湖南省攸县二中等四校2025 届高三考前热身数学试卷

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知复数 $z\ \ 1\ \ i$，$\bar{z}$ 为 z 的共轭复数，则 $\frac{1\ \ z}{\bar{z}}$ （　　）

A．$\frac{3\ \ i}{2}$　　B．$\frac{1\ \ i}{2}$　　C．$\frac{1\ \ 3i}{2}$　　D．$\frac{1\ \ 3i}{2}$

2．已知　　,m　　,n　　, $\cap$　　l，则“m⊥n”是“m⊥l”的

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充要条件　D．既不充分也不必要条件

3．设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $2(a_3\ \ a_5\ \ a_7)\ \ 3(a_8\ \ a_{12})\ \ 66$，则 S_{14}

A．56　　B．66

C．77　　D．78

4．一袋中装有 5 个红球和 3 个黑球（除颜色外无区别），任取 3 球，记其中黑球数为 X，则 $E\ \ X$ 为（　　）

A．$\frac{9}{8}$　　B．$\frac{7}{8}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{62}{56}$

5．复数 z 满足 $z\ 1\ \ i\ \ \left|1\ \ \sqrt{3}i\right|$，则复数 z 等于（）

A．$1\ \ i$　　B．$1\ \ i$　　C．2　　D．-2

6．已知正项等比数列 a_n 的前 n 项和为 S_n，且 $7S_2\ \ 4S_4$，则公比 q 的值为（　　）

A．1　　B．1 或 $\frac{1}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

7．函数 $f\ x\ \ 2x^3\ \ ax^2\ \ 1$ 在 $0,$　　内有且只有一个零点，则 a 的值为（　　）

A．3　　B．－3　　C．2　　D．－2

8．函数 $f(x)=\sqrt{2x-3}+\frac{1}{x-3}$ 的定义域为（　　）

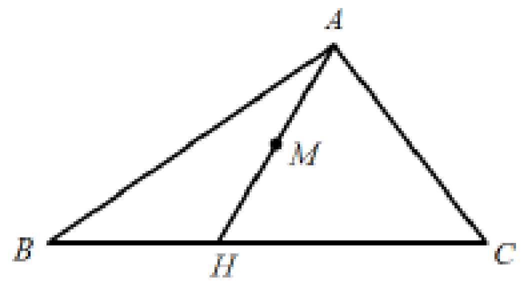
A．$[\frac{3}{2}$，3）∪（3，+∞）　B．（-∞，3）∪（3，+∞）

C．$[\frac{3}{2}$，+∞）　D．（3，+∞）

9．一个陶瓷圆盘的半径为10cm，中间有一个边长为 4cm 的正方形花纹，向盘中投入1000粒米后，发现落在正方形花纹上的米共有51粒，据此估计圆周率　的值为（精确到0.001）（　　）

A．3.132　　　　B．3.137　　　　C．3.142　　　　D．3.147

10．在 ABC 中，H 为 BC 上异于 B，C 的任一点，M 为 AH 的中点，若 $\overline{AM}$　　$\overline{AB}$　　$\overline{AC}$，则　　等于（　　）



A．$\frac{1}{2}$　　　　B．$\frac{2}{3}$　　　　C．$\frac{1}{6}$　　　　D．$\frac{1}{3}$

11．设集合 A= {4，5，7，9}，B= {3，4，7，8，9}，全集 U=A　B，则集合 $C_U(A\cap B)$ 中的元素共有　（　）

A．3 个　　　　B．4 个　　　　C．5 个　　　　D．6 个

12．已知F 为抛物线 y^2　$4x$ 的焦点，点 A 在抛物线上，且$|AF|$　5，过点F 的动直线 l 与抛物线 B,C 交于两点，O 为坐标原点，抛物线的准线与 x 轴的交点为M .给出下列四个命题：

①在抛物线上满足条件的点 A 仅有一个；

②若P 是抛物线准线上一动点，则$|PA|$　$|PO|$的最小值为 $2\sqrt{13}$；

③无论过点F 的直线 l 在什么位置，总有　OMB　　OMC　；

④若点 C 在抛物线准线上的射影为D，则三点B、O、D 在同一条直线上.

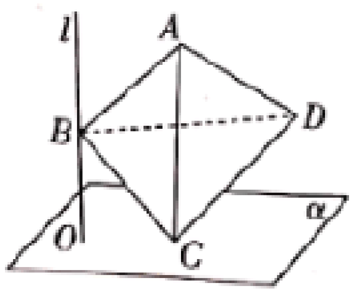
其中所有正确命题的个数为（　　）

A．1　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．4

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在一块土地上种植某种农作物，连续 5 年的产量（单位：吨）分别为 9.4，9.7，9.8，10.3，10.8则该农作物的年平均产量是______吨.

14．如图，直线 l　平面　，垂足为O，三棱锥 A　BCD 的底面边长和侧棱长都为 4，C 在平面　内，B 是直线 l 上的动点，则点B 到平面 ACD 的距离为_______，点O 到直线 AD 的距离的最大值为 _______.



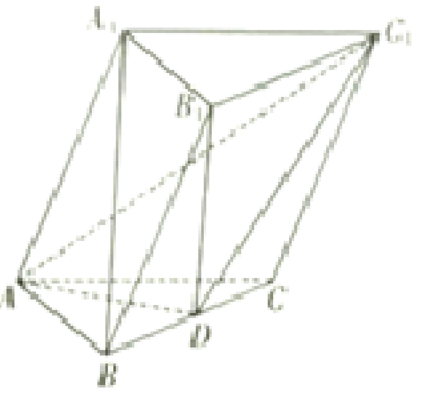
15．从甲、乙、丙、丁、戊五人中任选两名代表，甲被选中的概率为__________.

16．已知函数 f x　$\dfrac{x^2\quad kx\quad 1}{x^2\quad x\quad 1}$，若对于任意正实数 x_1,x_2,x_3，均存在以 f x_1，f x_2，f x_3 为三边边长的三角形，

则实数 k 的取值范围是_______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的所有棱长均相等，B_1 在底面 ABC 上的投影 D 在棱 BC 上，且 A_1B ∥平面 ADC_1



（Ⅰ）证明：平面 $ADC_1\perp$ 平面 BCC_1B_1；

（Ⅱ）求直线 AB 与平面 ADC_1 所成角的余弦值.

18.（12 分）[2018 石家庄一检]已知函数 $f\left(x\right)=x\ln x-ax\left(a\in R\right)$.

（1）若 $a\ \ 1$，求函数 $f\left(x\right)$ 的图像在点 $\left(1,f\left(1\right)\right)$ 处的切线方程;

（2）若函数 $f\left(x\right)$ 有两个极值点 x_1，x_2，且 $x_1<x_2$，求证：$f\left(x_2\right)\ \ \ \frac{1}{2}$.

19.（12 分）已知椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率为 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$，且短轴的一个端点 B 与两焦点 A，C 组成的三角形面积为 $\sqrt{3}$.

（Ⅰ）求椭圆 E 的方程；

（Ⅱ）若点 P 为椭圆 E 上的一点，过点 P 作椭圆 E 的切线交圆 O：$x^2+y^2=a^2$ 于不同的两点 M，N（其中 M 在 N 的右侧），求四边形 ACMN 面积的最大值.

20.（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+2\cos\alpha \\ y=2\sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$ 为参数），以原点为极点，x 轴的非负半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2=\frac{4}{\cos^2\theta+4\sin^2\theta}$.

（1）求曲线 C_1 的极坐标方程以及曲线 C_2 的直角坐标方程；

（2）若直线 $l:y=kx$ 与曲线 C_1、曲线 C_2 在第一象限交于 P,Q 两点，且 $\left|OP\right|=2\left|OQ\right|$，点 M 的坐标为 $(2,0)$，求 $\triangle MPQ$ 的面积.

21.（12 分）已知函数 $f\ x\quad \frac{ax^2\quad x}{x\quad 1}\quad \ln(x\quad 1)(a\quad 0)$，且曲线 $y\quad f\ x$ 在 $x\quad 1$ 处的切线方程为 $y\quad \frac{1}{2}x\quad b$.

（1）求 $f\ x$ 的极值点与极值.

（2）当 $k\quad \frac{1}{2}$，$x\quad 0,$ 时，证明：$f\ x\quad kx^2$.

22.（10 分）高铁和航空的飞速发展不仅方便了人们的出行,更带动了我国经济的巨大发展.据统 计,在 2018 年这一年内从 A 市到 B 市乘坐高铁或飞机出行的成年人约为 50 万人次.为了 解乘客出行的满意度,现从中随机抽取 100 人次作为样本,得到下表(单位:人次)：

满意度	老年人		中年人		青年人	
	乘坐高铁	乘坐飞机	乘坐高铁	乘坐飞机	乘坐高铁	乘坐飞机
10 分(满意)	12	1	20	2	20	1
5 分(一般)	2	3	6	2	4	9
0 分(不满意)	1	0	6	3	4	4

（1）在样本中任取 1 个,求这个出行人恰好不是青年人的概率;

（2）在 2018 年从 A 市到 B 市乘坐高铁的所有成年人中,随机选取 2 人次,记其中老年人出行的人次为 X .以频率作为概率,求 X 的分布列和数学期望;

（3）如果甲将要从 A 市出发到 B 市,那么根据表格中的数据,你建议甲是乘坐高铁还是飞机？并说明理由.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

求出 $\bar{z}$，直接由复数的代数形式的乘除运算化简复数.

【详解】

$\frac{1\quad z}{z}\quad \frac{2\quad i}{1\quad i}\quad \frac{1\quad 3i}{2}$.

故选：C

【点睛】

本题考查复数的代数形式的四则运算，共轭复数，属于基础题.

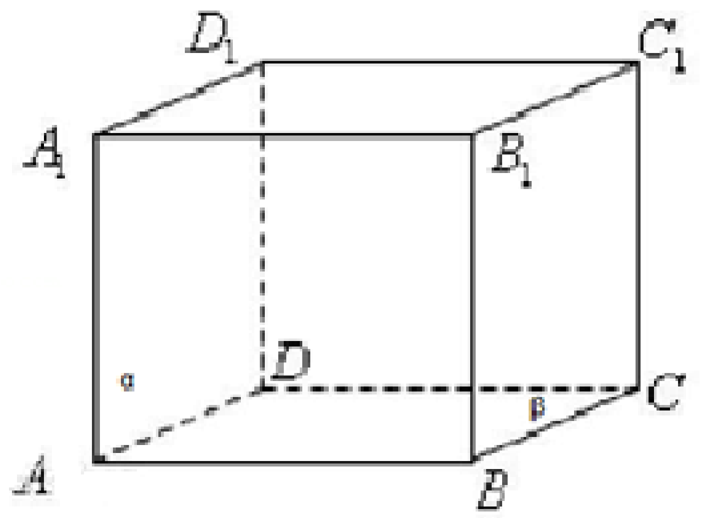
2、B

【解析】

构造长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，令平面 α为面 ADD_1A_1，底面 ABCD 为 β，然后再在这两个面中根据题意恰当的选取直线为 m，n 即可进行判断.

【详解】

如图，取长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，令平面 α为面 ADD_1A_1，底面 ABCD 为 β，直线 AD =直线 l。



若令 $AD_1=m$，$AB=n$，则 $m\perp n$，但 m 不垂直于 l

若 $m\perp l$，由平面 ABCD 平面 ADD_1A_1 可知，直线 m 垂直于平面 β，所以 m 垂直于平面 β内的任意一条直线 n

∴$m\perp n$ 是 $m\perp l$ 的必要不充分条件.

故选：B.

【点睛】

本题考点有两个：①考查了充分必要条件的判断，在确定好大前提的条件下，从 $m\perp n$ $m\perp l$? 和 $m\perp l$ $m\perp n$? 两方面进行判断；②是空间的垂直关系，一般利用长方体为载体进行分析.

3、C

【解析】

根据等差数列的性质可得 $2(a_3\quad a_5\quad a_7)\quad 3(a_8\quad a_{12})\quad 6a_5\quad 6a_{10}\quad 66$，即 $a_5\quad a_{10}\quad 11$，

所以 $S_{14}\quad \frac{14(a_1\quad a_{14})}{2}\quad 7(a_5\quad a_{10})\quad 77$，故选 C.

4、A

【解析】

由题意可知，随机变量 X 的可能取值有 0、1、2、3，计算出随机变量 X 在不同取值下的概率，进而可求得随机变

量 X 的数学期望值.

【详解】

由题意可知，随机变量 X 的可能取值有 0 、1、2 、3 ，

则 $P(X=0)=\frac{C_5^3}{C_8^3}=\frac{10}{56}$，$P(X=1)=\frac{C_5^2C_3^1}{C_8^3}=\frac{30}{56}$，$P(X=2)=\frac{C_5^1C_3^2}{C_8^3}=\frac{15}{56}$，$P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_8^3}=\frac{1}{56}$.

因此，随机变量 X 的数学期望为 $E(X)=0\times\frac{10}{56}+1\times\frac{30}{56}+2\times\frac{15}{56}+3\times\frac{1}{56}=\frac{9}{8}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查随机变量数学期望的计算，考查计算能力，属于基础题.

5、B

【解析】

通过复数的模以及复数的代数形式混合运算，化简求解即可.

【详解】

复数 z 满足 $z(1+i)=\left|1-\sqrt{3}i\right|=2$，

$\therefore z=\frac{2}{1+i}=\frac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)}=1-i$,

故选B.

【点睛】

本题主要考查复数的基本运算，复数模长的概念，属于基础题.

6、C

【解析】

由 $7S_2=4S_4$ 可得 $3(a_1+a_2)=4(a_3+a_4)$，故可求 q 的值.

【详解】

因为 $7S_2=4S_4$，所以 $3(a_1+a_2)=4(S_4-S_2)=4(a_3+a_4)$，

故 $q^2=\frac{3}{4}$，因 $\{a_n\}$ 为正项等比数列，故 $q>0$，所以 $q=\frac{\sqrt{3}}{2}$，故选 C.

【点睛】

一般地，如果 $\{a_n\}$ 为等比数列，S_n 为其前 n 项和，则有性质：

（1）若 $m,n,p,q\in N^*, m+n=p+q$，则 $a_ma_n=a_pa_q$；

（2）公比 $q \quad 1$ 时，则有 $S_n \quad A \quad Bq^n$，其中 A, B 为常数且 $A \quad B \quad 0$；

（3）$S_n, S_{2n} \quad S_n, S_{3n} \quad S_{2n}, \cdots$ 为等比数列（$S_n \quad 0$）且公比为 q^n.

7、A

【解析】

求出 $f(x) \quad 6x^2 \quad 2ax$，对 a 分类讨论，求出 $(0, \quad)$ 单调区间和极值点，结合三次函数的图像特征，即可求解.

【详解】

$f(x) \quad 6x^2 \quad 2ax \quad 6x(x \quad \frac{a}{3})$,

若 $a \quad 0$，$x \quad (0, \quad), f(x) \quad 0$,

$f(x)$ 在 $0, \quad$ 单调递增，且 $f(0) \quad 1 \quad 0$,

$f(x)$ 在 $0, \quad$ 不存在零点；

若 $a \quad 0$，$x \quad (0, \frac{a}{3}), f(x) \quad 0, x \quad (0, \quad), f(x) \quad 0$,

$f \ x \quad 2x^3 \quad ax^2 \quad 1$ 在 $0, \quad$ 内有且只有一个零点，

$f(\frac{a}{3}) \quad \frac{1}{27}a^3 \quad 1 \quad 0, \quad a \quad 3$.

故选:A.

【点睛】

本题考查函数的零点、导数的应用，考查分类讨论思想，熟练掌握函数图像和性质是解题的关键，属于中档题.

8、A

【解析】

根据幂函数的定义域与分母不为零列不等式组求解即可.

【详解】

因为函数 $y = \sqrt{2x-3} + \frac{1}{x-3}$，$\therefore \begin{cases} 2x-3 \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases}$，

解得 $x \geq \frac{3}{2}$ 且 $x \neq 3$；

$\therefore$ 函数 $f(x) = \sqrt{2x-3} + \frac{1}{x-3}$ 的定义域为 $\left[\frac{3}{2}, 3\right) \cup (3, +\infty)$，故选 A .

【点睛】

定义域的三种类型及求法：(1)已知函数的解析式，则构造使解析式有意义的不等式(组)求解；(2) 对实际问题：由实际意义及使解析式有意义构成的不等式(组)求解；(3) 若已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[a,b]$，则函数 $f(g(x))$ 的定义域由不等式

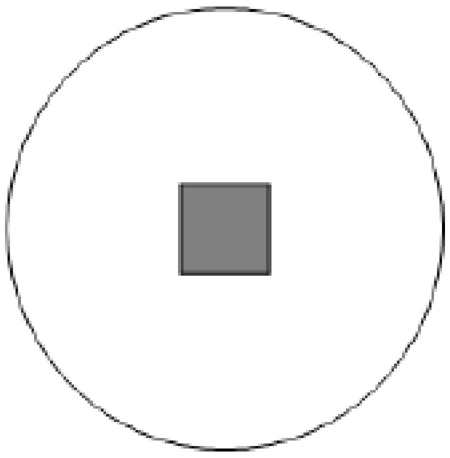
$a \le g(x) \le b$求出.

9、B

【解析】

结合随机模拟概念和几何概型公式计算即可

【详解】



如图，由几何概型公式可知：$\frac{S_{正}}{S_{圆}} \quad \frac{4^2}{10^2} \quad \frac{51}{1000} \qquad 3.137$.

故选：B

【点睛】

本题考查随机模拟的概念和几何概型，属于基础题

10、A

【解析】

根据题意，用 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ 表示出 $\overrightarrow{AH},\overrightarrow{BH}$ 与 $\overrightarrow{AM}$ ，求出 ， 的值即可.

【详解】

解：根据题意，设 $\overrightarrow{BH} \quad x\overrightarrow{BC}$ ，则

$$\overrightarrow{AM} \quad \frac{1}{2}\overrightarrow{AH} \quad \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{BH}) \quad \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} \quad x\overrightarrow{BC}) \quad \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \quad \frac{1}{2}x(\overrightarrow{AC} \quad \overrightarrow{AB}) \quad \frac{1}{2}(1 \quad x)\overrightarrow{AB} \quad \frac{1}{2}x\overrightarrow{AC},$$

又 $\overrightarrow{AM} \quad \overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{AC}$ ，

$$\frac{1}{2}(1 \quad x), \quad \frac{1}{2}x,$$

$$\frac{1}{2}(1 \quad x) \quad \frac{1}{2}x \quad \frac{1}{2},$$

故选： A.

【点睛】

本题主要考查了平面向量基本定理的应用，关键是要找到一组合适的基底表示向量，是基础题.

11、A

【解析】

试题分析：$U\quad A\quad B\quad 3,4,5,7,8,9$，$A\quad B\quad 4,7,9$，所以$C_U(A\quad B)\quad 3,5,8$，即集合$C_U(A\quad B)$中共有 3 个元素，故选 A .

考点：集合的运算.

12、C

【解析】

①：由抛物线的定义可知$|AF|\quad a\quad 1\quad 5$，从而可求 A 的坐标；②：做 A 关于准线 $x\quad 1$ 的对称点为 A'，通过分析可知当 A',P,O 三点共线时 $|PA|\quad |PO|$ 取最小值，由两点间的距离公式，可求此时最小值$|A'O|$；③：设出直线 l 方程，联立直线与抛物线方程，结合韦达定理，可知焦点坐标的关系，进而可求 $k_{MB}\quad k_{MC}\quad 0$，从而可判断出 OMB ，OMC 的关系；④：计算直线OD ,OB 的斜率之差，可得两直线斜率相等，进而可判断三点 B、O、D 在同一条直线上.

【详解】

解：对于①，设 $A\quad a,b$ ，由抛物线的方程得 $F\quad 1,0$ ，则$|AF|\quad a\quad 1\quad 5$， 故 $a\quad 4$，

所以 $A\quad 4,4$ 或 $4,\ 4$ ，所以满足条件的点 A 有二个，故①不正确；

对于②，不妨设 $A\quad 4,4$ ，则 A 关于准线 $x\quad 1$ 的对称点为 $A'\quad 6,4$ ，

故$|PA|\quad |OP|\quad |PA'|\quad |OP|\quad |A'O|\quad \sqrt{52}\quad 2\sqrt{13}$，

当且仅当 A',P,O 三点共线时等号成立，故②正确；

对于③，由题意知，$M\quad 1,0$ ，且 l 的斜率不为0，则设 l 方程为：$x\quad my\quad 1\ m\quad 0$ ，

设 l 与抛物线的交点坐标为 $B\quad x_1,y_1$,$C\quad x_2,y_2$ ，联立直线与抛物线的方程为，

$\begin{matrix} x\quad my\quad 1 \\ y^2\quad 4x \end{matrix}$ ，整理得 $y^2\quad 4my\quad 4\quad 0$，则 $y_1\quad y_2\quad 4m, y_1y_2\quad 4$，所以

$x_1\quad x_2\quad 4m^2\quad 2$，$x_1x_2\quad my_1\quad 1\quad my_2\quad 1\quad 4m^2\quad 4m^2\quad 1\quad 1$

则 $k_{MB}\quad k_{MC}\quad \dfrac{y_1}{x_1\quad 1}\quad \dfrac{y_2}{x_2\quad 1}\quad \dfrac{y_1\ x_2\quad 1\quad y_2\ x_1\quad 1}{x_1\quad 1\ x_2\quad 1}\quad \dfrac{2y_1\quad 2y_2\quad 2my_1y_2}{x_1\quad x_2\quad x_1x_2\quad 1}$

$\dfrac{2\quad 4m\quad 2m\quad 4}{4m^2\quad 2\quad 1\quad 1}\quad 0$.故 MB ,MC 的倾斜角互补，所以 $OMB\quad OMC$ ，故③正确 .

对于④，由题意知$D\quad 1,y_2$ ，由③知，$y_1\quad y_2\quad 4m$，$y_1y_2\quad 4$

则$k_{OB}\quad \frac{y_1}{x_1}\quad \frac{4}{y_1}$，$k_{OD}\quad y_2$ ，由$k_{OB}\quad k_{OD}\quad \frac{4}{y_1}\quad y_2\quad \frac{4\quad y_1y_2}{y_1}\quad 0$，

知$k_{OB}\quad k_{OD}$ ，即三点B、O、D 在同一条直线上，故④正确.

故选:C.

【点睛】

本题考查了抛物线的定义，考查了直线与抛物线的位置关系，考查了抛物线的性质，考查了直线方程，考查了两点的斜率公式.本题的难点在于第二个命题，结合初中的"饮马问题"分析出何时取最小值.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、10

【解析】

根据已知数据直接计算即得.

【详解】

由题得，$\bar{x}\quad \frac{9.4\quad 9.7\quad 9.8\quad 10.3\quad 10.8}{5}\quad 10$.

故答案为：10

【点睛】

本题考查求平均数，是基础题.

14、$\frac{4}{3}\sqrt{6}\qquad 2\sqrt{2}\quad 2$

【解析】

三棱锥$A\quad BCD$ 的底面边长和侧棱长都为 4，所以 B 在平面ACD 的投影为 ACD 的重心，利用解直角三角形，即可求出点 B 到平面ACD 的距离；$OB\quad OC$ ，可得点O 是以BC 为直径的球面上的点，所以O 到直线AD 的距离为以BC 为直径的球面上的点到AD 的距离，

最大距离为分别过BC 和AD 的两个平行平面间距离加半径，即可求出结论.

【详解】

ACD 边长为 4，则中线长为 $4\quad \frac{\sqrt{3}}{2}$，

点 B 到平面 ACD 的距离为$\sqrt{16\quad 4\quad \frac{2}{3}\quad \frac{\sqrt{3}}{2}\quad ^{2}}\quad \frac{4}{3}\sqrt{6}$，

点O 是以BC 为直径的球面上的点，