

中考总复习考点 04 图形的性质-【口袋书】2022 年中考 数学必背知识手册

考点 04 图形的性质



知识归纳

知识点 1: 线、角、相交线与平行线

1. 直线、射线、线段与角

- (1) 直线公理:经过两点有且只有一条直线.直线是向两方无限延伸的, 直线没有端点。
 - (2) 射线: 直线上一点和它一旁的部分叫做射线,这点叫做射线的端点,射线向一方无限延伸, 射线只有一个端点。
 - (3) 线段:直线上两个点和它们之间的部分叫做线段.线段有两个端点, 有长短之分,将某一线段分成两条相等的线段的点叫做该线段的中点。
 - (4) 两点确定一条直线,两点之间线段最短,两点之间线段的长度叫做两点之间的距离。
 - (5) $1^\circ = 60', 1' = 60''$ 。
 - (6) $1 \text{ 周角} = 2 \text{ 平角} = 4 \text{ 直角} = 360^\circ$ 。
 - (7) 余角、补角: 如果两个角的和等于 90° ,就说这两个角互为余角, 同角或等角的余角相等;如果两个角的和等于 180° , 就说这两个角互为补角, 同角或等角补角相等。
2. 对顶角:一个角的两边是另一个角的两边的反向延长线,则称这两个角是对顶角,对顶角相等。
 3. 角平分线: 角平分线上的点到角两边的距离相等;到角两边距离相等的点在角平分线上。

考试卷题目, 多多益善

中考总复习考点 04 图形的性质-【口袋书】2022 年中考 数学必背知识手册

4. 在同一平面内,过一点有且只有一条直线与已知直线垂直。

5. 垂线段公理:直线外一点与已知线段连接的所有线段中, **垂线段**最短。

6. 线段垂直平分线

(1) 线段垂直平分线的定义: 垂直平分一条线段的直线叫做线段的垂直平分线。

(2) 线段的垂直平分线上的点到**这条线段两个端点**的距离相等, 到线段两端距离相等的点在线段的**垂直平分线上**。

7. 平行线

(1) 过直线外一点, 有且只有一条直线与这条直线平行。

(2) 平行线的性质:

- ① 两条直线平行, **同位角**相等;
- ② 两条直线平行, **内错角**相等;
- ③ 两条直线平行, **同旁内角**互补。

(3) 平行线的判定:

- ① **同位角**相等, 两条直线平行;
- ② **内错角**相等, 两条直线平行;
- ③ **同旁内角**互补, 两条直线平行。

知识点 2: 全等三角形

1. 全等三角形的定义: 能完全重合的两个三角形叫做全等三角形。

2. 全等三角形的判定方法

- (1) 有两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等。(简称“**SAS**”)
- (2) 有两角和它们的夹边对应相等的两个三角形全等。(简称“**ASA**”)
- (3) 有两角和其中一角的对边对应相等的两个三角形全等。(简称“**AA S**”)
- (4) 有三边对应相等的两个三角形全等。(简称“**SSS**”)
- (5) 有斜边和一条直角边对应相等的两个直角三角形全等。(简称“**HL**”)

3. 全等三角形的性质

- (1) 全等三角形的对应边、对应角相等。
- (2) 全等三角形的对应角平分线、对应中线、对应高相等。

考试卷题目, 多多益善

中考总复习考点 04 图形的性质-【口袋书】2022 年中考 数学必背知识手册

(3)全等三角形的周长相等、面积相等。

知识点 3: 等腰三角形、等边三角形、直角三角形

1. 等腰三角形

(1) 定义: 两边相等的三角形叫做等腰三角形。

(2) 性质: ①等腰三角形的两腰相等;

②等腰三角形的两底角相等, 即“等边对等角”;

③等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高互相重合, 即“三线合一”;

④等腰三角形是轴对称图形, 有一条对称轴, 对称轴是底边的垂直平分线。

(3) 判定:

①有两条边相等的三角形是等腰三角形;

②有两个角相等的三角形是等腰三角形, 即“等角对等边”。

2. 等边三角形

(1) 定义: 三边相等的三角形是等边三角形。

(2) 性质:

①等边三角形的三边相等, 三角相等, 且都等于 60° ;

②“三线合一”;

③等边三角形是轴对称图形, 有三条对称轴。

(3) 判定:

①三条边都相等的三角形是等边三角形;

②三个角都相等的三角形是等边三角形;

③有一个角是 60° 的等腰三角形是等边三角形。

3. 直角三角形

(1) 性质:

①直角三角形的两锐角互余;

②直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半;

③直角三角形中, 斜边上的中线长等于斜边长的一半。

(2) 判定: 有一个角是直角的三角形是直角三角形。

(3) 勾股定理及其逆定理

考试卷题目, 多多益善

中考总复习考点 04 图形的性质-【口袋书】2022 年中考 数学必背知识手册

①勾股定理:直角三角形中,两直角边的平方和等于斜边的平方;

②勾股定理的逆定理:若一个三角形中有两边的平方和等于第三边的平方,则这个三角形是直角三角形.

知识点 4:锐角三角函数

1. 锐角三角函数的概念

(1)锐角 A 的正弦、余弦、正切、余切都叫做 $\angle A$ 的锐角三角函数.

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$,

$\angle A$ 的正弦 $\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}}$, $\angle A$ 的余弦 $\cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}}$, $\angle A$ 的正切 $\tan A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\angle A \text{ 的邻边}}$.

2. 特殊角的三角函数值 (填写下表)

三角函数	30°	45°	60°
$\sin a$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos a$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan a$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

知识点 5:解直角三角形

1. 解直角三角形

(1) 解直角三角形的概念

在直角三角形中,除直角外,一共有 5 个元素,即 3 条边和 2 个锐角,由直角三角形中除直角外的已知元素求出所有未知元素的过程,叫做解直角三角形。

(2)直角三角形的解法

直角三角形的解法按除直角外已知 2 个元素的不同情况可大致分为四种类型:

①已知一条直角边和一个锐角(如 a , $\angle A$), 其解法为: $\angle B=90^\circ-\angle A$, $c = \frac{a}{\sin A}$;

②已知斜边和一个锐角(如 c , $\angle A$), 其解法为: $\angle B=90^\circ-\angle A$, $a = c \cdot \sin A$;

③已知两直角边(如 a , b), 其解法为: $c^2=a^2+b^2$, $\tan A = \frac{a}{b}$;

考试卷题目, 多多益善

中考总复习考点 04 图形的性质-【口袋书】2022 年中考 数学必背知识手册

④已知斜边和一直角边(如 c, a)，其解法为： $b^2=c^2-a^2$ ， $\sin A=\frac{a}{c}$ 。

2. 与解直角三角形有关的名词、术语

(1) 视角: 视线与水平线的夹角叫做视角。

从下向上看，叫做仰角；

从上往下看，叫做俯角。

(2) 方位角: 目标方向线与正北方向线顺时针时的夹角。

(3) 坡度、坡角: 坡面的垂直高度 (h) 和水平长度 (l) 的比叫做坡度(或坡比), 记作 $i=\frac{h}{l}$ 。坡面与水平面的夹角 (α)，叫做坡角。

知识点 6: 多边形

1. 多边形的内角和、外角和 n 边形的内角和为 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，外角和为 360° 。

2. 正多边形: 在平面内，各内角都相等，各边也都相等的多边形叫做正多边形。

3. 多边形的对角线: 在多边形中，连接互不相邻的两个顶点的线段。

知识点 7: 平行四边形

1. 平行四边形: 两组对边分别平行的四边形。

2. 平行四边形的性质

(1) 平行四边形的对边平行；

(2) 平行四边形的对边相等；

(3) 平行四边形的对角相等；

(4) 平行四边形的对角线互相平分。

3. 平行四边形的判定

(1) 两组对边分别平行的四边形是平行四边形；

(2) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形；

(3) 两组对角分别相等的四边形是平行四边形；

(4) 对角线互相平分的四边形是平行四边形；

(5) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形

知识点 8: 菱形

考试卷题目，多多益善

中考总复习考点 04 图形的性质-【口袋书】2022 年中考 数学必背知识手册

1. 定义:一组邻边相等的平行四边形叫做菱形。
2. 性质:菱形的四条边相等,两条对角线互相垂直平分,且每一条对角线平分一组对角。
3. 判定方法:
 - ①一组邻边相等的平行四边形是菱形;
 - ②对角线互相垂直的平行四边形是菱形;
 - ③四条边都相等的四边形是菱形。
4. 设菱形对角线长分别为 l_1 , l_2 , 则 $S_{\text{菱形}} = \frac{1}{2} l_1 l_2$ 。

知识点 9: 矩形

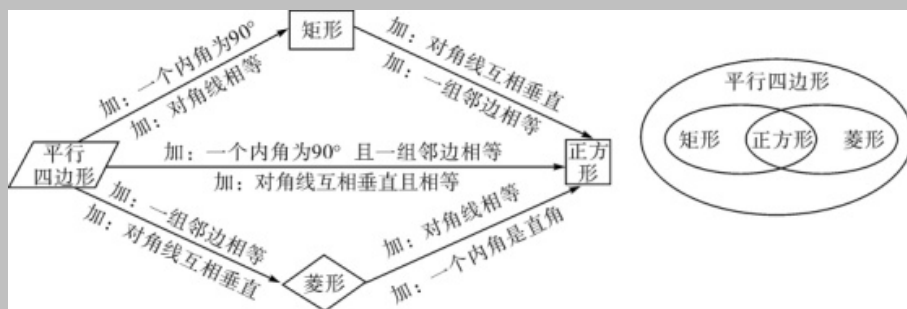
1. 定义:有一个内角是直角的平行四边形叫做矩形。
2. 性质:矩形的对角线互相平分且相等,四个角都是直角。
3. 判定方法:
 - ①有三个角是直角的四边形是矩形;
 - ②对角线相等的平行四边形是矩形;
 - ③有一个角是直角的平行四边形是矩形。
4. 设矩形的长和宽分别为 a , b , 则 $S_{\text{矩形}} = ab$ 。

知识点 10: 正方形

1. 正方形的定义:有一组邻边相等,并且有一个角是直角的平行四边形。
2. 正方形的性质
 - (1) 正方形既有矩形的性质,又有菱形的性质。
 - (2) 正方形的四个角都是直角,四条边相等。
 - (3) 正方形的对角线相等且互相垂直平分。
3. 正方形的判定方法
 - (1) 有一组邻边相等的矩形是正方形。
 - (2) 对角线互相垂直的矩形是正方形。
 - (3) 有一个角是直角的菱形是正方形。
 - (4) 对角线相等的菱形是正方形。
4. 平行四边形、矩形、菱形与正方形之间的联系

考试卷题目, 多多益善

中考总复习考点 04 图形的性质-【口袋书】2022 年中考 数学必背知识手册



知识点 11：圆的有关概念及性质

(1) 圆:平面上到定点的距离等于定长的所有点组成的图形叫做圆,圆既是轴对称图形也是中心对称图形.

(2) 圆具有对称性和旋转不变性.

(3) 不共线的三点确定一个圆.

(4)圆上各点到圆心的距离都等于半径.

(5) 圆上任意两点间的部分叫做弧,大于半圆周的弧称为优弧,小于半圆周的弧称为劣弧.

(6) 连接圆上任意两点的线段叫做弦,经过圆心的弦叫做直径.

(7)弧、弦、圆心角的关系

定理:在同圆或等圆中,相等的圆心角所对的弧相等,所对的弦也相等.

推论:在同圆或等圆中,两个圆心角、两条弧、两条弦中如果有一组量相等,则它们所对应的其余各组量也分别相等.

知识点 12：*垂径定理

(1) 定理:垂直于弦的直径平分弦,并且平分弦所对的两条弧.

(2) 推论 1:①平分弦(不是直径)的直径垂直于弦,并且平分弦所对的两条弧.

② 弦的垂直平分线经过圆心,并且平分弦所对的两条弧.

③ 平分弦所对的一条弧的直径,垂直平分弦,并且平分弦所对的另一条弧.

(3)推论 2:圆的两条平行弦所夹的弧相等.

注意:轴对称性是圆的基本性质,垂径定理及其推论就是根据圆的轴对称性总结出来的,它们是证明线段相等、角相等、垂直关系、弧相等和一条弦是直径的重要依据.遇弦作弦心距是圆中常用的辅助线.

知识点 13:与圆有关的角及其性质

(1) 圆心角:顶点在圆心,角的两边和圆相交的角叫做圆心角.

考试卷题目,多多益善

中考总复习考点 04 图形的性质-【口袋书】2022 年中考 数学必背知识手册

圆周角：顶点在圆上且角的两边和圆相交的角叫做圆周角。

(2) 圆周角定理

定理：一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半。

推论：

- ① 同弧或等弧所对的圆周角相等。
- ② 半圆(或直径)所对的圆周角是直径,90°的圆周角所对的弦是圆的直径。
- ③ 圆内接四边形的对角互补。

知识点 14: 圆周长、弧长计算

(1) 半径为 R 的圆周长: $C=\pi d=2\pi R$ 。

(2) 半径为 R 的圆中, n° 的圆心角所对的弧长为 l , 则 $l=\frac{n\pi R}{180}$ 。

知识点 15: 圆、扇形面积计算

(1) 半径为 R 的圆面积 $S=\pi R^2$

(2) 半径为 R 的圆中, 圆心角为 n° 的扇形面积为 $S_{\text{扇}}=\frac{1}{2}lR$ 或 $S_{\text{扇}}=\frac{n\pi R^2}{360}$ 。

知识点 16: 圆柱、圆锥的有关计算

(1) 圆柱的侧面展开图是长方形, 圆柱侧面积 $S=2\pi Rh$, 全面积 $S=2\pi Rh+2\pi R^2$ (R 表示底面圆的半径, h 表示圆柱的高)。

(2) 圆锥的侧面展开图是扇形, 圆锥侧面积 $S=\pi Rl$, 全面积 $S=\pi Rl+\pi R^2$ (R 表示底面圆的半径, l 表示圆锥的母线)。

(3) 圆柱的体积=底面积×高, 即 $V=Sh=\pi R^2 h$. 圆锥的体积 $=\frac{1}{3}\times$ 底面积×高, 即 $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$ 。

知识点 17: 正多边形与圆

(1) 正多边形: 各边相等, 各角相等的多边形叫做正多边形。

(2) 圆与正多边形的有关概念: 一个正多边形的外接圆的圆心叫做这个正多边形的中心, 外接圆的半径叫做正多边形的半径; 正多边形每一边所对的圆心角叫做正多边形的中心角, 中心到正多边形的一边的距离叫做正多边形的边心距。

(3) 正多边形的内角和 $= (n-2) \cdot 180^\circ$;

考试卷题目, 多多益善

中考总复习考点 04 图形的性质-【口袋书】2022 年中考 数学必背知识手册

正多边形的每个内角 = $\frac{(n-2)180}{n}$;

正多边形的周长 = 边长 × 边数;

正多边形的面积 = $\frac{1}{2}$ × 周长 × 边心距.

知识点 18: 点、线与圆的位置关系:

1. 如果圆的半径为 r , 某一点到圆心的距离为 d , 那么:

(1) 点在圆外 $\Leftrightarrow d > r$;

(2) 点在圆上 $\Leftrightarrow d = r$;

(3) 点在圆内 $\Leftrightarrow d < r$.

2. 直线与圆的位置关系有三种: 相离、相切和相交

位置关系	相离	相切	相交
图形			
公共点个数	0	1	2
数量关系	$d > r$	$d = r$	$d < r$

3. 切线的性质与判定

(1) 切线的性质定理: 圆的切线垂直于经过切点的半径。

(2) 切线的判定定理: 经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线。

4. *切线长定理

(1) 切线长: 经过圆外一点的圆的切线上, 这点和切点之间线段的长, 叫做这点到圆的切线长。

(2) 定理: 从圆外一点可以引圆的两条切线, 它们的切线长相等, 这一点和圆心的连线平分两条切线的夹角。



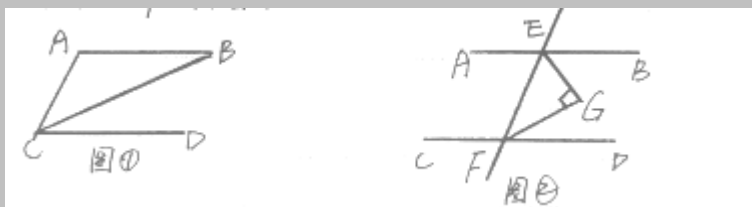
答题指导

考试卷题目, 多多益善

中考总复习考点 04 图形的性质-【口袋书】2022 年中考 数学必背知识手册

1. 应用平行线巧建“三角形”求角的度数

平行线可以迁租等角或者构造互补的角：平行线+1条角粉线则可以构造“等腰三角形”如图①；平行线+2角平分线,则可以构造“直角三传形”如图②



2. 求三角形角的度数，一般涉及以下几个知识点

- (1)等边对等角，把边的关系转化为角的关系
- (2)角平分线以及等腰三角形的三线合一
- (3)三角形的内角和为180。
- (4)直角三角形的两锐角至余
- (5)三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和

3. 等腰三角形的性质:

- (1)等腰三角形的两腰相等。
- (2)等腰三角形的两底角相等(简称：等边对等角)
- (3)等腰三角形的顶角平分线，底边上的中线，底边上的高互相重合（三线合一）

4.直角三角形的两个“一半”

- (1)直角三角形边上的中线等于斜边的一半
- (2)直角三角形中30角所对的直边等于斜边的一半

5. 股定理与逆定理：已知 a ， b ， c 为 $\triangle ABC$ 的三边， c 为斜边，满足 $a^2 + b^2 = c^2 \rightarrow$ 三角形为直角三角形

6. 判定三角形全等的思路

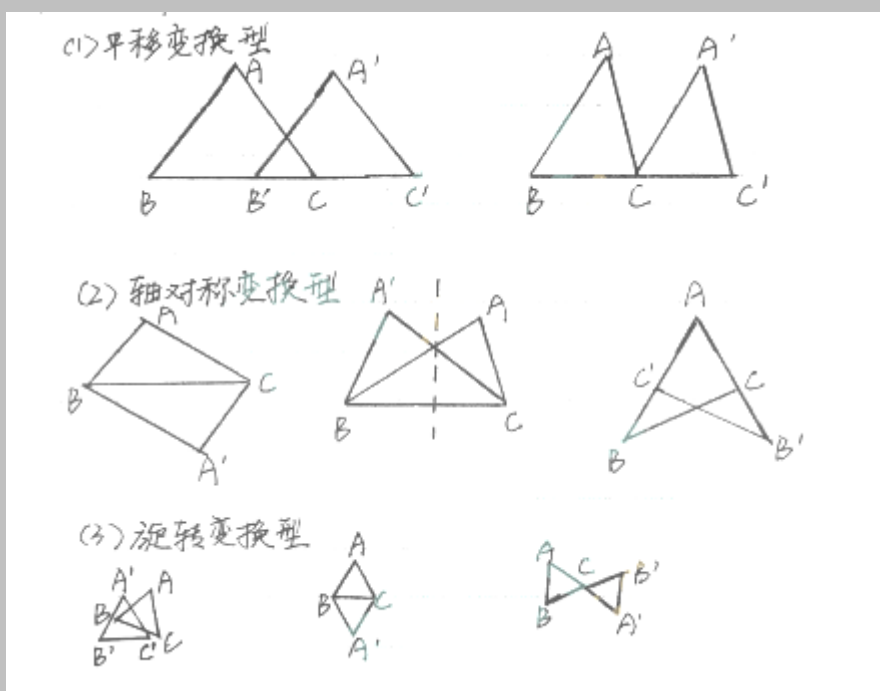
已知两边		找夹角(SAS)
		找另一边(SSS)
已知	边对角的对边	找任一角(AAS)
一边	边对角的邻边	找夹边的另一角(ASA)
一角		找夹角的另一边(

考试卷题目，多多益善

中考总复习考点 04 图形的性质-【口袋书】2022 年中考 数学必背知识手册

		SAS)
		找边的对角(AAS)
已知两角		找夹边(A S A)
		找任意一边 (A A S)

7. 借助公共边,公共角, 对顶角等一些现有条件中,证明三角形全等常用的三角形全等基本模型:



注:寻找对应元素的方法: 其中对应边所对的角是对应角, 对应角所对应的边是对应边

7. 判定平行四边形的三种途径, 五种方法:

(1) 途径一: 从边看

- ① 两组对边分别平行的四边形是平行四边形;
- ② 两组对边分别相等的四边形是平行四边形;
- ③ 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形

途径二: 从角看

- ④ 两组对角分别相等的四边形是平行四边形

途径三: 从对角线看

- ⑤ 两条对角线互相分的四边形是平行四边形

8. 对角线判定矩形、菱形、正方形

考试卷题目, 多多益善

中考总复习考点 04 图形的性质-【口袋书】2022 年中考 数学必背知识手册

- ① 矩形判定:对角线相等的平行四边形是矩形
- ② 菱形判定:对角线互相垂直的平行四边形是菱形
- ③ 正方形判定: 对角线相等且互相垂直平行四边形是正方形

9. 从平行四边形出发, 判定正方形的方法:

- (1) 平行四边形+邻边相等+一内角为直角=正方形
- (2) 平行四边形+邻边相等+对角线相等=正方形
- (3) 平行四边形+一内角为直角+对角线互相垂直=正方形

10. 应用圆的有关性质解题常见辅助线作法:

- (1) 作垂线段:过圆心作弦的垂线段,与圆的半径,弦长的一半构造直角三角形,应用勾股定理或解直角三角形的知识解决问题。
- (2) 连接半径: 构造同弧所对的圆心及圆周角, 利用它们之间的关系解题
- (3) 构造直角:构造直径所对的圆周角是直角, 解决与圆相关的问题时常用的辅助线, 为勾股定理, 解直角三角形等知识的应用创造了条件。

11. 圆周角性质应用转化两方法:

- (1) 利用同弧所对的圆周角相等, 进行角与角之间的转化
- (2) 角的相等转化为线段(弦)的相等

10. 与圆的有关的位置关系中常见的四种辅助线.

- (1) 有切线,连结圆心和切点, 构造垂直关系
- (2) 切线的判定

- ① 已知直线与圆的公共点,则“连半径证垂直”
- ② 已知条件中没有直线与圆没有有公共点, 则“作垂直证等径”

(3)有内心, 连接内心与顶点,构造角平分线

(4)有外心,连接外心与顶点,构造相等线段

11. 不规则图形面积计算

- (1) 解题思想: 把不规则圆形的面积转化为规则图形面积的和或者差
- (2) 转化方法: ① 应用全等变换(平移、旋转、翻折)进行等积变换;② 割补法; ③ 利用同底等高或等底同高原理; ④ 应用整体思想进行求解。

12.解直角三角形实际应用问题的五个步骤:

考试卷题目, 多多益善

中考总复习考点 04 图形的性质-【口袋书】2022 年中考 数学必背知识手册

- (1)把实际问题转化为数学问题,转化的过程就是识别方位角,仰角,俯角等概念;
- (2)分析题目中的已知条件和要求的线段的长度,可在图上适当的做些标记;
- (3)用逆推法找出已知条件和未知条件之间需要哪些中间量(线段或角进行过渡)
- (4)解直角三角形,有时还需要构造直角三角形
- (5)写出答案

1.3. 非直角三角形构建直角三角形的步骤

- (1)在一个直角三角形中利用一个三角函数建立边角关系
- (2)在另一个直角三角形中利用三角函数列出关系式求解



易错归类

易错点 1: 三角形的概念, 三角形中三种重要的线段——角平分线、中线、高。

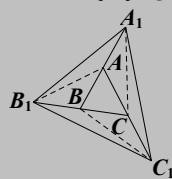
1. 如图, 点 A, B, C 分别是线段 A_1B, B_1C, C_1A 的中点, 若 $\triangle ABC$ 的面积是 1, 那么 $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积是

_____.

错解: 4

正解: 7

分析: 错解的主要原因在对三角形中线的有关性质理解错误, 以为外侧三个三角形与里面的 $\triangle ABC$ 面积相等. 三角形的一条中线把原三角形分成的两部分是两个等底同高的等积三角形, 由此, 连接 B_1A, C_1B, A_1C , 图中的 7 个小三角形面积均相等, 故答案为 7。



易错点 2: 三角形三边之间的关系——三角形任意两边之和大于第三边, 任意两边之差小于第三边。

2. 现有 3cm, 4cm, 7cm, 9cm 长的四根木棒, 任取其中的三根组成一个三角形, 那么可组成三角形的个数是 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

错解: C

正解: B

分析: 本题对三角形三边的关系理解错误, 可能以为三角形任意两边之和大于第三边的对立面是三角形任意两边之和小于第三边, 其实, 其对立面还包括等于的情况. 从四根木棒中任取三根, 共有

考试卷题目, 多多益善

中考总复习考点 04 图形的性质-【口袋书】2022 年中考 数学必背知识手册

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/006110011212010142>