛物线的________有关。

c 与抛物线__________________有关。

b 与抛物线的_____________有关。

b^2-4ac 与抛物线的_________有关。

二、探究新知

.归纳总结：

抛物线 y=ax2+bx+c 的符号问题：

（1）a 的符号：由抛物线的开口方向确定

开口向上⇔a____0

开口向下⇔ a____0

（2）C 的符号：由抛物线与 y 轴的交点位置确定

与 y 轴的正半轴相交⇔ c____0

与 y 轴的负半轴相交⇔ c____0

经过坐标原点⇔c____0

（3）b 的符号：由对称轴的位置确定

对称轴在 y 轴左侧⇔a、b ____

对称轴在 y 轴右侧⇔ a、b ____

对称轴是 y 轴⇔ b ____0

(4)b^2-4ac 的符号：

由抛物线与 x 轴的交点个数确定

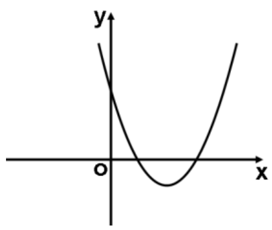
与 x 轴有两个交点⇔ b^2-4ac____0

与 x 轴有一个交点⇔ b^2-4ac____0

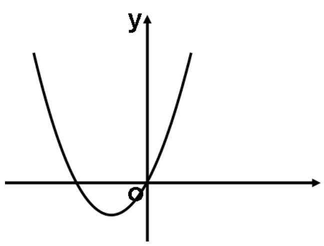
与 x 轴无交点⇔ b^2-4ac____0

三、巩固新知

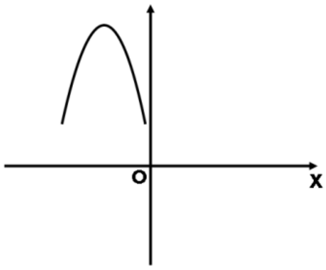
1、抛物线 y=ax^2+bx+c 如图所示，试确定 a、b、c、△的符号：



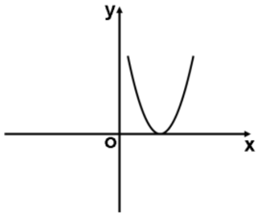
2、抛物线 y=ax^2+bx+c 如图所示，试确定 a、b、c、△的符号：



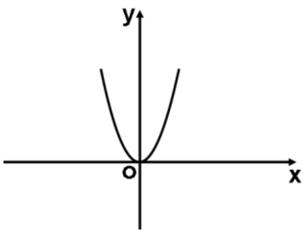
3、抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 如图所示，试确定 a、b、c、△的符号：



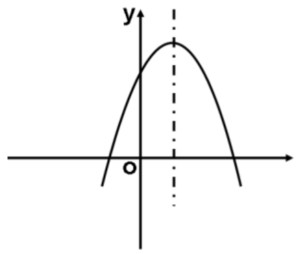
4、抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 如图所示，试确定 a、b、c、△的符号：



5、抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 如图所示，试确定 a、b、c、△的符号：



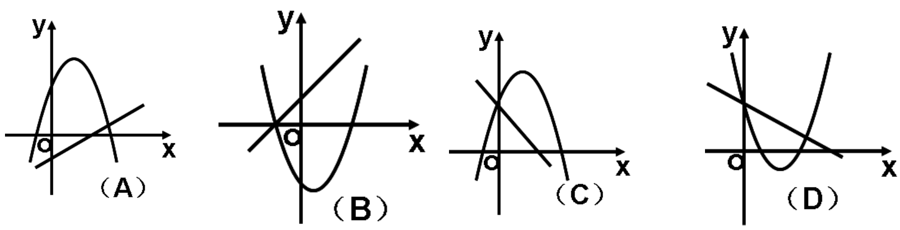
6、抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 如图所示，试确定 a、b、c、△的符号：



7、已知：二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，则点 M（ $\frac{b}{c}$ ，a）在（　　　　）

A、第一象限　　B、第二象限 C、第三象限　　D、第四象限

8、已知：一次函数 $y=ax+c$ 与二次函数 $y=ax^2+bx+c$，它们在同一坐标系中的大致图象是图中的（　　　　）



四、课堂小结

五、当堂训练

问题 1：在抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上，当 x=1 时，抛物线上点的坐标为（1，　　　　　）；当 x=-1 时，抛物线上点的坐标为（-1，　　　　　）。

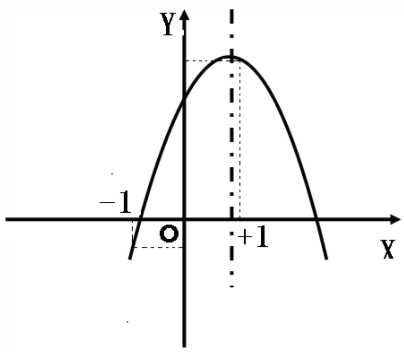
问题 2：在下图中 a+b+c___0，a-b+c__0。

探究：抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 a+b+c 的符号的关系：

（5）a+b+c 的符号：由 x=1 时抛物线上的点的位置确定

点在 x 轴上方⇔

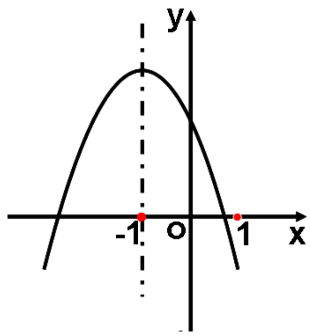
点在 x 轴下方⇔



点在 x 轴上⇔
（6）a-b+c 的符号：由 x=-1 时抛物线上的点的位置确定
点在 x 轴上方⇔
点在 x 轴下方⇔
点在 x 轴上⇔

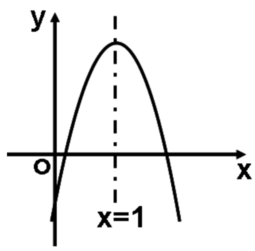
问题 2：如上图，根据抛物线的对称轴 $x=-\frac{b}{2a}$ 与 x=± 1 的关系，判断 2a+b____0，2a-b_____0。

探究：抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 2a±b 的符号的关系：
（7）2a±b 的符号：由对称轴与直线 x=1 或 x=-1 的位置确定

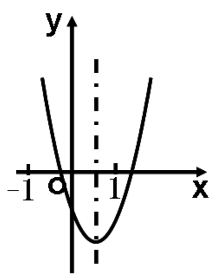


9、已知：二次函数 y=ax2+bx+c 的图象如图所示，下列结论中：①abc＞0；②b=2a；
③a+b+c＜0；④a+b-c＞0；⑤a-b+c＞0 正确的个数是 （ ）
A、2 个 B、3 个
C、4 个 D、5 个

10、已知：二次函数 y=ax2+bx+c 的图象如图所示，下列结论中：①b＞0；②c<0；③4a+2b+c ＞ 0；④（a+c）2＜b2，其中正确的个数是 （ ）
A、4 个 B、3 个
C、2 个 D、1 个



11、已知：二次函数 y=ax2+bx+c 的图象如图所示，下列结论中下不正确的是 （ ）
A、abc＞0
B、b2-4ac＞0
C、2a+b＞0
D、4a-2b+c＜0



五、反思归纳
1、如何利用二次函数图象判断 a.b.c 的符号？
2、如何通过 a.b.c 判断二次函数图象？
3、如何利用二次函数图象判断关于 a.b.c 的关系式的符号？

六、作业：
试一试：已知;二次函数 $y=2x^2-(m+1)x+(m-1)$.
(1)求证:不论 m 为何值时,函数的图像与 x 轴总有交点,并指出 m 为何值时,只有一个交点；
(2)当 m 为何值时,函数图像过原点,并指出此时函数图像与 x 轴的另一个交点；
(3)若函数图像的顶点在第四象限,求 m 的取值范围.

板书设计

教学反思：

二次函数的应用

教学目标:

1、体会二次函数是一类最优化问题的数学模型，了解数学的应用价值。

2、掌握实际问题中变量之间的二次函数关系，并运用二次函数的知识求出实际问题的最大值、最小值。

教学重点:应用二次函数最值解决实际问题。

教学难点:能够正确地应用二次函数最值解决实际问题,特别是把握好自变量的取值范围对最值的影响。

教学过程:

一、预备练习：

某涵洞是抛物线形，它的截面如图所示。现测得水面宽 AB=4m，涵洞顶点 O 到水面的距离为 1m，涵洞所在的抛物线的函数解析式可设为（　　　　　　　　　　）。

二、新课导学：

例 1、有座抛物线形拱桥(如图)，正常水位时桥下河面宽 20m，河面距拱顶 4m，为了保证过往船只顺利航行，桥下水面的宽度不得小于 18m，求水面在正常水位基础上上涨多少米时，就会影响过往船只航行。

例 2、某涵洞是抛物线形，它的截面如图所示，现测得水面宽 1．6m，涵洞顶点 O 到水面的距离为 2．4m，在图中直角坐标系内，涵洞所在的抛物线的函数关系式是什么？

例 3、平时我们在跳大绳时，绳甩到最高处的形状可近似地视为抛物线，如图所示，正在甩绳的甲、乙两名学生拿绳的手间距为 4 米，距地面均为 1 米，学生丙、丁分别站在距甲拿绳的手水平距离 1 米、2.5 米处，绳甩到最高处时，刚好通过他们的头顶，已知学生丙的身高是 1.5 米，请你算一算学生丁的身高。

三、练习：

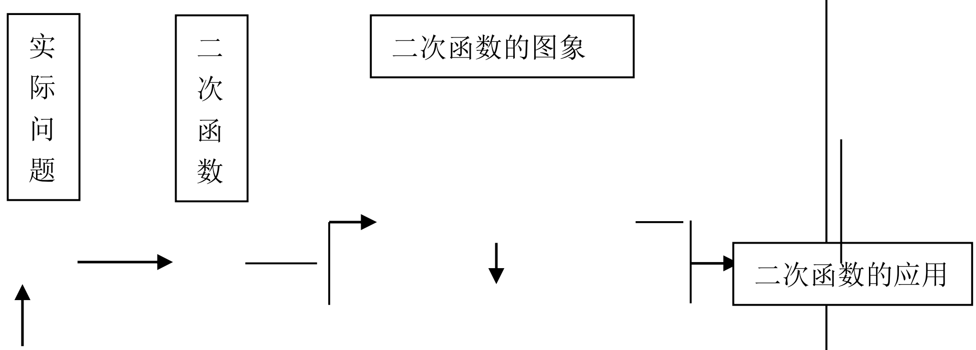
1、河北省赵县的赵州桥的桥拱是抛物线型，建立如图所示的坐标系，其函数的解析式为 y= ，当水位线在 AB 位置时，水面宽 AB = 30 米，这时水面离桥顶的高度 h 是（　　）

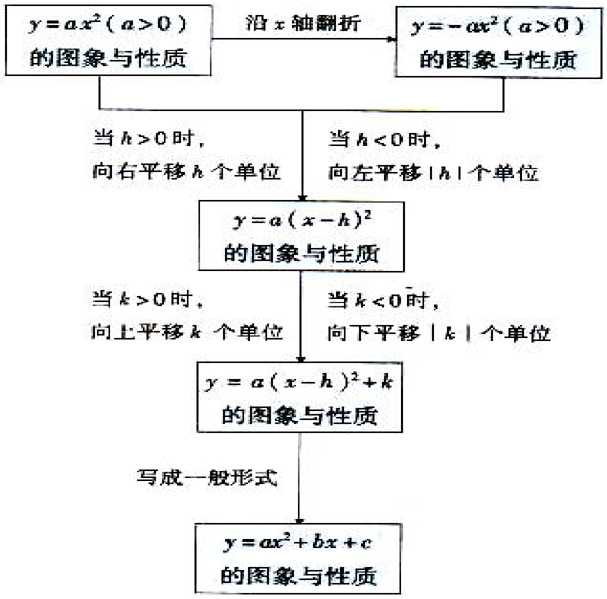
A、5 米　　B、6 米；　　C、8 米；　　D、9 米

2、、一座抛物线型拱桥如图所示,桥下水面宽度是 4m,拱高是 2m.当水面下降 1m 后,水面的宽度是多少?(结果精确到 0.1m).

3、一个涵洞成抛物线形，它的截面如图,现测得，当水面宽 AB＝1.6 m 时，涵洞顶点与水面的距离为 2.4 m．这时，离开水面 1.5 m 处，涵洞宽 ED 是多少？是否会超过 1 m？

二次函数

<table>
<tr><td>教
学
目
标</td><td>知识与技能目标
过程与方法目标
情感与态度目标</td><td colspan="2">1．通过对本章知识的梳理，使学生深刻理解二次函数的概念、图象与性质。
2．能灵活运用二次函数的概念与性质解决有关数学问题。
通过练习掌握基本知识和基本技能，体会不同的数学思想方法解决实际问题
积极参与交流，并积极发表意见，体验与他人交流合作的重要性。</td></tr>
<tr><td>教学重点</td><td colspan="3">二次函数的概念、图象与性质</td></tr>
<tr><td>教学难点</td><td colspan="3">二次函数图象与性质的运用</td></tr>
<tr><td colspan="4">教　　学　　过　　程</td></tr>
<tr><td colspan="3">教学内容设计</td><td>个性补充</td></tr>
<tr><td colspan="3">一、知识回顾
1．归纳：知识结构

2.二次函数的性质</td><td></td></tr>
</table>


$y=ax^2(a>0)$ 的图象与性质
沿 x 轴翻折
$y=-ax^2(a>0)$ 的图象与性质
当 $h>0$ 时，向右平移 h 个单位
当 $h<0$ 时，向左平移 $|h|$ 个单位
$y=a(x-h)^2$ 的图象与性质
当 $k>0$ 时，向上平移 k 个单位
当 $k<0$ 时，向下平移 $|k|$ 个单位
$y=a(x-h)^2+k$ 的图象与性质
写成一般形式
$y=ax^2+bx+c$ 的图象与性质

教学内容设计	个性补充

3. 二次函数关系式的三种表示方式：

一般式、 $y=ax^2+bx+c$

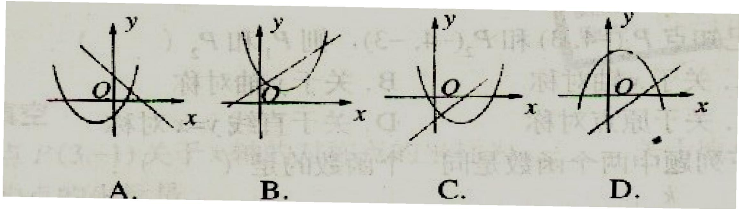
顶点式、 $y=a(x-h)^2+k$

两根式、y=a（x—m）（x-n）

4. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$（a≠0）的特征与系数 a，b，c，的关系：

二、典型题型

1.函数 y=ax+b 和 y=ax2+bx+c 在同一直角坐标系内的图象大致是（　　）



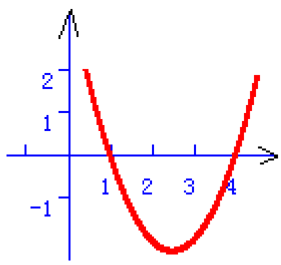
2.已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的最大值是 2，图象顶点在直线 y=x+1 上，并且图象经过点（3，-6）。求 a、b、c。

4、已知二次函数 $y=ax^2-5x+c$ 的图象如图。

(1)、当 x 为何值时，y 随 x 的增大而增大;

(2)、当 x 为何值时，y<0。

(3)、求它的解析式和顶点坐标



三、练习

四、小结

作业	
教学札记	

二次函数

教学目标：

1、 从实际情景中让学生经历探索分析和建立两个变量之间的二次函数关系的过程，进一步体验如何用数学的方法去描述变量之间的数量关系。

2、 理解二次函数的概念，掌握二次函数的形式。

3、 会建立简单的二次函数的模型，并能根据实际问题确定自变量的取值范围。

4、 会用待定系数法求二次函数的解析式。

教学重点：二次函数的概念和解析式

教学难点：本节“合作学习”涉及的实际问题有的较为复杂，要求学生有较强的概括能力。

教学设计：

一、创设情境，导入新课

问题 1、现有一根 12m 长的绳子，用它围成一个矩形，如何围法，才使举行的面积最大？小明同学认为当围成的矩形是正方形时 ，它的面积最大，他说的有道理吗？

问题 2、很多同学都喜欢打篮球，你知道吗：投篮时，篮球运动的路线是什么曲线？怎样计算篮球达到最高点时的高度？

这些问题都可以通过学习俄二次函数的数学模型来解决，今天我们学习“二次函数”（板书课题）

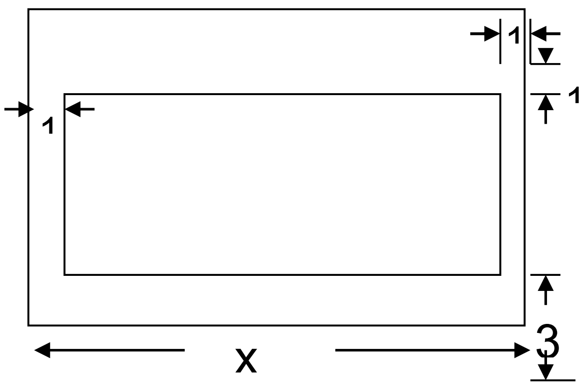
二、合作学习，探索新知

请用适当的函数解析式表示下列问题中情景中的两个变量 y 与 x 之间的关系：

（1）面积 y （cm^2)与圆的半径 x （ Cm ）

(2)王先生存人银行 2 万元,先存一个一年定期,一年后银行将本息自动转存为又一个一年定期,设一年定期的年存款利率为文 x 两年后王先生共得本息 y 元;

(3)拟建中的一个温室的平面图如图,如果温室外围是一个矩形，周长为 120m， 室内通道的尺寸如图,设一条边长为 x (cm)， 种植面积为 y (m2)



（一） 教师组织合作学习活动：

1、 先个体探求，尝试写出 y 与 x 之间的函数解析式。

2、 上述三个问题先易后难，在个体探求的基础上，小组进行合作交流，共同探讨。

（1）$y=\pi x^2$ （2）$y = 2000(1+x)^2 = 20000x^2+40000x+20000$

(3) $y = (60-x-4)(x-2)=-x^2+58x-112$

（二）上述三个函数解析式具有哪些共同特征？

让学生充分发表意见，提出各自看法。

教师归纳总结：上述三个函数解析式经化简后都具 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数， $a\neq0$)的形式.

板书：我们把形如 $y=ax^2+bx+c$(其中 a,b,C 是常数，$a\neq0$)的函数叫做二次函数(quadratic funcion)

称 a 为二次项系数， b 为一次项系数，c 为常数项，

请讲出上述三个函数解析式中的二次项系数、一次项系数和常数项

（二） 做一做

1、 下列函数中，哪些是二次函数？

(1) $y=x^2$　(2)　$y=-\dfrac{1}{x^2}$　(3)　$y=2x^2-x-1$　（4）$y=x(1-x)$

（5）$y=(x-1)^2-(x+1)(x-1)$

2、分别说出下列二次函数的二次项系数、一次项系数和常数项：

（1）$y=x^2+1$　（2）$y=3x^2+7x-12$　（3）$y=2x(1-x)$

3、若函数 $y=(m^2-1)x^{m^2-m}$ 为二次函数，则 m 的值为______。

三、例题示范，了解规律

例 1、已知二次函数 $y=x^2+px+q$ 当 x=1 时，函数值是 4；当 x=2 时，函数值是-5。求这个二次函数的解析式。

此题难度较小，但却反映了求二次函数解析式的一般方法，可让学生一边说，教师一边板书示范，强调书写格式和思考方法。

练习：已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ，当 x=2 时，函数值是 3；当 x=-2 时，函数值是 2。求这个二次函数的解析式。

例 2、如图，一张正方形纸板的边长为 2cm，将它剪去 4 个全等的直角三角形（图中阴影部分）。设 AE=BF=CG=DH=x(cm)，四边形 EFGH 的面积为 y(cm^2),求：

（1）　y 关于 x 的函数解析式和自变量 x 的取值范围。

（2）　当 x 分别为 0.25，0.5，1.5，1.75 时，对应的四边形 EFGH 的面积，并列表示。

方法：

（1）学生独立分析思考，尝试写出 y 关于 x 的函数解析式，教师巡回辅导，适时点拨。

（2）对于第一个问题可以用多种方法解答，比如：

求差法：四边形 EFGH 的面积=正方形 ABCD 的面积-直角三角形 AEH 的面积 DE4 倍。

直接法：先证明四边形 EFGH 是正方形，再由勾股定理求出 EH^2

(3)对于自变量的取值范围，要求学生要根据实际问题中自变量的实际意义来确定。

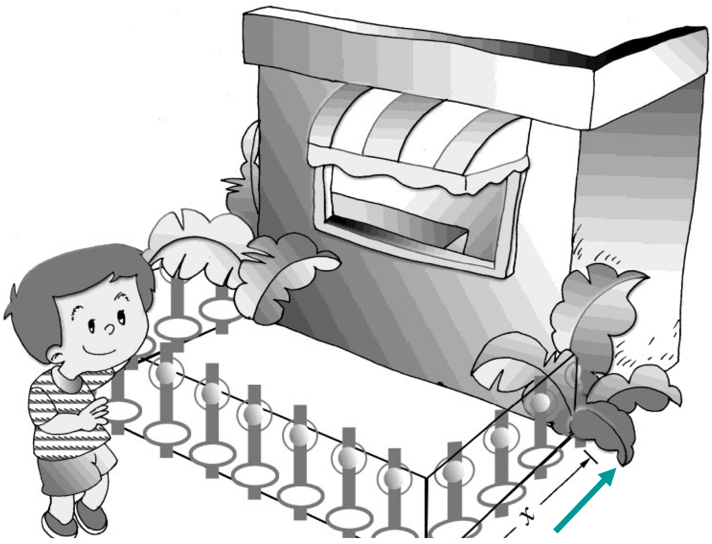
（4）对于第（2）小题，在求解并列表表示后，重点让学生看清 x 与 y 之间数值的对应关系和内在的规律性：随着 x 的取值的增大，y 的值先减后增；y 的值具有对称性。

练习：

用 20 米的篱笆围一个矩形的花圃（如图），设连墙的一边为 x,矩形的面积为 y,求：

(1)写出 y 关于 x 的函数关系式

(2)当 x=3 时,矩形的面积为多



四、归纳小结，反思提高

本节课你有什么收获？

五、布置作业

课本作业题

二次函数的图像和性质

教学目标：

1、经历描点法画函数图像的过程；2、学会观察、归纳、概括函数图像的特征；3、

掌握型二次函数图像的特征；

4、经历从特殊到一般的认识过程，学会合情推理。

教学重点：

$y=ax^2$ 型二次函数图像的描绘和图像特征的归纳

教学难点：

选择适当的自变量的值和相应的函数值来画函数图像，该过程较为复杂。

教学设计：

一、回顾知识

前面我们在学习正比例函数、一次函数和反比例函数时时如何进一步研究这些函数的？ 先（用描点法画出函数的图像，再结合图像研究性质。）

引入：我们仿照前面研究函数的方法来研究二次函数，先从最特殊的形式即 $y=ax^2$ 入手。

因此本节课要讨论二次函数 $y=ax^2$ （$a\neq 0$）的图像。

板书课题：二次函数 $y=ax^2$ （$a\neq 0$）图像

二、探索图像

1、 用描点法画出二次函数 $y=x^2$ 和 $y=-x^2$ 图像

（1） 列表

x	…	−2	$-1\frac{1}{2}$	−1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	…
$y=x^2$	…	4	$2\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	0	$2\frac{1}{4}$	1	$2\frac{1}{4}$	4	…
$y=-x^2$	…	−4	$-2\frac{1}{4}$	−1	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	−1	$-2\frac{1}{4}$	−4	…

引导学生观察上表，思考一下问题：

①无论 x 取何值，对于 $y = x^2$ 来说，y 的值有什么特征？对于 $y = -x^2$ 来说，又有什么特征？

②当 x 取 $\pm\frac{1}{2}, \pm 1 \ldots\ldots$ 等互为相反数时，对应的 y 的值有什么特征？

（2） 描点（边描点，边总结点的位置特征，与上表中观察的结果联系起来）.

（3） 连线，用平滑曲线按照 x 由小到大的顺序连接起来，从而分别得到 $y = x^2$ 和 $y = -x^2$ 的图像。

2、 练习：在同一直角坐标系中画出二次函数 $y = 2x^2$ 和 $y = -2x^2$ 的图像。

学生画图像，教师巡视并辅导学困生。（利用实物投影仪进行讲评）

3、二次函数 $y = ax^2$ （$a \neq 0$）的图像

由上面的四个函数图像概括出：

（1） 二次函数的 $y = ax^2$ 图像形如物体抛射时所经过的路线，我们把它叫做抛物线，

（2） 这条抛物线关于 y 轴对称，y 轴就是抛物线的对称轴。

（3） 对称轴与抛物线的交点叫做抛物线的顶点。注意：顶点不是与 y 轴的交点。

（4） 当 $a \succ o$ 时，抛物线的开口向上，顶点是抛物线上的最低点，图像在 x 轴的上方(除顶点外)；当 $a \prec o$ 时，抛物线的开口向下，顶点是抛物线上的最高点图像在 x 轴的下方(除顶点外)。

（最好是用几何画板演示，让学生加深理解与记忆）

三、课堂练习

观察二次函数 $y = x^2$ 和 $y = -x^2$ 的图像

(1) 填空：

抛物线	$y = x^2$	$y = -x^2$
顶点坐标		
对称轴		
位 置		
开口方向		

(2)在同一坐标系内，抛物线 $y = x^2$ 和抛物线 $y = -x^2$ 的位置有什么关系？如果在同一个坐标系内画二次函数 $y = ax^2$ 和 $y = -ax^2$ 的图像怎样画更简便？

(抛物线 $y = x^2$ 与抛物线 $y = -x^2$ 关于 x 轴对称，只要画出 $y = ax^2$ 与 $y = -ax^2$ 中的一条抛物线，另一条可利用关于 x 轴对称来画)

四、例题讲解

例题：已知二次函数 $y = ax^2$ （$a \neq 0$）的图像经过点（-2，-3)。

（1） 求 a 的值，并写出这个二次函数的解析式。

（2） 说出这个二次函数图像的顶点坐标、对称轴、开口方向和图像的位置。

练习：（1）课本第 31 页课内练习第 2 题。
（2） 已知抛物线 y=ax2 经过点 A（-2，-8）。
（1）求此抛物线的函数解析式；
（2）判断点 B（-1，- 4）是否在此抛物线上。
（3）求出此抛物线上纵坐标为-6 的点的坐标。

五、谈收获

1. 二次函数 y=ax2(a≠0)的图像是一条抛物线.
2. 图象关于 y 轴对称,顶点是坐标原点
3. 当 a>0 时,抛物线的开口向上,顶点是抛物线上的最低点;当 a<0 时,抛物线的开口向下,顶点是抛物线的最高点　　六、作业：见作业本。

二次函数的图像和性质

教学目标：

1、经历二次函数图像平移的过程；理解函数图像平移的意义。

2、了解 $y=ax^2$， $y=a(x+m)^2$， $y=a(x+m)^2+k$ 三类二次函数图像之间的关系。

3、会从图像的平移变换的角度认识 $y=a(x+m)^2+k$ 型二次函数的图像特征。

教学重点：从图像的平移变换的角度认识 $y=a(x+m)^2+k$ 型二次函数的图像特征。

教学难点：对于平移变换的理解和确定，学生较难理解。

教学设计：

一、知识回顾

二次函数 $y=ax^2$ 的图像和特征：

1、名称＿＿＿＿＿＿＿＿＿；2、顶点坐标＿＿＿＿＿＿＿＿；3、对称轴＿＿＿＿＿＿＿＿＿；
4、当 $a \succ o$ 时，抛物线的开口向＿＿，顶点是抛物线上的最＿＿点，图像在 x 轴的＿＿(除顶点外)；当 $a \prec o$ 时，抛物线的开口向＿＿，顶点是抛物线上的最＿＿点图像在 x 轴的＿＿(除顶点外)。

二、合作学习

在同一坐标系中画出函数图像 $y=\frac{1}{2}x^2$， $y=\frac{1}{2}(x+2)^2$, $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$ 的图像。

（1）　请比较这三个函数图像有什么共同特征？
（2）　顶点和对称轴有什么关系？
（3）　图像之间的位置能否通过适当的变换得到？
（4）　由此，你发现了什么？

三、探究二次函数 $y=ax^2$ 和 $y=a(x+m)^2$ 图像之间的关系

1、 结合学生所画图像，引导学生观察 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2$, 与 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的图像位置关系，直观得出 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的图像 $\xrightarrow{\text{向左平移两个单位}}$ $y=\frac{1}{2}(x+2)^2$, 的图像。

教师可以采取以下措施：①借助几何画板演示几个对应点的位置关系 ，如：

（0，0） $\xrightarrow{\text{向左平移两个单位}}$ （-2，0）

（2，2）$\xrightarrow{\text{向左平移两个单位}}$（0，2）；

（-2，2）$\xrightarrow{\text{向左平移两个单位}}$（-4，2）

②也可以把这些对应点在图像上用彩色粉笔标出，并用带箭头的线段表示平移过程。

2、用同样的方法得出 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的图像 $\xrightarrow{\text{向右平移两个单位}}$ $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$ 的图像。

3、请你总结二次函数 y=a(x+ m)2 的图象和性质.

$y=ax^2$（$a\neq0$）的图像 $\xrightarrow[\text{当}m\prec0\text{时向右平移}|m|\text{个单位}]{\text{当}m\succ0\text{时} \atop \text{向左平移}m\text{个单位}}$ $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$ 的图像。

函数 $y=a(x+m)^2$ 的图像的顶点坐标是（-m,0），对称轴是直线 x=-m

4、做一做

（1）、

抛物线	开口方向	对称轴	顶点坐标
$y=2(x+3)2$			
$y=-3(x-1)^2$			
$y=-4(x-3)^2$			

（2）、填空：

①、由抛物线 $y=2x^2$ 向_________平移______个单位可得到 $y=2(x+1)^2$

②、函数 $y=-5(x-4)^2$ 的图象。可以由抛物线 _________向______平移 4 个单位而得到的。

3、对于二次函数 $y=-\frac{1}{3}(x-4)^2$，请回答下列问题：

①把函数 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 的图像作怎样的平移变换，就能得到函数 $y=-\frac{1}{3}(x-4)^2$ 的图像？

②说出函数 $y=-\frac{1}{3}(x-4)^2$ 的图像的顶点坐标和对称轴。

第 3 题的解答作如下启发：这里的 m 是什么数？大于零还是小于零？应当把 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 的图像向左平移还是向右平移？在此同时用平移的方法画出函数 $y=-\frac{1}{3}(x-4)^2$ 的大致图像（事先画好函数 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 的图像），借助图像有学生回答问题。

五、 探究二次函数 $y=a(x+m)^2+k$ 和 $y=ax^2$ 图像之间的关系

1、在上面的平面直角坐标系中画出二次函数 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+3$ 的图像。

首先引导学生观察比较 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2$，与 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+3$ 的图像关系，直观得出：

$y=\frac{1}{2}(x+2)^2$，的图像 $\xrightarrow{\text{向上平移3个单位}}$ $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+3$ 的图像。（结合多媒体演示）

再引导学生刚才得到的 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的图像与 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2$，的图像之间的位置关系，由此得

出：只要把抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 先向左平移 2 个单位，在向上平移 3 个单位，就可得到函数 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+3$ 的图像。

2、做一做：请填写下表：

函数解析式	图像的对称轴	图像的顶点坐标
$y=\frac{1}{2}x^2$		
$y=\frac{1}{2}(x+2)^2$,		
$y=\frac{1}{2}(x+2)^2+3$		

3、 总结 $y=a(x+m)^2+k$ 的图像和 $y=ax^2$ 图像的关系

$y=ax^2$ （ $a\neq 0$ ） 的 图 像 $\xrightarrow[\text{当m}\prec 0\text{时向右平移}|\text{m}|\text{个单位}]{\text{当m}\succ 0\text{时 向左平移m个单位}}$ $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$ 的 图 像 $\xrightarrow[\text{当k}\prec 0\text{时向下平移}|\text{m}|\text{个单位}]{\text{当k}\succ 0\text{时 向上平移m个单位}}$ $y=a(x+m)^2+k$ 的图像。

$y=a(x+m)^2+k$ 的图像的对称轴是直线 x=-m，顶点坐标是（-m，k） 。

口诀：（m、k）正负左右上下移 （ m 左加右减 k 上加下减）

4、练习：课本第 34 页课内练习地 1、2 题

六、谈收获：

1、函数 $y=a(x+m)^2+k$ 的图像和函数 $y=ax^2$ 图像之间的关系。

2、函数 $y=a(x+m)^2+k$ 的图像在开口方向、顶点坐标和对称轴等方面的性质。

七、布置作业(课本第 35 页作业题)

二次函数的图象与性质

教学目标:

1.从具体函数的图象中认识二次函数的基本性质.

2.了解二次函数与二次方程的相互关系.

3.探索二次函数的变化规律,掌握函数的最大值(或最小值)及函数的增减性的概念,会求二次函数的最值,并能根据性质判断函数在某一范围内的增减性

教学重点:

二次函数的最大值,最小值及增减性的理解和求法.