专题24 新高考数学模拟卷（一）

（模拟测试）

（考试时间：120分钟　试卷满分：150分）

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3. 非选择题的作答:用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4. 考试结束后,请将本试卷和答题卡一并上交。

第I卷（选择题）

一、单选题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．设集合 $A=\{x|1\le x+1<5\}$，$B=\{x|x\le 2\}$，则 $A\cap(\complement_R B)=$（　）

A．$\{x|2<x<4\}$　B．$\{x|0\le x\le 2\}$　C．$\{x|0\le x<4\}$　D．$\{x|x<4\}$

【答案】A

【分析】求出集合A，然后直接利用集合的交集与补集的概念求解即可.

【详解】因为集合 $A=\{x|1\le x+1<5\}=\{x|0\le x<4\}$，$B=\{x|x\le 2\}$，$\therefore \complement_R B=\{x|x>2\}$，

$\therefore A\cap(\complement_R B)=\{x|2<x<4\}$.

故选：A．

2．已知 $z_1=5+10i,z_2=3-4i,\frac{1}{z}=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}$，则 z 的值为

A．$\frac{5}{2}+5i$　B．$\frac{5}{2}-5i$　C．$5-\frac{5}{2}i$　D．$-5+\frac{5}{2}i$

【答案】C

【详解】$\frac{1}{z}=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}=\frac{1}{5+10i}+\frac{1}{3-4i}=\frac{5-10i}{(5+10i)(5-10i)}+\frac{3+4i}{(3-4i)(3+4i)}=\frac{5-10i}{125}+\frac{3+4i}{25}=\frac{4+2i}{25}$.

所以 $z=\frac{25}{4+2i}=\frac{25(4-2i)}{(4+2i)(4-2i)}=\frac{25(4-2i)}{20}=5-\frac{5}{2}i$，故选 C.

3．南宋数学家杨辉在《详解九章算法》中，研究了二阶等差数列．若 $\{a_{n+1}-a_n\}$ 是公差不为零的等差数列，则称数列 $\{a_n\}$ 为二阶等差数列．现有一个“三角垛”，共有 40 层，各层小球个数构成一个二阶等差数列，第一层放 1 个小球，第二层放 3 个小球，第三层放 6 个小球，第四层放 10 个小球，L ，则第 40 层放小球的个数为（　）

A．1640　　B．1560　　C．820　　D．780

【答案】C

【分析】首先由二阶等差数列的定义，得到 $a_n-a_{n-1}=n\left(n\geq 2,n\in \mathrm{N}^*\right)$，再求和得到数列 $\{a_n\}$ 的通项公式，即可求 a_{40}.

【详解】设第 n 层放小球的个数为 a_n，由题意 $a_2-a_1=2$，$a_3-a_2=3$，……，数列 $\{a_{n+1}-a_n\}$ 是首项为 2，公差为 1 的等差数列，

所以 $a_n-a_{n-1}=2+(n-2)=n\left(n\geq 2,n\in \mathrm{N}^*\right)$.

故 $a_n=a_1+(a_2-a_1)+\text{L}+(a_n-a_{n-1})=1+2+\text{L}+n=\frac{1}{2}n(n+1)$，

故 $a_{40}=\frac{1}{2}\times 40\times 41=820$.

故选：C.

4．已知 $\alpha\in\left(\frac{3\pi}{4},\frac{3\pi}{2}\right),\beta\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right),\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{3}{5},\sin\left(\beta-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{5}{13}$，则 $\sin(\alpha+\beta)$ 的值为（　）

A．$\frac{16}{65}$　　B．$-\frac{16}{65}$　　C．$\frac{56}{65}$　　D．$-\frac{56}{65}$

【答案】A

【分析】先利用诱导公式得 $\sin(\alpha+\beta)=\cos(\alpha+\beta-\frac{\pi}{2})$，再令 $\cos(\alpha+\beta-\frac{\pi}{2})=\cos[(\alpha-\frac{\pi}{4})+(\beta-\frac{\pi}{4})]$，展开即可求解.

【详解】$\sin(\alpha+\beta)=\cos(\alpha+\beta-\frac{\pi}{2})=\cos[(\alpha-\frac{\pi}{4})+(\beta-\frac{\pi}{4})]=\cos(\alpha-\frac{\pi}{4})\cos(\beta-\frac{\pi}{4})-\sin(\alpha-\frac{\pi}{4})\sin(\beta-\frac{\pi}{4})$，

因为 $\alpha\in\left(\frac{3\pi}{4},\frac{3\pi}{2}\right)$，所以 $\alpha-\frac{\pi}{4}\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{4}\right)$，则 $\alpha-\frac{\pi}{4}$ 在第二或第三象限，

因为，当 $\alpha-\frac{\pi}{4}$ 在第三象限时，由于 $\cos\frac{5\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，

又 $y=\cos x$ 在上递增，且 $-\frac{3}{5}>-\frac{\sqrt{2}}{2}$，

所以当$\alpha-\frac{\pi}{4}$在第三象限时，$\alpha-\frac{\pi}{4}>\frac{5\pi}{4}$，与$\alpha-\frac{\pi}{2}\in\left(\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right)$矛盾，

所以$\alpha-\frac{\pi}{4}$在第二象限，

因为，所以$\sin(\alpha-\frac{\pi}{4})=\frac{4}{5}$.

因为$\beta\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$，所以$\beta-\frac{\pi}{4}\in\left(\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right)$，则$\cos(\beta-\frac{\pi}{4})<0$.

因为$\sin(\beta-\frac{\pi}{4})=\frac{5}{13}$，所以.

所以$\cos(\alpha-\frac{\pi}{4})\cos(\beta-\frac{\pi}{4})-\sin(\alpha-\frac{\pi}{4})\sin(\beta-\frac{\pi}{4})=-\frac{3}{5}\times(-\frac{12}{13})-\frac{4}{5}\times\frac{5}{13}=\frac{16}{65}$，

即.

故选：A.

5．已知函数$f\left(x\right)=\begin{cases}\frac{1}{x}-\sqrt{x},x>0\\ax^2+2ax+3,x\le 0\end{cases}$有且仅有 3 个零点$\alpha,\beta,\gamma$，若$\alpha<\beta<\gamma$，则（　）

A．$\ln\alpha\beta=\gamma$　　B．$\ln\alpha\beta=\gamma-1$　　C．$\ln\alpha\beta<\gamma-1$　　D．$\ln\alpha\beta>\gamma$

【答案】C

【分析】当$x>0$时，解出一根，由$\alpha<\beta<\gamma$得$\gamma=1$，当$x\le 0$时，还有两根，则此时方程为二次方程，根据题意建立不等式解出a的取值范围，再根据其他条件即可得结论.

【详解】当$x>0$时，令$\frac{1}{x}-\sqrt{x}=0$，解得$x=1$，即$\gamma=1$；

当$x\le 0$时，方程$ax^2+2ax+3=0$有两个不等负实根α，β，

所以$\begin{cases}\Delta=4a^2-12a>0\\\alpha+\beta=-2<0\\\alpha\beta=\frac{3}{a}>0\end{cases}$，解得$a>3$，

当$\alpha=\beta=-1$时，$\alpha+\beta=-2$，又$\alpha<\beta<0$，则$-2<\alpha<-1<\beta<0$.

所以$\ln\alpha\beta=\ln\frac{3}{a}<0=\gamma-1$.

故选：C.

6．若$\left(\frac{1}{x}+\sqrt{x}\right)^n$的展开式中项的次数为整数的有且仅有 5 项，则其常数项为（　）

A．第 8 项　　B．第 7 项　　C．第 6 项　　D．第 5 项

【答案】B

【分析】求出展开式的通项公式，根据题意得到$n=9,r=6$，进而求解即可.

【详解】$\left(\frac{1}{x}+\sqrt{x}\right)^n$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_n^r\left(\frac{1}{x}\right)^{n-r}\cdot\left(\sqrt{x}\right)^r=C_n^r x^{\frac{3r}{2}-n}$，

因为 $r\in\mathbf{N}$，所以当 r=0，2，4，6，8，10，…时，展开式中项的次数为整数，

又展开式中项的次数为整数的有且仅有 5 项，

所以 $\boldsymbol{n=9}$ 或 $n=8$，当 $n=8$ 时，令 $\frac{3}{2}r-8=0$，无整数解，舍去；

所以 $\boldsymbol{n=9}$，故，令 $\frac{3r}{2}-9=0$，

解得 $r=6$，所以其常数项为第 7 项.

故选：B.

7．已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$，且 $f(-2x)+f(2x)=0$，$f(1-2x)-f(1+2x)=-4x$，则 $f(10)+f'(11)=$（　）

A．11　　B．9　　C．0　　D．-9

【答案】A

【分析】先判断函数 $f(x)$ 的奇偶性，然后构造函数 $g(x)$ 并求其对称轴及周期，最后利用对称轴及周期求函数值即可.

【详解】因为对任意的 $x\in\mathbf{R}, f(-2x)+f(2x)=0$，即 $f(-x)=-f(x)$，

所以 $f(x)$ 为奇函数，故 $f(0)=0$.

由 $f(1-2x)-f(1+2x)=-4x$ 得，$f(1-x)-f(1+x)=-2x$，

即 $f(1-x)-(1-x)=f(1+x)-(1+x)$，

设 $g(x)=f(x)-x$，则 $g(x)$ 为奇函数，$g(0)=0$，且 $g(1-x)=g(1+x)$，

所以 $g(x)$ 图像关于直线 $x=1$ 对称，

由 $g(1-x)=g(1+x)$ 得，$g(-x)=g(2+x)$，

所以 $-g(x)=g(2+x)$，

所以 $g(4+x)=g[2+(2+x)]=-g(2+x)=-(-g(x))=g(x)$

所以 $g(x)$ 的周期为 4.

所以 $g(10)=g(2)=g(0)=0$，所以 $f(10)=g(10)+10=10$，

由 $g(1-x)=g(1+x)$ 求导可得 $-g'(1-x)=g'(1+x)$，所以 $g'(x)$ 关于 $(1,0)$ 对称，所以 $g'(1)=0$

由对称性可知 $g(x)$ 图像关于直线 $x=-1$ 对称，

因为 $-g(x)=g(2+x)$，所以 $g(x)=-g(2+x)$，

所以 $g'(x)=-g'(2+x)$，

所以 $g'(4+x)=g'[2+(2+x)]=-g'(2+x)=-(-g'(x))=g'(x)$

所以 $g'(x)$ 的周期为 4，所以 $g'(11)=g'(-1)=-g'(1)=0$，

又 $g'(x)=f'(x)-1$，所以 $f'(11)=g'(11)+1=1$，

所以 $f(10)+f'(11)=11$.

故选：A.

8．等腰三角形 ABC 中，$AB=BC=4$，. F 为 AC 中点，M 为线段 BC 上靠近点 C 的四等分点，将 $\triangle ABF$ 沿 BF 翻折，使 A 到的位置，且平面 $A_1BF\perp$ 平面 BCF，则四面体 A_1BFM 的外接球的表面积为（　）

A．$\frac{16\pi}{3}$　　B．$\frac{16\pi}{9}$　　C．$\frac{64\pi}{9}$　　D．$\frac{64\pi}{3}$

【答案】D

【分析】利用余弦定理求出 FM，再根据给定条件确定球心位置，求出球半径作答.

【详解】等腰 $\triangle ABC$ 中，$AB=BC=4$，，F 为 AC 中点，则 $BF\perp AC$，

有 $\angle ABF=\angle MBF=60°, BF=2, AF=2\sqrt{3}$，又 $BM=3$，在中，由余弦定理得：

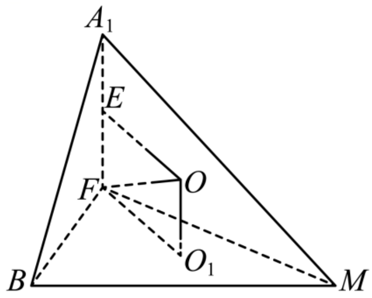
，由正弦定理得外接圆半径 $r=\frac{1}{2}\cdot\frac{FM}{\sin 60°}=\frac{\sqrt{21}}{3}$，

在四面体 A_1BFM 中，$A_1F\perp BF$，平面 $A_1BF\perp$ 平面，平面 $A_1BF\cap$ 平面 $BMF=BF$，$A_1F\subset$ 平面 A_1BF，

则 $A_1F\perp$ 平面，令外接圆圆心为 O_1，四面体 A_1BFM 外接球球心为 O，

则 $OO_1\perp$ 平面，有 $OO_1//A_1F$，显然四面体 A_1BFM 外接球球心 O 在线段 A_1F 的中垂面上，取 A_1F 中点 E，

连接 EO, FO, FO_1，则有 $EO\perp A_1F$，而 $FO_1\subset$ 平面，即有 $OO_1\perp FO_1, EF\perp FO_1$，



因此四边形 EOO_1F 为矩形,，而 $EF=\sqrt{3}$，

于是四面体 A_1BFM 外接球半径 $R=FO=\sqrt{EF^2+EO^2}=\frac{4}{\sqrt{3}}$，

所以四面体 A_1BFM 的外接球的表面积 $S=4\pi R^2=\frac{64\pi}{3}$.

故选：D

【点睛】关键点睛：几何体的外接球的表面积、体积计算问题，借助球的截面小圆性质确定出球心位置是解题的关键.

二、多选题（本题共4 小题，每小题5 分，共20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对得 5 分，有选错得 0 分，部分选对得 2 分）

9．已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$，部分图象如图所示，下列说法正确的是（　）

A．$f(x)$ 的图象关于直线 $x=-\frac{5\pi}{12}$ 对称

B．$f(x)$ 的图象关于点中心对称

C．将函数 $y=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位得到函数 $f(x)$ 的图象

D．若方程 $f(x)=m$ 在上有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围是 $\left(-2,-\sqrt{3}\right]$

【答案】AD

【分析】由函数的图象的顶点坐标求出A，由周期求出 ω，由五点法作图求出 φ 的值，可得 $f(x)$ 的解析式，结合图象及三角函数的性质可得结论.

【详解】由函数的图象可得 $A=2$，由 $\frac{1}{4}\cdot\frac{2\pi}{\omega}=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{12}$，求得 $\omega=2$.

再根据五点法作图可得 $2\times\frac{\pi}{3}+\varphi=2k\pi+\pi$，即 $\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{3},k\in Z$，

又，求得$\varphi=\frac{\pi}{3}$，$\therefore$函数$f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，

$f\left(-\frac{5\pi}{12}\right)=-2\sin\frac{\pi}{2}=-2$，是最值，故 A 成立；

$f\left(\frac{2\pi}{3}\right)=2\sin\frac{5\pi}{3}=-2\sin\frac{\pi}{3}=-\sqrt{3}$，不等于零，故 B 不成立；

将函数$y=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$的图象向左平移$\frac{\pi}{2}$个单位得到函数

$y=\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)-\frac{\pi}{6}\right]=\sin\left(2x+\frac{5\pi}{6}\right)$的图象，故 C 不成立；

当$x\in\left[-\frac{\pi}{2},0\right]$时，,

$f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=2\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)=2\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-\sqrt{3}$，$f\left(-\frac{5\pi}{12}\right)=2\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-2$，

函数$f(x)$在上的图象如下，

由图可知，$m\in\left(-2,-\sqrt{3}\right]$时，函数$f(x)$与直线$y=m$有两个交点，

故方程$f(x)=m$在上有两个不相等的实数根时，m的取值范围是$\left(-2,-\sqrt{3}\right]$，故 D 成立.

故选：AD.

10．已知函数$f(x)=\frac{x}{\ln x}$，下列结论正确的是（　　）

A．$f(x)$在$x=\mathrm{e}$处的切线方程为$y=\mathrm{e}$

B．$f(x)$在区间$(0,\mathrm{e})$单调递减，在区间$(\mathrm{e},+\infty)$单调递增

C．设$g(x)=x^2+a$，若对任意$x_1\in\mathbf{R}$，都存在$x_2\in(1,+\infty)$，使$g(x_1)=f(x_2)$成立，则$a\geq\mathrm{e}$

D．$\pi^\pi>3^\pi>\pi^3>3^3$

【答案】ACD

【分析】求导得到函数的单调区间，计算切线得到 A 正确，根据定义域排除 B，分别计算最值得到 C 正确，根据幂函数单调性和$f(x)$单调性计算得到 D 正确，得到答案.

【详解】$f(x)=\frac{x}{\ln x}$，则$f'(x)=\frac{\ln x-1}{(\ln x)^2}$，$x\in(0,1)\cup(1,+\infty)$，

当$x\in(0,1)$和$x\in(1,\mathrm{e})$时，$f'(x)<0$，函数单调递减；

当 $x\in(\mathrm{e},+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，函数单调递增.

对选项 A：$f'(\mathrm{e})=0$，$f(\mathrm{e})=\mathrm{e}$，故切线方程为 $y=\mathrm{e}$，正确；

对选项 B：函数定义域为 $(0,1)\cup(1,+\infty)$，错误；

对选项 C：当 $x_2\in(1,+\infty)$ 时，$f(x_2)_{\min}=f(\mathrm{e})=\mathrm{e}$，$g(x_1)_{\min}=g(0)=a$，故 $a\ge \mathrm{e}$，正确；

对选项 D：根据幂函数的单调性知 $\pi^\pi>3^\pi$，$\pi^3>3^3$，$f(\pi)>f(3)$，即，

故 $\pi\ln 3>3\ln\pi$，即 $3^\pi>\pi^3$，故 $\pi^\pi>3^\pi>\pi^3>3^3$，正确.

故选：ACD

11．如图，直角梯形 $ABCD$ 中，$AB//CD$，$AB\perp BC$，$BC=CD=\frac{1}{2}AB=2$，E 为 AB 中点，以 DE 为折痕把 $\vee ADE$ 折起，使点 A 到达点 P 的位置，且 $PC=2\sqrt{3}$.则下列说法正确的有（　）

A．$CD\perp$ 平面 EDP

B．四棱锥 $P-EBCD$ 外接球的体积为 $4\sqrt{3}\pi$

C．二面角 $P-CD-B$ 的大小为 $\frac{\pi}{4}$

D．PC 与平面 EDP 所成角的正切值为 $\sqrt{2}$

【答案】ABC

【分析】易证得四边形 $EBCD$ 为矩形，得到 $CD\perp DE$；利用勾股定理可得 $CD\perp PD$；由线面垂直的判定可证得 A 正确；根据平面 $EBCD$ 和矩形外接圆半径 r 可求得外接球半径 $R=\sqrt{r^2+\left(\frac{1}{2}PE\right)^2}$，代入球的体积公式可知 B 正确；根据二面角平面角定义可知即为所求角，根据长度关系知 C 正确；根据线面角定义可知 $\angle CPD$ 为所求角，由长度关系可知 D 错误.

【详解】对于 A，为 AB 中点，$\therefore BE=CD$，$BE//CD$，四边形 $EBCD$ 为平行四边形，

又 $AB\perp BC$，四边形 $EBCD$ 为矩形，$\therefore CD\perp DE$；

$\because PD=AD=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，$CD=2$，$PC=2\sqrt{3}$，

$\therefore PD^2+CD^2=PC^2$，$\therefore CD\perp PD$，又 $PD\cap DE=D$，$PD,DE\subset$ 平面 EDP，

$\therefore CD\perp$ 平面 EDP，A 正确；

对于 B，，$AB\perp BC$，，即 $PE\perp DE$，

$\because CD \perp$ 平面 EDP，平面 EDP，$\therefore CD \perp PE$，

又 $CD \cap DE = D$，$CD, DE \subset$ 平面 $EBCD$，平面 $EBCD$；

矩形 $EBCD$ 的外接圆半径 $r = \frac{1}{2} \times \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{2}$，

四棱锥 $P-EBCD$ 的外接球半径 $R = \sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{2}PE\right)^2} = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$，

四棱锥 $P-EBCD$ 外接球的体积 $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 4\sqrt{3}\pi$，B 正确；

对于 C，$\because CD \perp$ 平面 EDP，$PD \subset$ 平面 EDP，；

又 $DE \perp CD$，二面角 $P-CD-B$ 的平面角为，

，$PE = DE = 2$，$\therefore \angle PDE = \frac{\pi}{4}$，

二面角 $P-CD-B$ 的大小为 $\frac{\pi}{4}$，C 正确；

对于 D，$\because CD \perp$ 平面 EDP，$\therefore \angle CPD$ 即为直线 PC 与平面 EDP 所成角，

$\because CD \perp PD$，$PD = 2\sqrt{2}$，$CD = 2$，$\therefore \tan\angle CPD = \frac{CD}{PD} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$，

即直线直线 PC 与平面 EDP 所成角的正切值为，D 错误.

故选：ABC.

12. 已知直线与圆 O：$x^2 + y^2 = 4$ 交于点 M, N，若过点 M 和 $A(2,0)$ 的直线与 y 轴交于点 C，过点 M 和 $B(0,2)$ 的直线与 x 轴交于点 D，则（　）

A．$\triangle MON$ 面积的最大值为 2　　B．$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ 的最小值为 4

C．$|AD| \cdot |BC| = 8$　　D．若 $k = 1$，则 $k_{OM} \cdot k_{ON} = 1$

【答案】ACD

【分析】利用面积公式 $S_{\triangle MON} = \frac{1}{2}|OM| \cdot |ON| \sin\angle MON$ 可判断 A；设 $M(x_1, y_1)$，数量积的坐标表示结合重要不等式可判断 B；利用 M 的坐标表示出直线坐标，从而可得 C、D 坐标，然后直接求解可判断 C；利用韦达定理可判断 D.

【详解】A 项：因为直线与圆 O 交于点 M，N，所以，

所以 $S_{\triangle MON} = \frac{1}{2}|OM| \cdot |ON| \sin\angle MON = 2\sin\angle MON$，

当 $\sin\angle MON = 1$，即 $\angle MON = \frac{\pi}{2}$，$OM \perp ON$ 时，$\triangle MON$ 面积的最大值为 2，A 正确；

B 项：设 $M(x_1,y_1)$，则 $\overrightarrow{MA}=(2-x_1,-y_1)$，$\overrightarrow{MB}=(-x_1,2-y_1)$，

所以 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=x_1^2+y_1^2-2x_1-2y_1=4-2(x_1+y_1)$，

因为 $4=x_1^2+y_1^2\geq 2x_1y_1$，所以 $x_1y_1\leq 2$.

所以 $(x_1+y_1)^2=4+2x_1y_1\leq 8$，即 $-2\sqrt{2}\leq x_1+y_1\leq 2\sqrt{2}$，

所以当 $x_1+y_1=2\sqrt{2}$ 时，$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ 取得最小值 $4-4\sqrt{2}$，B 错误；

C 项：当直线 MB 斜率存在时，则直线 $MB:y=\dfrac{y_1-2}{x_1}x+2$.

令 $y=0$，可得 $x=\dfrac{2x_1}{2-y_1}$，故 $D\left(\dfrac{2x_1}{2-y_1},0\right)$.

直线 $MA:y=\dfrac{y_1}{x_1-2}(x-2)$，

令 $x=0$，可得 $y=\dfrac{2y_1}{2-x_1}$，所以 $C\left(0,\dfrac{2y_1}{2-x_1}\right)$.

故 $|AD|\cdot|BC|=\left|\left(2-\dfrac{2x_1}{2-y_1}\right)\cdot\left(2-\dfrac{2y_1}{2-x_1}\right)\right|$

$=\left|4-\dfrac{4x_1}{2-y_1}-\dfrac{4y_1}{2-x_1}+\dfrac{4x_1y_1}{(2-x_1)(2-y_1)}\right|$

$=\left|4+4\left[\dfrac{4-2x_1-2y_1+x_1y_1}{(x_1-2)(y_1-2)}\right]\right|$

$=\left|4+\dfrac{4(x_1-2)(y_1-2)}{(x_1-2)(y_1-2)}\right|=8$；

当直线 MB 斜率不存在时，$|AD|=2$，$|BC|=4$，则 $|AD|\cdot|BC|=8$，

综上所述，$|AD|\cdot|BC|=8$ 为定值，C 正确；

D 项：当 $k=1$ 时，$y=x+m$，设 $N(x_2,y_2)$，联立 $\begin{cases}x^2+y^2=4,\\ y=x+m,\end{cases}$

消去 y 可得 $2x^2+2mx+m^2-4=0$，则 $x_1+x_2=-m$，$x_1x_2=\dfrac{m^2-4}{2}$，