福建省罗源一中2024年高考数学一模试卷

注意事项:
1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2．答题时请按要求用笔。
3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．甲乙两人有三个不同的学习小组A，B，C可以参加，若每人必须参加并且仅能参加一个学习小组，则两人参加同一个小组的概率为（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{5}$　　D．$\frac{1}{6}$

2．　下列与$\frac{9\pi}{4}$的终边相同的角的表达式中正确的是(　　)

A．$2k\pi+45°(k\in Z)$　　B．$k\cdot360°+\frac{9}{4}\pi(k\in Z)$

C．$k\cdot360°-315°(k\in Z)$　　D．$k\pi+\frac{5\pi}{4}$ $(k\in Z)$

3．复数$\frac{2}{1-i}$ (i为虚数单位)的共轭复数是

A．1+i　　B．1−i　　C．−1+i　　D．−1−i

4．已知$f(x)$是定义是R上的奇函数，满足$f\left(-\frac{3}{2}+x\right)=f\left(\frac{3}{2}+x\right)$，当$x\in\left(0,\frac{3}{2}\right)$时，$f(x)=\ln\left(x^2-x+1\right)$，则函数$f(x)$在区间$[0,6]$上的零点个数是（　　）

A．3　　B．5　　C．7　　D．9

5．已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$，$A\left(\frac{1}{3},0\right)$为$f(x)$图象的对称中心，若图象上相邻两个极值点$x_1$，$x_2$满足$|x_1-x_2|=1$，则下列区间中存在极值点的是（　　）

A．$\left(-\frac{\pi}{6},0\right)$　　B．$\left(0,\frac{1}{2}\right)$　　C．$\left(1,\frac{\pi}{3}\right)$　　D．$\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$

6．已知α、$\beta\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，$\alpha\neq\beta$，则下列是等式$\sin\alpha-\sin\beta=\alpha-2\beta$成立的必要不充分条件的是（　　）

A．$\sin\alpha>\sin\beta$　　B．$\sin\alpha<\sin\beta$

C．$\cos\alpha>\cos\beta$　　D．$\cos\alpha<\cos\beta$

7．已知全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\{x|x<1\}$，$B=\{x|-1\le x\le 2\}$，则$(\complement_U A)\cap B=$（　　）

A．$\{x|1<x\le 2\}$　　B．$\{x|1\le x\le 2\}$　　C．$\{x|-1\le x\le 1\}$　　D．$\{x|x\ge -1\}$

8．已知$\alpha\perp\beta, m\subset\alpha, n\subset\beta, \alpha\cap\beta=l$，则“m⊥n”是“m⊥*l*”的

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充要条件　D．既不充分也不必要条件

9．已知 *m* 为实数，直线l_1：$mx+y-1=0$，l_2：$(3m-2)x+my-2=0$，则“$m=1$”是“$l_1//l_2$”的（　）

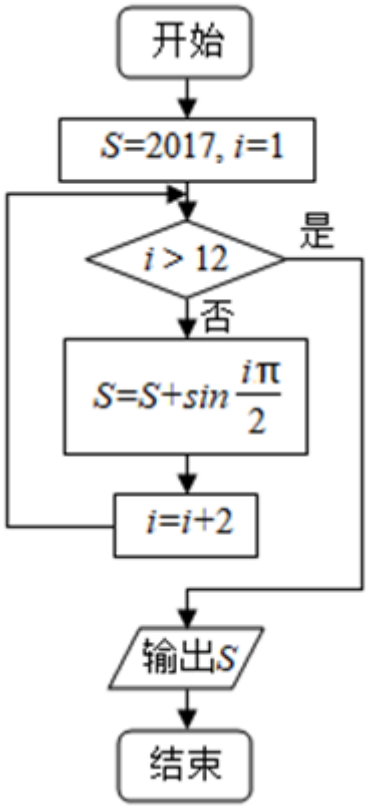
A．充要条件　　B．充分不必要条件

C．必要不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

10．已知倾斜角为θ的直线l与直线$x+2y-3=0$垂直，则$\sin\theta=$（　　）

A．$-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

11．运行如图程序，则输出的 S 的值为（　　）



A．0　　B．1　　C．2018　　D．2017

12．已知数列$\{a_n\}$满足$\log_3 a_n+1=\log_3 a_{n+1}\ (n\in N^*)$,且$a_2+a_4+a_6=9$,则$\log_{\frac{1}{3}}(a_3+a_5+a_7)$的值是(　　)

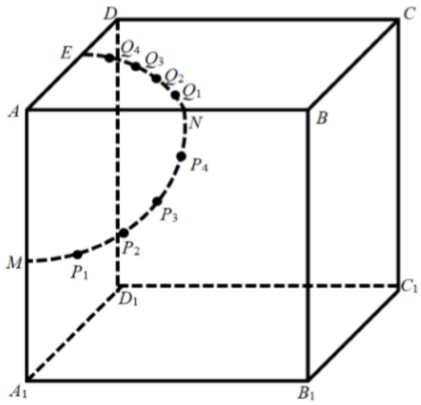
A．5　　B．-3　　C．4　　D．$\frac{9}{91}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．设函数 $f(x)=\begin{cases}2-\left|\left(\frac{k+17}{4}\right)x+2\right|, x\le 0\\ x^2, x>0\end{cases}$，$g(x)=k\left(x-\frac{4}{3}\right)$，其中 $k>0$．若存在唯一的整数 x，使得 $f(x)<g(x)$，则实数 k 的取值范围是_____．

14．某校共有师生 1600 人，其中教师有 1000 人，现用分层抽样的方法，从所有师生中抽取一个容量为 80 的样本，则抽取学生的人数为_____．

15．如图，棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 M,N,E 分别为棱 AA_1,AB,AD 的中点，以 A 为圆心，1 为半径，分别在面 ABB_1A_1 和面 $ABCD$ 内作弧 MN 和 NE，并将两弧各五等分，分点依次为 M、P_1、P_2、P_3、P_4、N 以及 N、Q_1、Q_2、Q_3、Q_4、E．一只蚂蚁欲从点 P_1 出发，沿正方体的表面爬行至 Q_4，则其爬行的最短距离为_____．参考数据：$\cos 9^\circ=0.9877$；$\cos 18^\circ=0.9511$；$\cos 27^\circ=0.8910$）



16．曲线 $f(x)=4x-e^x$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程为_____．

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）在平面直角坐标系 *xoy* 中，以坐标原点 *O* 为极点，*x* 轴正半轴为极轴建立极坐标系。已知曲线 *C* 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta=2a\cos\theta(a>0)$，过点 $P(-2,-4)$ 的直线 *l* 的参数方程为 $\begin{cases}x=-2+\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=-4+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（为参数），直线 *l* 与曲线 *C* 交于 *M*、*N* 两点。

（1）写出直线 *l* 的普通方程和曲线 *C* 的直角坐标方程；

（2）若 $|PM|,|MN|,|PN|$ 成等比数列，求 *a* 的值。

18．（12 分）已知集合 $A=\{x|x^2-x-2>0\}$，集合 $B=\{x|2x^2+(2k+5)x+5k<0\}$，$k\in\mathbf{R}$．

（1）求集合 *B*；

（2）记$M=A\cap B$，且集合 **M** 中有且仅有一个整数，求实数 **k** 的取值范围.

19.（12 分）某中学的甲、乙、丙三名同学参加高校自主招生考试，每位同学彼此独立的从A,B,C,D,E五所高校中任选 2 所.

（1）求甲、乙、丙三名同学都选D高校的概率；

（2）若已知甲同学特别喜欢A高校，他必选A校，另在B,C,D,E四校中再随机选 1 所；而同学乙和丙对五所高校没有偏爱，因此他们每人在五所高校中随机选 2 所.

（*i*）求甲同学选D高校且乙、丙都未选D高校的概率；

（*ii*）记X为甲、乙、丙三名同学中选D高校的人数，求随机变量X的分布列及数学期望.

20.（12 分）已知$(x+1)^n=a_0+a_1(x-1)+a_2(x-1)^2+a_3(x-1)^3+\cdots+a_n(x-1)^n$，（其中$n\in\mathbf{N}^*$）

$S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$.

(1)求S_n；

(2)求证：当$n\geq 4$时，$S_n>(n-2)2^n+2n^2$.

21.（12 分）诚信是立身之本，道德之基，我校学生会创设了“诚信水站”，既便于学生用水，又推进诚信教育，并用“$\frac{\text{周实际回收水费}}{\text{周投入成本}}$”表示每周“水站诚信度”，为了便于数据分析，以四周为一周期，如表为该水站连续十二周（共三个周期）的诚信数据统计：

	第一周	第二周	第三周	第四周
第一周期	95%	98%	92%	88%
第二周期	94%	94%	83%	80%
第三周期	85%	92%	95%	96%

（Ⅰ）计算表中十二周“水站诚信度”的平均数$\overline{x}$；

（Ⅱ）若定义水站诚信度高于90%的为“高诚信度”，90%以下为“一般信度”则从每个周期的前两周中随机抽取两周进行调研，计算恰有两周是“高诚信度”的概率；

（Ⅲ）已知学生会分别在第一个周期的第四周末和第二个周期的第四周末各举行了一次“以诚信为本”的主题教育活动，根据已有数据，说明两次主题教育活动的宣传效果，并根据已有数据陈述理由.

22.（10 分）若数列$\{a_n\}$前 **n** 项和为$\{S_n\}$，且满足$S_n=\frac{t}{t-1}(a_n-2)$（**t** 为常数，且$t\neq 0,t\neq 1$）

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式：

（2）设$b_n=1-S_n$，且数列$\{b_n\}$为等比数列，令$c_n=a_n|\log_3 b_n|$，.求证：$c_1+c_2+\ldots+c_n<\frac{3}{2}$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】依题意，基本事件的总数有$3\times3=9$种，两个人参加同一个小组，方法数有3种，故概率为$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

2、C

【解析】

利用终边相同的角的公式判断即得正确答案.

【详解】

与$\frac{9\pi}{4}$的终边相同的角可以写成$2k\pi+\frac{9\pi}{4}$ ($k\in Z$)，但是角度制与弧度制不能混用，所以只有答案 C 正确.

故答案为 C

【点睛】

（1）本题主要考查终边相同的角的公式，意在考查学生对该知识的掌握水平和分析推理能力.(2) 与α终边相同的角$\beta=k\cdot360^0+\alpha$ 其中$k\in z$.

3、B

【解析】

分析：化简已知复数 z，由共轭复数的定义可得.

详解：化简可得 z=$\frac{2}{1-i}=\frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)}=1+i$

∴z 的共轭复数为 1− i.

故选 B.

点睛：本题考查复数的代数形式的运算，涉及共轭复数，属基础题.

4、D

【解析】

根据$f\left(x\right)$是定义是R上的奇函数，满足$f\left(-\frac{3}{2}+x\right)=f\left(\frac{3}{2}+x\right)$，可得函数$f\left(x\right)$的周期为3，再由奇函数的性质结合已知可得$f(-\frac{3}{2})=f(-1)=f(0)=f(1)=f(\frac{3}{2})=0$，利用周期性可得函数$f\left(x\right)$在区间$\left[0,6\right]$上的零点个数.

【详解】

∵$f\left(x\right)$是定义是R上的奇函数，满足$f\left(-\frac{3}{2}+x\right)=f\left(\frac{3}{2}+x\right)$，$\therefore f(-\frac{3}{2}+x+\frac{3}{2})=f(\frac{3}{2}+x+\frac{3}{2})$，可得

$f(x+3)=f(x)$，

函数$f\left(x\right)$的周期为3，

∵当$x\in\left(0,\frac{3}{2}\right)$时，　$f\left(x\right)=\ln\left(x^2-x+1\right)$，

令$f\left(x\right)=0$，则$x^2-x+1=1$，解得$x=0$或1，

又∵函数$f\left(x\right)$是定义域为R的奇函数，

∴在区间$[-\frac{3}{2},\frac{3}{2}]$上，有$f(-1)=-f(1)=0$，$f(0)=0$.

由$f\left(-\frac{3}{2}+x\right)=f\left(\frac{3}{2}+x\right)$，取$x=0$，得$f(-\frac{3}{2})=f(\frac{3}{2})$，得$f(\frac{3}{2})=f(-\frac{3}{2})=0$，

$\therefore f(-\frac{3}{2})=f(-1)=f(0)=f(1)=f(\frac{3}{2})=0$.

又∵函数$f\left(x\right)$是周期为3的周期函数，

∴方程$f\left(x\right)$=0在区间$\left[0,6\right]$上的解有$0,1,\frac{3}{2},2,3,4,\frac{9}{2},5,6$. 共9个，

故选D.

【点睛】

本题考查根的存在性及根的个数判断，考查抽象函数周期性的应用，考查逻辑思维能力与推理论证能力，属于中档题.

5、A

【解析】

结合已知可知，$\frac{1}{2}T=1$可求T，进而可求ω，代入$f(x)$，结合$f(\frac{1}{3})=0$，可求φ，即可判断.

【详解】

Q 图象上相邻两个极值点 x_1， x_2 满足 $|x_1 - x_2| = 1$，

$\therefore \frac{1}{2}T=1$即$T=2$，

$\therefore \omega=\pi$，$f(x)=\sin(\pi x+\varphi)$，且$f(\frac{1}{3})=\sin(\frac{1}{3}\pi+\varphi)=0$，

$\therefore \frac{1}{3}\pi+\varphi=k\pi$，$k\in Z$，

Q$|\varphi|<\frac{1}{2}\pi$，$\therefore \varphi=-\frac{1}{3}\pi$，$f(x)=\sin(\pi x-\frac{1}{3}\pi)$，

当$x=-\frac{1}{6}$时，$f(-\frac{1}{6})=-1$为函数的一个极小值点，而$-\frac{1}{6}\in(-\frac{\pi}{6},0)$.

故选：A.

【点睛】

本题主要考查了正弦函数的图象及性质的简单应用，解题的关键是性质的灵活应用.

6、D

【解析】

构造函数$h\left(x\right)=\sin x-x$，$f\left(x\right)=\sin x-2x$，利用导数分析出这两个函数在区间$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$上均为减函数，由$\sin\alpha-\sin\beta=\alpha-2\beta$得出$\sin\alpha-\alpha=\sin\beta-2\beta$，分$\alpha=0$、$-\frac{\pi}{2}<\alpha<0$、$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$三种情况讨论，利用放缩法结合函数$y=h\left(x\right)$的单调性推导出$-\frac{\pi}{2}<\alpha<\beta<0$或$0<\beta<\alpha<\frac{\pi}{2}$，再利用余弦函数的单调性可得出结论.

【详解】

构造函数$h\left(x\right)=\sin x-x$，$f\left(x\right)=\sin x-2x$，

则$h'\left(x\right)=\cos x-1<0$，$f'\left(x\right)=\cos x-2<0$，

所以，函数$y=f\left(x\right)$、$y=h\left(x\right)$在区间$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$上均为减函数，

当$-\frac{\pi}{2}<x<0$时，则$h\left(x\right)>h\left(0\right)=0$，$f\left(x\right)>f\left(0\right)=0$；当$0<x<\frac{\pi}{2}$时，$h\left(x\right)<0$，$f\left(x\right)<0$.

由$\sin\alpha-\sin\beta=\alpha-2\beta$得$\sin\alpha-\alpha=\sin\beta-2\beta$.

①若$\alpha=0$，则$\sin\beta-2\beta=0$，即$f\left(\beta\right)=0\Rightarrow\beta=0$，不合乎题意；

②若$-\frac{\pi}{2}<\alpha<0$，则$-\frac{\pi}{2}<\beta<0$，则$h\left(\alpha\right)=\sin\alpha-\alpha=\sin\beta-2\beta>\sin\beta-\beta=h\left(\beta\right)$，

此时，$-\frac{\pi}{2}<\alpha<\beta<0$，

由于函数$y=\cos x$在区间$\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$上单调递增，函数$y=\sin x$在区间$\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$上单调递增，则$\sin\alpha<\sin\beta$，

$\cos\alpha<\cos\beta$；

③若$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，则$0<\beta<\frac{\pi}{2}$，则$h(\alpha)=\sin\alpha-\alpha=\sin\beta-2\beta<\sin\beta-\beta=h(\beta)$，

此时$0<\beta<\alpha<\frac{\pi}{2}$，

由于函数$y=\cos x$在区间$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减，函数$y=\sin x$在区间$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递增，则$\sin\alpha>\sin\beta$，

$\cos\alpha<\cos\beta$.

综上所述，$\cos\alpha<\cos\beta$.

故选：D.

【点睛】

本题考查函数单调性的应用，构造新函数是解本题的关键，解题时要注意对α的取值范围进行分类讨论，考查推理能力，属于中等题.

7、B

【解析】

直接利用集合的基本运算求解即可.

【详解】

解：全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\{x|x<1\}$，$B=\{x|-1\le x\le 2\}$，

$\therefore \complement_U A=\{x\mid x\ge 1\}$

则$(\complement_U A)\cap B=\{x\mid x\geq 1\}\cap\{x\mid -1\leq x\leq 2\}=\{x\mid 1\leq x\leq 2\}$，

故选：B.

【点睛】

本题考查集合的基本运算，属于基础题.

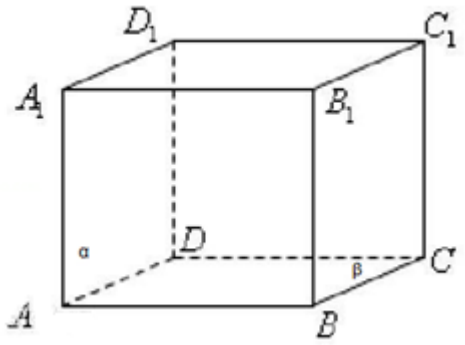
8、B

【解析】

构造长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$，令平面α为面ADD_1A_1，底面$ABCD$为β，然后再在这两个面中根据题意恰当的选取直线为m，n即可进行判断.

【详解】

如图，取长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$，令平面α为面ADD_1A_1，底面$ABCD$为β，直线AD=直线l。



若令 $AD_1=m$，$AB=n$，则 $m\perp n$，但 m 不垂直于 l

若 $m\perp l$，由平面 $ABCD\perp$ 平面 ADD_1A_1 可知，直线 m 垂直于平面 β，所以 m 垂直于平面 β 内的任意一条直线 n

$\therefore m\perp n$ 是 $m\perp l$ 的必要不充分条件.

故选：B.

【点睛】

本题考点有两个：①考查了充分必要条件的判断，在确定好大前提的条件下，从 $m\perp n\Rightarrow m\perp l$？和 $m\perp l\Rightarrow m\perp n$？两方面进行判断；②是空间的垂直关系，一般利用长方体为载体进行分析.

9、A

【解析】

根据直线平行的等价条件，求出 m 的值，结合充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

【详解】

当 m=1 时，两直线方程分别为直线 l_1：x+y− 1=0，l_2：x+y− 2=0 满足 $l_1\parallel l_2$，即充分性成立，

当 m=0 时，两直线方程分别为 y− 1=0，和− 2x− 2=0，不满足条件.

当 m≠0 时，则 $l_1\parallel l_2\Rightarrow\frac{3m-2}{m}=\frac{m}{1}\neq\frac{-2}{-1}$，

由 $\frac{3m-2}{m}=\frac{m}{1}$ 得 $m^2-3m+2=0$ 得 m=1 或 m=2，

由 $\frac{m}{1}\neq\frac{-2}{-1}$ 得 m≠2，则 m=1，

即“m=1”是“$l_1\parallel l_2$”的充要条件，

故答案为：A

【点睛】

（1）本题主要考查充要条件的判断，考查两直线平行的等价条件，意在考查学生对这些知识的掌握水平和分析推理能力.(2) 本题也可以利用下面的结论解答，直线 $a_1x+b_1y+c_1=0$ 和直线 $a_2x+b_2y+c_2=0$ 平行，则 $a_1b_2-a_2b_1=0$ 且两直线不重合,求出参数的值后要代入检验看两直线是否重合.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/006212214050010125