四川省达州市2024-2025学年高三上学期10月月考数学检测试题

注意事项：

1.本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分；

2.本堂考试时间120分钟，满分150分；

3.答题前考生务必先将自己的姓名、学号填写在答题卡上，并用2B铅笔填涂；

4.考试结束后将答题卡交回.

第I卷（选择题部分，共58分）

一、单项选择题：本题共8个小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\mid 2^x>8\}$， $B=\{x\mid x^2-2x-8\le 0\}$，则 $\left(\complement_{\mathrm{R}}A\right)\cap B=$ （　　）

A. $\left[-2,3\right]$　　　　B. $\left(-2,3\right]$

C. $\left[-4,3\right]$　　　　D. $\left[-4,3\right)$

2. 命题 $p:\forall x>0,x^2-ax+1>0$ 的否定是（　）

A. $\forall x>0,x^2-ax+1\le 0$　　　　B. $\forall x\le 0,x^2-ax+1>0$

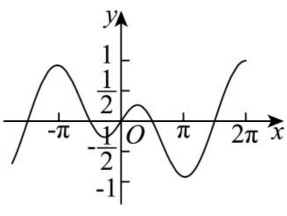
C. $\exists x>0,x^2-ax+1\le 0$　　　　D. $\exists x\le 0,x^2-ax+1\le 0$

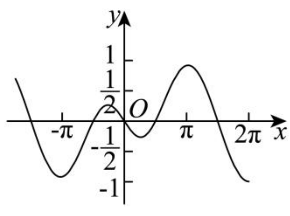
3. 已知 $m\in\mathbf{R}$， $n\in\mathbf{R}$，则“$m^2+n^2>8$”是“$mn>4$”的（　　）

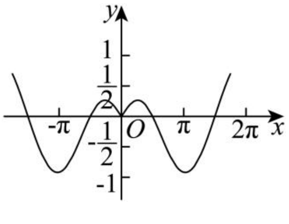
A. 充分不必要条件　　　　B. 必要不充分条件

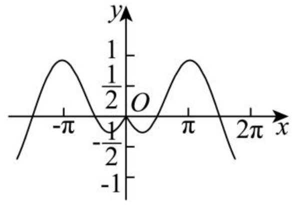
C. 充要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

4. 函数 $f\left(x\right)=\left(1-\dfrac{2}{\mathrm{e}^x+1}\right)\cos\left(2\pi-x\right)$ 的图像大致为（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

5. 若$a,b,c\in \mathrm{R}$，且$a>b>c,a+b+c>0,$则下列命题正确的是（　　）

A. $\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$　　　　B. $\dfrac{b+1}{a+1}<\dfrac{b}{a}$

C. $c^3<a^3$　　　　D. 若$ac<0$，则$cb^2<ab^2$

6. 下列说法正确的有是（　　）

A. 若函数$f\left(x\right)$为奇函数，则$f\left(0\right)=0$；

B. 函数$f\left(x\right)=\dfrac{1}{x-1}$在$\left(-\infty,1\right)\cup\left(1,+\infty\right)$上是单调减函数；

C. 若函数$y=f\left(2x+1\right)$的定义域为$\left[2,3\right]$，则函数$f\left(x\right)$的定义域为$\left[\dfrac{1}{2},1\right]$；

D. 将$y=f\left(2x\right)$的图像向右平移$\dfrac{1}{2}$个单位，可得$y=f\left(2x-1\right)$的图像

7. 已知定义在 R 上的函数$f(x)$满足$f(x)=f(2-x)$，$f(x)+f(-x)=0$，且在$[0,1]$上有

$f(x)=\left(\dfrac{1}{4}\right)^x$，则$f(2020.5)=$（　　）

A. $-\dfrac{1}{16}$　　B. $\dfrac{1}{16}$　　C. $\dfrac{1}{4}$　　D. $\dfrac{1}{2}$

8. 定义$\min\left\{p,q,r\right\}$表示p,q,r中的最小值.已知实数a,b,c满足$a+b+c=0,abc=2$，则（　　）

A. $\min\left\{a,b,c\right\}$的最大值是 2

B. $\min\left\{a,b,c\right\}$的最大值是$-\sqrt[3]{4}$

C. $\max\left\{a,b,c\right\}$的最小值是 2

D. $\max\left\{a,b,c\right\}$的最小值是$\sqrt[3]{4}$

二、多项选择题：本题共 3 个小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求；全部选对的得 6 分，部分选对得部分分，有选错的得 0 分.

9. 已知正数 x、y，满足$x+y=2$，则下列说法正确的是（　　）

A. xy 的最大值为 1　　　　B. $\sqrt{x}+\sqrt{y}$的最大值为 2

C. $\frac{2}{x}+\frac{1}{y}$的最小值为$2\sqrt{2}$　　　　D. $\frac{x^2}{x+1}+\frac{y^2}{y+1}$的最小值为 1

10. 函数$f(x)=2^{2x}-2^{x+1}+2$的定义域为M，值域为$[1,2]$，下列结论中一定成立的结论的序号是（　　）

A. $M\subseteq(-\infty,1]$　　B. $M\supseteq[-2,1]$　　C. $1\in M$　　D. $0\in M$

11. 若$2^{a+1}=3,2^b=\frac{8}{3}$，则以下结论正确的有（　　）

A. $b-a>1$　　　　B. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}>2$

C. $ab>\frac{3}{4}$　　　　D. $b^2<2a$

第 II 卷（非选择题部分，共 92 分）

三、填空题：本题共 3 个小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 计算$(\frac{4}{9})^{-\frac{1}{2}}+(-\frac{7}{6})^0-\sqrt{(-2)^2}=$______.

13. 已知函数$f(x)=\left|\log_2(x+1)\right|$，若$-1<a<b$，且$f(a)=f(b)$，则$a+b+2$的取值范围是__________.

14. 已知不等式$x\ln x-m\ln x\geq x+n$对$\forall x>0$恒成立，则当$\frac{n}{m}$取最大值时，$m=$__________.

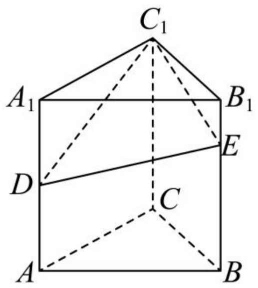
四、解答题：本题共 5 个小题，共 70 分，其中 15 题 13 分，16、17 题每题 15 分，17、18 题每题 17 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 在$\triangle ABC$中，内角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，且满足$b\sin A=a\cos\left(B-\frac{\pi}{6}\right)$

（1）求$\angle B$；

（2）若$b=2$，求$\triangle ABC$周长的取值范围.

16. 如图，在正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AB=1,AA_1=4,D$是AA_1中点，E在棱BB_1上，且$BE=3B_1E$.



（1）求证：平面 $C_1DE\perp$ 平面 AA_1C_1C；

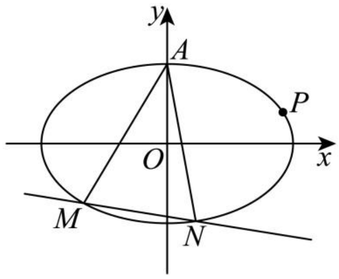
（2）求平面 C_1DE 与平面 ABC 的夹角的余弦值.

17. 已知函数 $g\left(x\right)=\dfrac{1}{2}x^2-ax-2\ln x, f\left(x\right)=x^2-\left(2a+1\right)x+a\ln x+a, a\in\mathbf{R}$

（1）若 $\forall x_1,x_2\in\left[2,6\right]$ 时 $\dfrac{g\left(x_1\right)-g\left(x_2\right)}{x_1-x_2}>0\left(x_1\neq x_2\right)$，求实数 a 的取值范围.

（2）当 $a\in\mathbf{R}$ 时，讨论 $f\left(x\right)$ 的单调性.

18. 如图，已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过点 $P\left(3,1\right)$，焦距为 $4\sqrt{2}$，斜率为 $-\dfrac{1}{3}$ 的直线 l 与椭圆 C 相交于异于点 P 的 M,N 两点，且直线 PM,PN 均不与 x 轴垂直.



（1）求椭圆 C 的方程；

（2）若 $MN=\sqrt{10}$，求 MN 的方程；

（3）记直线 PM 的斜率为 k_1，直线 PN 的斜率为 k_2，证明: k_1k_2 为定值.

19. 设函数 $f\left(x\right)=\mathrm{e}^x-ax$，其中 $a\in\mathbf{R}$.

（1）讨论函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left[1,+\infty\right)$ 上的极值；

（2）过点 $P\left(1,0\right)$ 可作函数 $f\left(x\right)$ 的两条切线，求 a 的取值范围；

（3）若函数 $f\left(x\right)$ 有两零点 $x_1,x_2\left(x_1<x_2\right)$，且满足 $\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}>1$，求正实数 λ 的取值范围.

四川省达州市2024-2025学年高三上学期10月月考数学检测试题

注意事项：

1.本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分；

2.本堂考试时间 120 分钟，满分 150 分；

3.答题前考生务必先将自己的姓名、学号填写在答题卡上，并用 2B 铅笔填涂；

4.考试结束后将答题卡交回.

第 I 卷（选择题部分，共 58 分）

一、单项选择题：本题共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\mid 2^x>8\}$，$B=\{x\mid x^2-2x-8\le 0\}$，则 $\left(\complement_R A\right)\cap B=$（　　）

A. $[-2,3]$　　　　B. $(-2,3]$

C. $[-4,3]$　　　　D. $[-4,3)$

【答案】A

【解析】

【分析】解不等式化简集合 A,B，再利用补集、交集的定义求解即得.

【详解】集合 $A=\{x\mid 2^x>2^3\}=(3,+\infty)$，则 $\complement_R A=(-\infty,3]$，又 $B=\{x\mid (x+2)(x-4)\le 0\}=[-2,4]$，

所以 $\left(\complement_R A\right)\cap B=[-2,3]$.

故选：A

2. 命题 $p:\forall x>0, x^2-ax+1>0$ 的否定是（　）

A. $\forall x>0, x^2-ax+1\le 0$　　　　B. $\forall x\le 0, x^2-ax+1>0$

C. $\exists x>0, x^2-ax+1\le 0$　　　　D. $\exists x\le 0, x^2-ax+1\le 0$

【答案】C

【解析】

【分析】由全称量词命题的否定形式即可求.

【详解】命题 $p:\forall x>0, x^2-ax+1>0$ 的否定是：$\exists x>0, x^2-ax+1\le 0$.

故选：C

3. 已知 $m\in\mathbf{R}$，$n\in\mathbf{R}$，则“$m^2+n^2>8$”是“$mn>4$”的（　　）

A. 充分不必要条件　　　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】

【分析】根据不等式的性质可得必要性，举反例可说明不充分性，即可求解.

【详解】当 $mn>4$ 时，$m^2+n^2\geq 2mn>8$，故 $m^2+n^2>8$，

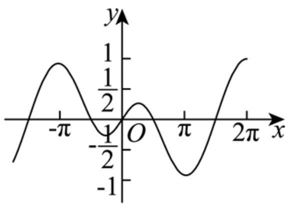
故“$m^2+n^2>8$”是“$mn>4$”的必要条件，

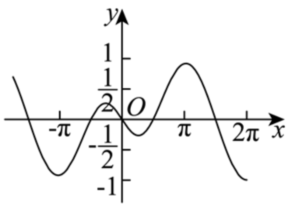
当 $m^2+n^2>8$ 时，比如 $m=1,n=-4$，但是 $mn=-4<0$，故“$m^2+n^2>8$”是“$mn>4$”的不充分条件，

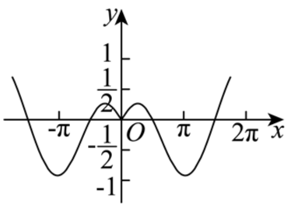
故“$m^2+n^2>8$”是“$mn>4$”的必要不充分条件，

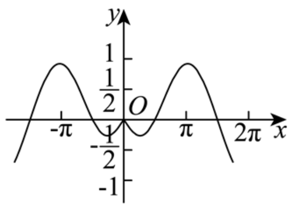
故选：B

4. 函数 $f\left(x\right)=\left(1-\dfrac{2}{\mathrm{e}^x+1}\right)\cos\left(2\pi-x\right)$ 的图像大致为（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据奇偶性以及 $0<x<\dfrac{\pi}{2}$ 时 $f(x)$ 的正负即可判断.

【详解】函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $f\left(x\right)=\dfrac{\mathrm{e}^x-1}{\mathrm{e}^x+1}\cos x$，

$\because f\left(-x\right)=\dfrac{\mathrm{e}^{-x}-1}{\mathrm{e}^{-x}+1}\cos\left(-x\right)=\dfrac{1-\mathrm{e}^x}{1+\mathrm{e}^x}\cos x=-f\left(x\right)$，

\ $f\left(x\right)$ 是奇函数，排除选项 C 和 D，当 $0<x<\dfrac{\pi}{2}$ 时，$f\left(x\right)>0$，

排除选项 B.

故选：A.

5. 若 $a,b,c\in \mathrm{R}$，且 $a>b>c,a+b+c>0,$ 则下列命题正确的是（　　）

A. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

B. $\frac{b+1}{a+1}<\frac{b}{a}$

C. $c^3<a^3$

D. 若 $ac<0$，则 $cb^2<ab^2$

【答案】C

【解析】

【分析】运用特殊值，结合作差法逐个判断即可.

【详解】由于 $a>b>c,a+b+c>0,$

对于 A，设 $a=4,b=2,c=1,4>2>1,4+2+1>0,$ 则 $\frac{1}{a}=\frac{1}{4}<\frac{1}{b}=\frac{1}{2}$，故 A 错误；

对于 B，设 $a=4,b=0,c=-1,4>0>-1,4+0+\left(-1\right)>0,$ 则 $\frac{b+1}{a+1}=\frac{1}{5}>0=\frac{b}{a}$，故 B 错误；

对于 C，$a^3-c^3=\left(a-c\right)\left(a^2+ac+c^2\right)=\left(a-c\right)\left(\left(a+\frac{1}{2}c\right)^2+\frac{3}{4}c^2\right)$，由于 $a>c$，则 $a-c>0$.

$\left(a+\frac{1}{2}c\right)^2+\frac{3}{4}c^2>0$，

则 $a^3-c^3>0$.则 $c^3<a^3$.故 C 正确.

对于 D，设 $a=4,b=0,c=-1,4>0>-1,4+0+\left(-1\right)>0,\ ac=-4<0$，则 $cb^2=0=ab^2$，故 D 错误；

故选：C.

6. 下列说法正确的有是（　　）

A. 若函数 $f\left(x\right)$ 为奇函数，则 $f\left(0\right)=0$；

B. 函数 $f\left(x\right)=\frac{1}{x-1}$ 在 $\left(-\infty,1\right)\cup\left(1,+\infty\right)$ 上是单调减函数；

C. 若函数 $y=f\left(2x+1\right)$ 的定义域为 $\left[2,3\right]$，则函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为 $\left[\frac{1}{2},1\right]$；

D. 将 $y=f\left(2x\right)$ 的图像向右平移 $\frac{1}{2}$ 个单位，可得 $y=f\left(2x-1\right)$ 的图像

【答案】D

【解析】

【分析】对于 A，根据奇函数的性质，结合反例，可得答案；

对于 B，根据单调性的性质，结合反例，可得答案；

对于 C，根据定义域的定义，结合抽象函数的性质，可得答案；

对于 D，根据函数平移的运算，可得答案.

【详解】对于 A，若 $f\left(x\right)=\frac{1}{x}$，则该函数为奇函数，但在 $x=0$ 出无意义，故 A 错误；

对于 B，由 $-2<-1<1<2$，则 $f\left(-2\right)=\frac{1}{-2-1}=-\frac{1}{3}$，$f\left(2\right)=\frac{1}{2-1}=1$，则 $f\left(-2\right)<f\left(2\right)$，故 B 错误；

对于 C，由函数 $y=f\left(2x+1\right)$，$2\le x\le 3$，则 $5\le 2x+1\le 7$，所以函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为 $\left[5,7\right]$，故 C 错误

对于 D，将 $y=f\left(2x\right)$ 的图像向右平移 $\frac{1}{2}$ 个单位，可得 $y=f\left(2\left(x-\frac{1}{2}\right)\right)=f\left(2x-1\right)$ 的图象，故 D 正确.

故选：D.

7. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=f(2-x)$，$f(x)+f(-x)=0$，且在 $[0,1]$ 上有 $f(x)=\left(\frac{1}{4}\right)^x$，则 $f(2020.5)=$（　　）

A. $-\frac{1}{16}$　　B. $\frac{1}{16}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】

由已知条件可知 $f(x)$ 为奇函数且周期为 4，利用函数的周期，结合其区间解析式即可求 $f(2020.5)$ 的值.

【详解】由 $f(x)+f(-x)=0$ 知：$f(-x)=-f(x)$，即 $f(x)$ 为奇函数，

$\because f(x)=f(2-x)$，有 $f(x+2)=f(-x)=-f(x)$，

$\therefore f(x+4)=-f(x+2)=f(x)$，故 $f(x)$ 为周期为 4 的函数，

在 $[0,1]$ 上有 $f(x)=\left(\frac{1}{4}\right)^x$，所以 $f(2020.5)=f(4\times 505+\frac{1}{2})=f(\frac{1}{2})=(\frac{1}{4})^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$，

故选：D

【点睛】本题考查了函数的性质，根据函数的奇偶性、周期性以及区间解析式求函数值，属于基础题.

8. 定义$\min\left\{p,q,r\right\}$表示p,q,r中的最小值.已知实数a,b,c满足$a+b+c=0,abc=2$，则（　　）

A. $\min\left\{a,b,c\right\}$的最大值是2

B. $\min\left\{a,b,c\right\}$的最大值是$-\sqrt[3]{4}$

C. $\max\left\{a,b,c\right\}$的最小值是2

D. $\max\left\{a,b,c\right\}$的最小值是$\sqrt[3]{4}$

【答案】C

【解析】

【分析】由题先分析出实数a，b，c一正两负，然后利用基本不等式放缩求出最大值的最小值即可.

【详解】因为$abc=2$，$a+b+c=0$，

所以在a，b，c中，2个为负数，1个为正数，

不妨设$c>0$，则$\max\{a,b,c\}=c$.

因为$2\sqrt{ab}\le\left(-a\right)+\left(-b\right)=c$，所以$ab\le\frac{c^2}{4}$，因为$c>0$，$abc=2$，

所以$\frac{2}{c}\le\frac{c^2}{4}$，$\frac{c^3}{4}\ge2$，则$c\ge2$，

故$\max\left\{a,b,c\right\}$的最小值是2，无最大值.

故选：C.

二、多项选择题：本题共3个小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求；全部选对的得6分，部分选对得部分分，有选错的得0分.

9. 已知正数x、y，满足$x+y=2$，则下列说法正确的是（　　）

A. xy的最大值为1

B. $\sqrt{x}+\sqrt{y}$的最大值为2

C. $\frac{2}{x}+\frac{1}{y}$的最小值为$2\sqrt{2}$

D. $\frac{x^2}{x+1}+\frac{y^2}{y+1}$的最小值为1

【答案】ABD

【解析】

【分析】对于AB，利用基本不等式及其推论即可判断；对于CD，利用换元法与基本不等式“1”的妙用即可

判断.

【详解】对于 A，因为$x>0, y>0, x+y=2$，

所以$2=x+y \geq 2\sqrt{xy}$，则$xy \leq 1$，

当且仅当$x=y$且$x+y=2$，即$x=y=1$时，等号成立，

所以 xy 的最大值为 1，故 A 正确；

对于 B，因为$2\left(a^2+b^2\right)-(a+b)^2=a^2+b^2-2ab=(a-b)^2 \geq 0$，

所以$(a+b)^2 \leq 2\left(a^2+b^2\right)$，当且仅当$a=b$时，等号成立，

所以$(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2 \leq 2\left[(\sqrt{x})^2+(\sqrt{y})^2\right]=2(x+y)=4$，则$\sqrt{x}+\sqrt{y} \leq 2$，

当且仅当$\sqrt{x}=\sqrt{y}$且$x+y=2$，即$x=y=1$时，等号成立，

所以$\sqrt{x}+\sqrt{y}$的最大值为 2，故 B 正确；

对于 C，$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2}(x+y)\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{y}\right)=\frac{1}{2}\left(3+\frac{2y}{x}+\frac{x}{y}\right) \geq \frac{1}{2}\left(3+2\sqrt{\frac{2y}{x} \cdot \frac{x}{y}}\right)=\frac{3}{2}+\sqrt{2}$，

当且仅当$\frac{2y}{x}=\frac{x}{y}$且$x+y=2$，即$x=4-2\sqrt{2}, y=2\sqrt{2}-2$时等号成立，

所以$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}$的最小值为$\frac{3}{2}+\sqrt{2}$，故 C 错误；

对于 D，令$s=x+1$，$t=y+1$，则$x=s-1$，$y=t-1$，$s+t=x+y+2=4$，$s>0, t>0$，

所以$\frac{x^2}{x+1}+\frac{y^2}{y+1}=\frac{(s-1)^2}{s}+\frac{(t-1)^2}{t}=s-2+\frac{1}{s}+t-2+\frac{1}{t}=\frac{1}{s}+\frac{1}{t}$

$=\frac{1}{4}(s+t)\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{t}\right)=\frac{1}{4}\left(2+\frac{t}{s}+\frac{s}{t}\right) \geq \frac{1}{4}\left(2+2\sqrt{\frac{t}{s} \cdot \frac{s}{t}}\right)=1$，

当且仅当$s=t$且$s+t=4$，即$s=t=2$，即$x=y=1$时，等号成立，

所以$\frac{x^2}{x+1}+\frac{y^2}{y+1}$的最小值为 1，故 D 正确.

故选：ABD.

【点睛】方法点睛：在应用基本不等式求最值时，要把握不等式成立的三个条件，就是“一正——各项均为正；二定——积或和为定值；三相等——等号能否取得”，若忽略了某个条件，就会出现错误．

10. 函数 $f(x)=2^{2x}-2^{x+1}+2$ 的定义域为 M ，值域为 $[1,2]$ ，下列结论中一定成立的结论的序号是（　　）

A. $M\subseteq(-\infty,1]$　　B. $M\supseteq[-2,1]$　　C. $1\in M$　　D. $0\in M$

【答案】ACD

【解析】

【分析】先研究值域为 $\left[1,2\right]$ 时函数的定义域，再研究使得值域为 $\left[1,2\right]$ 得函数的最小值的自变量的取值集合，研究函数值取 1，2 时对应的自变量的取值，由此可判断各个选项.

【详解】由于 $f(x)=2^{2x}-2^{x+1}+2=(2^x-1)^2+1\in\left[1,2\right]$，

$\therefore(2^x-1)^2\in\left[0,1\right]$，$\therefore 2^x-1\in\left[-1,1\right]$，$\therefore 2^x\in\left[0,2\right]$，$\therefore x\in\left(-\infty,1\right]$，

即函数 $f(x)=2^{2x}-2^{x+1}+2$ 的定义域为 $\left(-\infty,1\right]$

当函数的最小值为 1 时，仅有 $x=0$ 满足，所以 $0\in M$ ，故 D 正确；

当函数的最大值为 2 时，仅有 $x=1$ 满足，所以 $1\in M$ ，故 C 正确；

即当 $M=\left[0,1\right]$ 时，函数的值域为 $\left[1,2\right]$，故 $M\subseteq\left(-\infty,1\right]$，故 $M\supseteq[-2,1]$ 不一定正确，故 A 正确，B 错误；

故选：ACD

【点睛】关键点睛：本题考查函数的定义域及其求法，解题的关键是通过函数的值域求出函数的定义域，再利用元素与集合关系的判断，集合的包含关系判断，考查了学生的逻辑推理与转化能力，属于基础题.

11. 若 $2^{a+1}=3,2^b=\dfrac{8}{3}$，则以下结论正确的有（　　）

A. $b-a>1$　　B. $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}>2$

C. $ab>\dfrac{3}{4}$　　D. $b^2<2a$

【答案】BC

【解析】

【分析】由对数定义求出 a,b ，再根据不等式的性质判断．作差并利用二次函数性质得出结论．

【详解】由题意得 $a=\log_2 3-1$ ，$b=\log_2\dfrac{8}{3}=3-\log_2 3$ ，

$b-a-1=3-\log_2 9$ ，而 $\log_2 9>3$ ，$\therefore b-a-1<0$ ，A 错误；

$\because a>0,b>0$ ，$a+b=2$ ，$a\neq b$ ，