第 13 讲 坐标与轴对称

模块导航

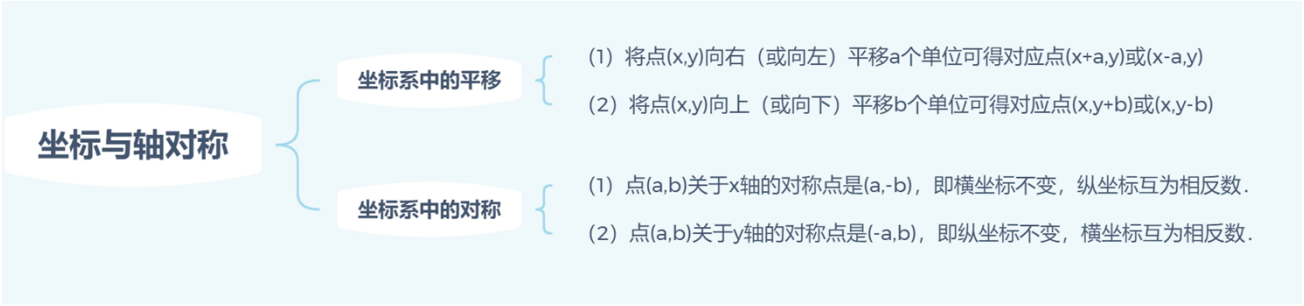
模块一　思维导图串知识
模块二　基础知识全梳理（吃透教材）
模块三　核心考点举一反三
模块四　小试牛刀过关测

素养目标

1．探索图形坐标变化的过程；

2．了解掌握图形坐标变化与图形轴对称之间的关系；

模块一 思维导图串知识



模块二 基础知识全梳理

知识点一．坐标系中的平移：

（1）将点 (x, y) 向右（或向左）平移 a 个单位可得对应点 $(x+a, y)$ 或 $(x-a, y)$.

（2）将点 (x, y) 向上（或向下）平移 b 个单位可得对应点 $(x, y+b)$ 或 $(x, y-b)$.

总结：点的左右平移横坐标满足左减右加，点的上下平移纵坐标满足上加下减.

知识点二．坐标系中的对称：

（1）点 $P(a, b)$ 关于 x 轴的对称点是 $P'(a, -b)$，即横坐标不变，纵坐标互为相反数.

（2）点 $P(a, b)$ 关于 y 轴的对称点是 $P'(-a, b)$，即纵坐标不变，横坐标互为相反数.

总结：点关于哪条坐标轴对称则哪个坐标不变，另外一个坐标变为原来的相反数.

（3）点 $P(a, b)$ 关于坐标原点的对称点是 $P'(-a, -b)$，即横坐标互为相反数，纵坐标也互为相反数.

（4）点 $P(a, b)$ 关于点 $Q(m, n)$ 的对称点是 $P'(2m-a, 2n-b)$.

（5）点 $P(a, b)$ 关于 $x=m$ 的对称点是 $P'(2m-a, b)$.

（6）点 $P(a, b)$ 关于 $y=n$ 的对称点是 $P'(a, 2n-b)$.

（7）点 (x, y) 关于一三象限的平分线的对称点为 (y, x) .

（8）点 (x, y) 关于二四象限的平分线的对称点为 $(-y, -x)$.

模块三 核心考点举一反三

考点一：求点沿 x 轴，y 轴平移后的坐标

例 1.（2023 上·河南南阳·八年级校考开学考试）已知点 $A(-4,-6)$，将点 A 先向右平移 4 个单位长度，再向上平移 6 个单位长度到达 A' 点，则 A' 点的坐标为_____.

【变式 1-1】（2023 上·湖南长沙·八年级统考开学考试）将点 $A(-2,1)$ 向左平移 4 个单位，再向下平移 3 个单位得到点 B，则点 B 的坐标为_____.

【变式 1-2】（2023 下·贵州贵阳·八年级校考阶段练习）在平面直角坐标系中，将点 $A(-2,3)$ 先向向右平移 3 个单位长度，再向下平移 4 个单位长度，得到点 B，则点 B 的坐标是_____.

【变式 1-3】点 A 向右平移 3 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度后，得到点 $B(0,2)$，则点 A 坐标为_____.

考点二：关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标

例 2.（2023·全国·八年级专题练习）点 $M(-3,7)$ 关于 x 轴对称点的坐标是_____，关于 y 轴对称点的坐标是_____.

【变式 2-1】（2024·四川成都·一模）在平面直角坐标系中，点 $P(-2,-4)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是（　）

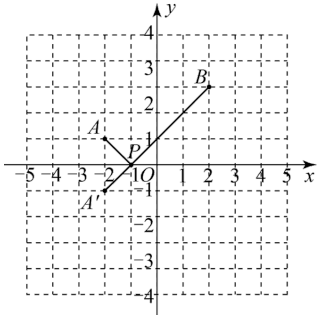
$A.\ (2,4)$　　$B.\ (0,-4)$　　$C.\ (-2,4)$　　$D.\ (2,-4)$

【变式 2-2】（2023·湖南湘西·模拟预测）点 A 的坐标是 $(-6,8)$，则点 A 关于 x 轴对称的点的坐标是_____，点 A 关于 y 轴对称的点的坐标是_____.

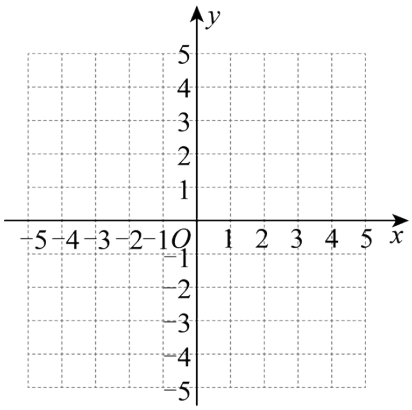
【变式 2-3】（2023 秋·河南漯河·八年级校考期末）若点 $A(a-1,2)$ 与点 $B(2,\ b-1)$ 关于 x 轴对称，则 $a+b=$_____.

考点三：利用轴对称求平面直角坐标系中线段和最小值问题

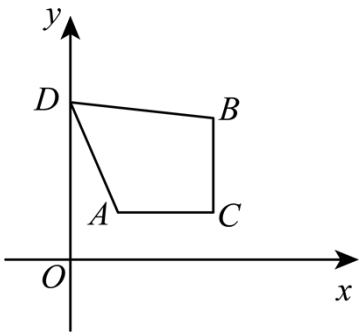
例 3.（22-23 八年级上·广东东莞·期中）如图，点 $A(-2,1)$，$B(2,3)$，点 P 是在 x 轴上，且使 $PA+PB$ 最小，写出点 P 的坐标_____.



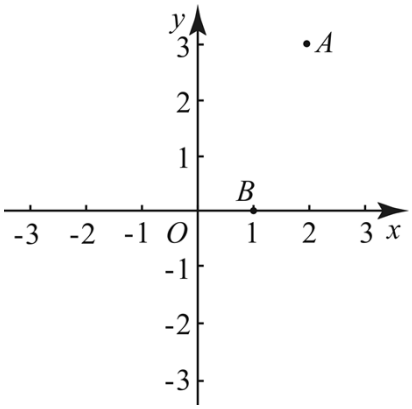
【变式 3-1】（23-24 八年级上·山东菏泽·阶段练习）如图，已知 $A(-2,4)$，$B(4,2)$，$C(2,-1)$，作 $\triangle ABC$ 关于 x 轴的对称图形 $\triangle A_1B_1C_1$，则点 C_1 的坐标_____；P 为 x 轴上一点，当 $\triangle PAB$ 的周长最小时的点 P 的坐标____.



【变式 3-2】（23-24 八年级上·陕西宝鸡·阶段练习）如图，在直角坐标系中，点 $A(1,1)$，点 $B(3,3)$ 是第一象限角平分线上的两点，点 C 的纵坐标为 1，且 $CA=CB$，在 y 轴上存在一点 D，连接 AC，BC，AD，BD，使四边形 $ACBD$ 的周长最小，则点 D 的坐标为_____.

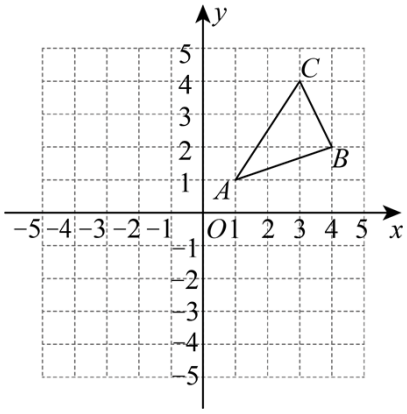


【变式 3-3】如图，在平面直角坐标系中，点 $A(2,3)$、$B(1,0)$ 在 y 轴上取一点 P，使点 P 到点 A 和点 B 的距离之和最小，则点 P 的坐标是_____.



考点四：作图——轴对称变换

例 4. 如图，$\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(1,1)$，$B(4,2)$，$C(3,4)$.

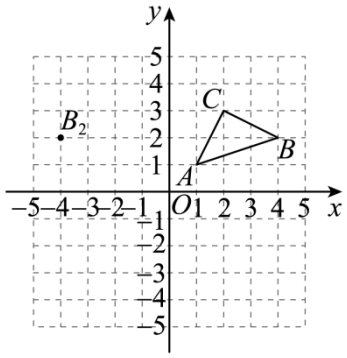


(1)直接写出点 C 关于 x 轴对称的点 C_1 的坐标；

(2)画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_2B_2C_2$，并写出点 B 的对应点 B_2 的坐标；

(3)在 x 轴上求作一点 P，使点 P 到 A、B 两点的距离和最小，请标出点 P.

【变式 4-1】（2023 秋·河南信阳·八年级校联考期末）如图所示，在平面直角坐标系中，$\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 $A(1,1)$、$B(4,2)$、$C(2,3)$.



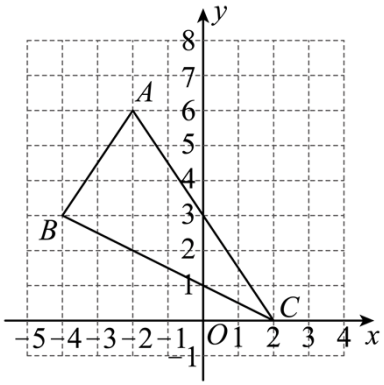
(1)在图中画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的图形 $\triangle A_1B_1C_1$；

(2)在图中，若 $B_2(-4,2)$ 与点 B 关于一条直线成轴对称，则这条对称轴是_____，此时 C 点关于这条直线的对称点 C_2 的坐标为_____；

(3)$\triangle A_1B_1C_1$ 的面积为_____；写出计算过程.

【变式 4-2】（2023 春·山东泰安·七年级校考开学考试）在平面直角坐标系中，点 A、点 B、点 C、点 O

都在由边长为 1 的小正方形组成网格的格点上，$\triangle ABC$ 的位置如图所示.



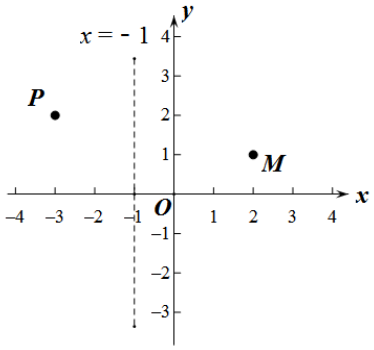
(1)在图中画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A'B'C'$；

(2) $\triangle ABC$ 的顶点 A 关于 y 轴对称的点 A' 的坐标为：A'_____；$\triangle A'B'C'$ 的顶点 B' 关于 x 轴对称的点 B'' 的坐标为：B''_____；

(3)求 $\triangle ABC$ 的面积.

(4)在 y 轴上求作一点 P，使 $PA+PB$ 的值最小，保留画图痕迹，并写出最小值_____.

【变式 4-3】数形结合是一种非常重要的数学思想，借助于坐标系我们可以研究特殊的对称关系．已知 $P(-3,2)$，$M(2,1)$，P、M 关于直线 $x=-1$ 的对称点为 Q、N.



(1)写出 Q 的坐标_____，N 的坐标_____；

(2)写出 $P(-3,2)$ 关于 $x=1$ 的对称点的坐标_____；

(3)写出点 (a,b) 关于直线 $x=n$ 的对称点的坐标_____.

模块四 小试牛刀过关测

一、单选题

1．（23-24 八年级下·河南南阳·期中）点$P(-2,5)$关于x轴对称点所在的象限是（　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

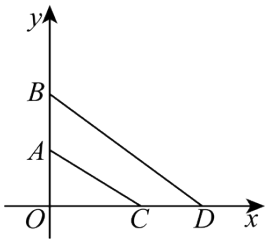
2．（2024 七年级下·北京·专题练习）在平面直角坐标系中，点$(2,-3)$关于x轴对称的点的坐标是（　　）

A．$(-2,-3)$　　B．$(2,-3)$　　C．$(-2,3)$　　D．$(2,3)$

3．（2024·浙江·三模）在平面直角坐标系中，点$A(5,m-1)$与点$B(-5,3)$关于y轴对称，则m的值为（　）

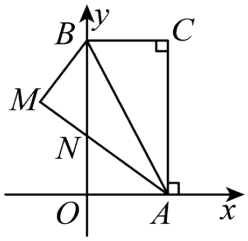
A．-4　　B．-2　　C．2　　D．4

4．（23-24 八年级下·湖北武汉·阶段练习）如图，在平面直角坐标系中，A、B两点的坐标分别为$A(0,1),B(0,2)$，线段CD（点D在点C右侧）在x轴上移动，且$CD=1$，连接AC、BD．则$AC+BD$的最小值为（　）



A．$2\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{10}$　　C．3　　D．$2\sqrt{2}$

5．（2024·河南新乡·三模）如图，在平面直角坐标系中，$Rt\triangle ABC$的顶点A在x轴上，顶点B在y轴上，$\angle C=90°$，$AC\perp x$轴，点C的坐标为$(2,4)$，作$\triangle ABC$关于直线AB的对称图形，其中点C的对称点为M，且AM交y轴于点N，则点N的坐标为（　）



A．$\left(0,\frac{3}{4}\right)$　　B．$\left(0,\frac{3}{2}\right)$　　C．$\left(0,\frac{5}{3}\right)$　　D．（$(0,1)$

二、填空题

6．（2024·福建福州·模拟预测）在平面直角坐标系中，点$P(3,4)$关于y轴对称的点的坐标是_____.

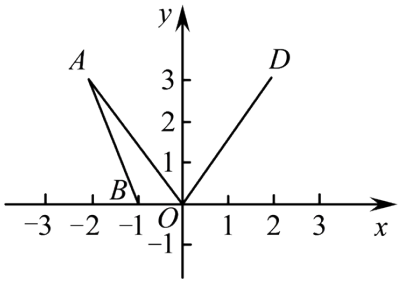
7．（2024·湖南邵阳·二模）若点$M(m,1)$与点$N(2,n)$关于x轴对称，则$m+n=$_____

8．（2024·江苏常州·二模）点$P(2,-3)$关于直线$x=1$对称的点的坐标是_____.

9．（23-24 八年级下·河北邢台·期中）在平面直角坐标系中，已知$A(4,2)$，点B与点A关于y轴对称，$C(-2,-1)$，则$\triangle ABC$的面积为_____.

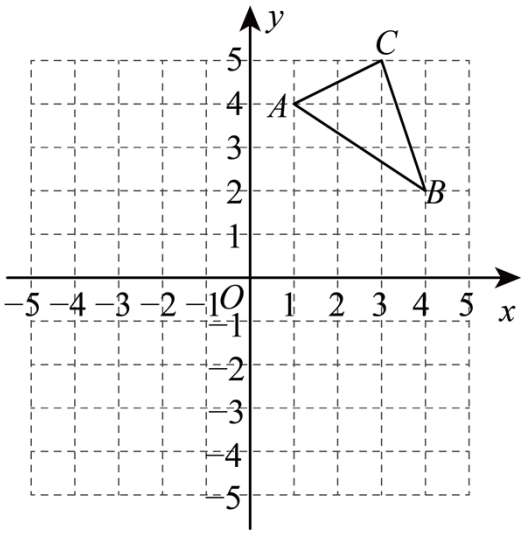
10．（2024 七年级下·北京·专题练习）在平面直角坐标系xOy中，点$A(-2,3)$，点$B(-1,0)$，点$D(2,3)$，点

C 在 x 轴上．若 $CD = AB$，则点 C 的坐标为 _____．



三、解答题

11．（23-24 八年级下·黑龙江佳木斯·期中）如图，在直角坐标系中，$\triangle ABC$ 的位置如图所示，请回答下列问题：

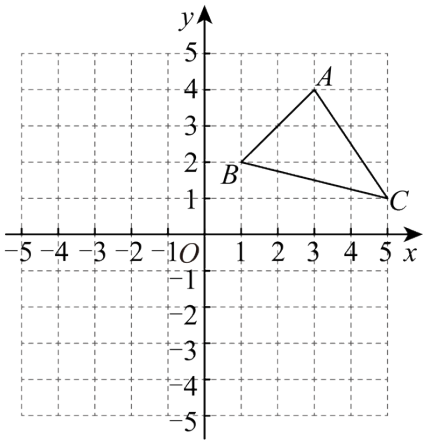


(1)请直接写出 A，B，C 三点的坐标；

(2)画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$；

(3)在 x 轴上找到一点 P，使 $\triangle ABP$ 的周长最小，直接写出这个周长的最小值．

12．（23-24 八年级下·湖南娄底·阶段练习）在正方形网格中，建立如图所示的平面直角坐标系，$\triangle ABC$ 的三个顶点都在格点上，$\triangle ABC$ 关于 y 轴对称图形为 $\triangle A_1B_1C_1$（其中：A 与 A_1，B 与 B_1，C 与 C_1 相对应）．

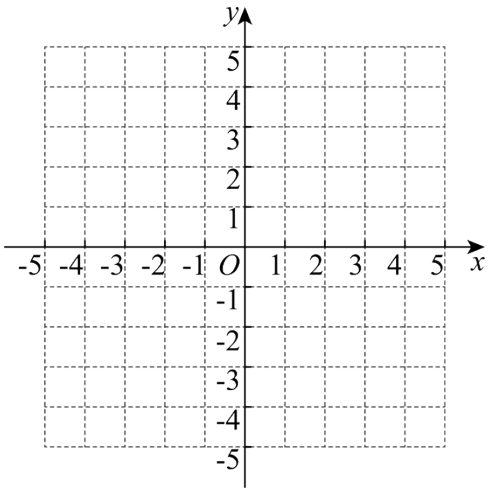


(1)画出$\triangle ABC$关于y轴对称的图形$\triangle A_1B_1C_1$.

(2)写出$\triangle A_1B_1C_1$三个顶点的坐标.

(3)求$\triangle A_1B_1C_1$的面积.

13．（23-24八年级上·甘肃兰州·期末）如图所示，在平面直角坐标系中，已知$A(0,1)$、$B(2,0)$、$C(4,3)$.



(1)在平面直角坐标系中画出$\triangle ABC$；

(2)若点D与点C关于y轴对称，则点D的坐标为_；

(3)已知P为x轴上一点，若点P的坐标为$(-2,0)$，求$\triangle ABP$的面积.

14．（23-24 八年级下·湖南永州·期中）阅读下列一段文字，回答问题．

【材料阅读】平面内两点$M(x_1,\ y_1)$，$N(x_2,\ y_2)$，则由勾股定理可得，这两点间的距离

$MN=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$．例如．如图 1，$M(3,1)$，$N(1,-2)$，则$MN=\sqrt{(3-1)^2+(1+2)^2}=\sqrt{13}$．

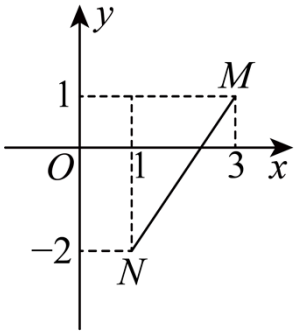


图1

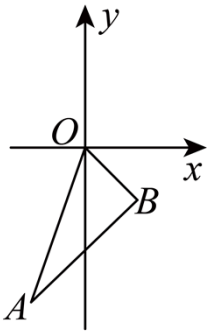


图2

【直接应用】

(1)已知 $P(2,-3)$，$Q(-1,3)$，求 P、Q 两点间的距离；

(2)如图 2，在平面直角坐标系中的两点 $A(-1,-3),B(1,-1)$，P 为 x 轴上任一点，求 $PA+PB$ 的最小值；

(3)利用上述两点间的距离公式，求代数式 $\sqrt{x^2+(y-2)^2}+\sqrt{(x-3)^2+(y-1)^2}$ 的最小值是多少？

第 13 讲 坐标与轴对称

模块导航

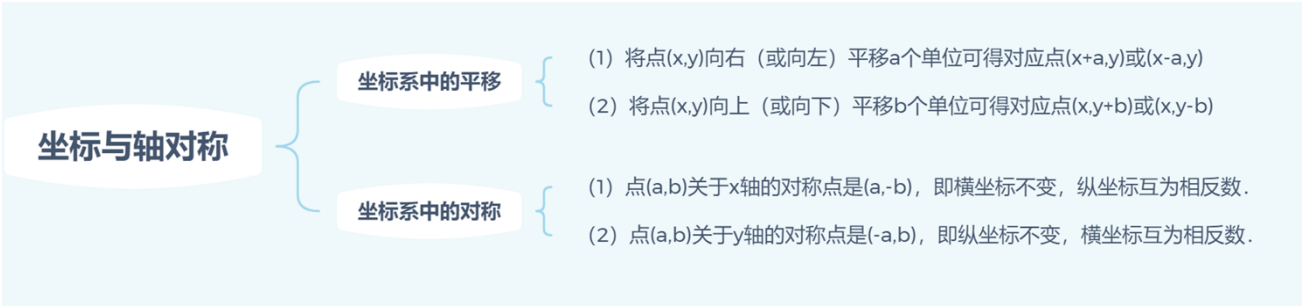
模块一　思维导图串知识
模块二　基础知识全梳理（吃透教材）
模块三　核心考点举一反三
模块四　小试牛刀过关测

素养目标

1．探索图形坐标变化的过程；

2．了解掌握图形坐标变化与图形轴对称之间的关系；

模块一 思维导图串知识



模块二 基础知识全梳理

知识点一．坐标系中的平移：

（1）将点 (x, y) 向右（或向左）平移 a 个单位可得对应点 $(x+a, y)$ 或 $(x-a, y)$.

（2）将点 (x, y) 向上（或向下）平移 b 个单位可得对应点 $(x, y+b)$ 或 $(x, y-b)$.

总结：点的左右平移横坐标满足左减右加，点的上下平移纵坐标满足上加下减.

知识点二．坐标系中的对称：

（1）点 $P(a, b)$ 关于 x 轴的对称点是 $P'(a, -b)$，即横坐标不变，纵坐标互为相反数.

（2）点 $P(a, b)$ 关于 y 轴的对称点是 $P'(-a, b)$，即纵坐标不变，横坐标互为相反数.

总结：点关于哪条坐标轴对称则哪个坐标不变，另外一个坐标变为原来的相反数.

（3）点 $P(a, b)$ 关于坐标原点的对称点是 $P'(-a, -b)$，即横坐标互为相反数，纵坐标也互为相反数.

（4）点 $P(a, b)$ 关于点 $Q(m, n)$ 的对称点是 $P'(2m-a, 2n-b)$.

（5）点 $P(a, b)$ 关于 $x=m$ 的对称点是 $P'(2m-a, b)$.

（6）点 $P(a, b)$ 关于 $y=n$ 的对称点是 $P'(a, 2n-b)$.

（7）点 (x, y) 关于一三象限的平分线的对称点为 (y, x) .

（8）点 (x, y) 关于二四象限的平分线的对称点为 $(-y, -x)$.

模块三 核心考点举一反三

考点一：求点沿 x 轴，y 轴平移后的坐标

例 1．（2023 上·河南南阳·八年级校考开学考试）已知点 $A(-4,-6)$，将点 A 先向右平移 4 个单位长度，再向上平移 6 个单位长度到达 A' 点，则 A' 点的坐标为_____.

【答案】$(0,0)$

【分析】让点 A 的横坐标加 4，纵坐标加 6 即可得到 A' 的坐标.

【详解】解：由题中平移规律可知：A' 的横坐标为 $-4+4=0$；纵坐标为 $-6+6=0$；

$\therefore A'$ 的坐标为 $(0,0)$，

故答案为：$(0,0)$.

【点睛】本题主要考查了用坐标表示平移．注意左右移动改变点的横坐标，左减右加；上下移动改变点的纵坐标，下减上加.

【变式 1-1】（2023 上·湖南长沙·八年级统考开学考试）将点 $A(-2,1)$ 向左平移 4 个单位，再向下平移 3 个单位得到点 B，则点 B 的坐标为_____.

【答案】$(-6,-2)$

【分析】点 A 的横坐标减 4，纵坐标减 3 即可得到平移后点 B 的坐标.

【详解】解：点 B 的横坐标为 $-2-4=-6$，纵坐标为 $1-3=-2$，

所以点 B 的坐标是 $(-6,-2)$.

故答案为：$(-6,-2)$.

【点睛】本题考查点的平移规律，用到的知识点为：点的平移，左右平移只改变点的横坐标，左减右加；上下平移只改变点的纵坐标，上加下减.

【变式 1-2】（2023 下·贵州贵阳·八年级校考阶段练习）在平面直角坐标系中，将点 $A(-2,3)$ 先向向右平移 3 个单位长度，再向下平移 4 个单位长度，得到点 B，则点 B 的坐标是_____.

【答案】$(1,-1)$

【分析】根据平移的特点即可求解.

【详解】解：点 $A(-2,3)$ 先向向右平移 3 个单位长度，再向下平移 4 个单位长度得到坐标 $B(1,-1)$，

故答案为：$(1,-1)$.

【点睛】本题考查了点的平移，熟练掌握点平移坐标的变化情况是解题的关键.

【变式 1-3】点 A 向右平移 3 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度后，得到点 $B(0,2)$，则点 A 坐标为_____.

【答案】$(-3,4)$

【分析】将点 B 反向平移求出点 A 坐标；

【详解】点 B（0，2）像上平移 2 个单位，向左平移三个单位后点坐标为（-3，4），

故 A（-3，4）.

【点睛】本题考查了点的平移规律，熟练掌握坐标中点的平移规律是解题的关键.

考点二：关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标

例 2. （2023·全国·八年级专题练习）点 $M(-3,7)$ 关于 x 轴对称点的坐标是_____，关于 y 轴对称点的坐标是_____.

【答案】 $(-3,-7)$ $(3,7)$

【分析】根据关于 x 轴对称点，横坐标相同，纵坐标互为相反数，关于 y 轴对称点，横坐标互为相反数，纵坐标相同，即可解答.

【详解】解：点 $M(-3,7)$ 关于于 x 轴对称点的坐标是 $(-3,-7)$，关于 y 轴对称点的坐标是 $(3,7)$.

故答案为：$(-3,-7)$，$(3,7)$.

【点睛】本题主要考查了关于坐标轴对称的点的坐标特征，解题的关键是掌握关于 x 轴对称点，横坐标相同，纵坐标互为相反数，关于 y 轴对称点，横坐标互为相反数，纵坐标相同.

【变式 2-1】（2024·四川成都·一模）在平面直角坐标系中，点 $P(-2,-4)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是（　）

A．$(2,4)$　　B．$(0,-4)$　　C．$(-2,4)$　　D．$(2,-4)$

【答案】C

【分析】

本题主要考查了坐标与图形变化—轴对称，根据关于 x 轴对称的点横坐标相同，纵坐标互为相反数进行求解即可.

【详解】解：∵关于 x 轴对称的点横坐标相同，纵坐标互为相反数，

∴点 $P(-2,-4)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是 $(-2,4)$，

故选：C.

【变式 2-2】（2023·湖南湘西·模拟预测）点 A 的坐标是 $(-6,8)$，则点 A 关于 x 轴对称的点的坐标是_____，点 A 关于 y 轴对称的点的坐标是_____.

【答案】 $(-6,-8)$ $(6,8)$

【分析】根据轴对称的性质，点关于 x 轴对称时，横坐标不变，纵坐标为相反数，关于 y 轴对称时，横坐标为相反数，纵坐标不变，即可求解.

【详解】解：Q 在平面直角坐标系中，点关于 x 轴对称时，横坐标不变，纵坐标为相反数，

∴点 A 关于 x 轴对称的点的坐标是 $(-6,-8)$，

Q 关于 y 轴对称时，横坐标为相反数，纵坐标不变，

∴点 A 关于 y 轴对称的点的坐标是 $(6,8)$，

故答案为 $(-6,-8)$，$(6,8)$.

【点睛】本题考查了坐标与轴对称的性质，熟练掌握轴对称的性质是解题的关键.

【变式 2-3】（2023 秋·河南漯河·八年级校考期末）若点 $A(a-1,2)$ 与点 $B(2,\ b-1)$ 关于 x 轴对称，则 $a+b=$_____.

【答案】2

【分析】根据若两点关于 x 轴对称，则横坐标不变，纵坐标互为相反数，即可求解.

【详解】解：∵点 $A(a-1,2)$ 与点 $B(2,\ b-1)$ 关于 x 轴对称，

$\therefore a-1=2,\ b-1=-2$，

解得 $a=3,\ b=-1$，

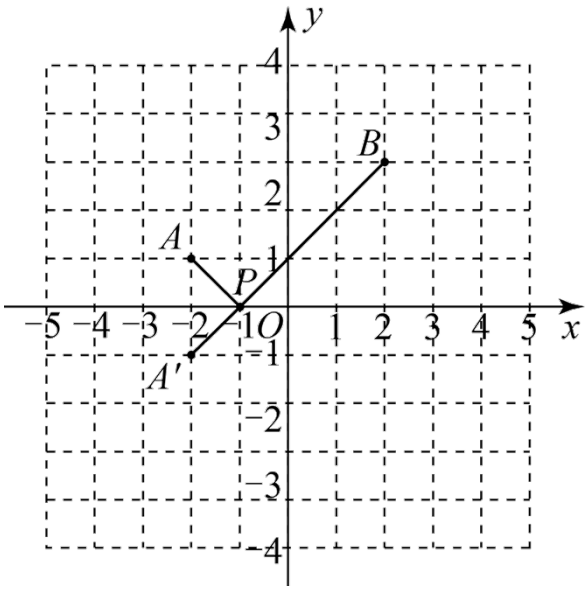
$\therefore a+b=3-1=2$.

故答案为：2.

【点睛】本题主要考查了平面直角坐标系内点关于坐标轴对称的特征，熟练掌握若两点关于 x 轴对称，则横坐标不变，纵坐标互为相反数；若两点关于 y 轴对称，则横坐标互为相反数，纵坐标不变是解题的关键.

考点三：利用轴对称求平面直角坐标系中线段和最小值问题

例 3.（22-23 八年级上·广东东莞·期中）如图，点 $A(-2,1)$，$B(2,3)$，点 P 是在 x 轴上，且使 $PA+PB$ 最小，写出点 P 的坐标_____.



【答案】$(-1,0)$

【分析】如图所示，作点 A 关于 x 轴对称的点 A'，连接 $A'B$ 交 x 轴于 P'，取 $C(2,-1)$，连接 CP，过点 P' 作 $P'D\perp A'C$ 于 D，根据轴对称的性质可得当 P、A'、B 三点共线时，$PA'+PB$ 最小，即 $PA+PB$ 最小，此时 P 与 P' 重合，利用三角形面积之间的关系求出点 P 的坐标即可.

【详解】解：如图所示，作点 A 关于 x 轴对称的点 A'，连接 $A'B$ 交 x 轴于 P'，取 $C(2,-1)$，连接 CP，过点 P' 作 $P'D\perp A'C$ 于 D，

$\therefore AP=A'P$，$BC=4$，

$\therefore PA+PB=PA'+PB$，

$\therefore$当 P、A'、B 三点共线时，$PA'+PB$ 最小，即 $PA+PB$ 最小，此时 P 与 P' 重合，

$\because A(-2,1)$，

$\therefore A'(-2,-1)$，

$\therefore A'C=4$，

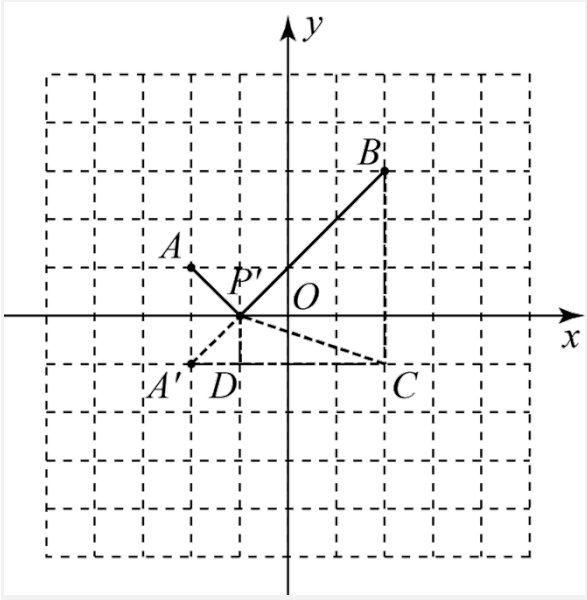
$\because S_{\triangle A'CB}=S_{\triangle A'CP'}+S_{\triangle BCP'}$，

$\therefore \frac{1}{2}\times4\times4=\frac{1}{2}\times4\times1+\frac{1}{2}\times4\times(2-x_{P'})$，

$\therefore x_{P'}=-1$，

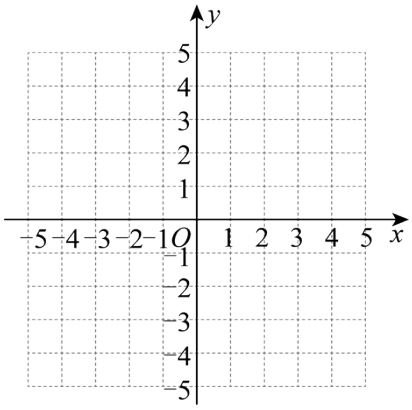
$\therefore P(-1,0)$，

故答案为：$(-1,0)$.



【点睛】本题主要考查了坐标与图形变化——轴对称，轴对称最短路径问题，确定当 P、A'、B 三点共线时，$PA'+PB$ 最小，即 $PA+PB$ 最小是解题的关键.

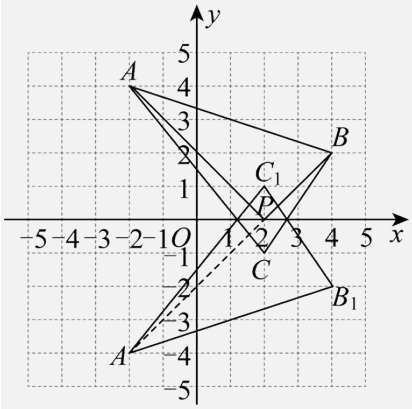
【变式 3-1】（23-24 八年级上·山东菏泽·阶段练习）如图，已知 $A(-2,4)$，$B(4,2)$，$C(2,-1)$，作 $\triangle ABC$ 关于 x 轴的对称图形 $\triangle A_1B_1C_1$，则点 C_1 的坐标_____；P 为 x 轴上一点，当 $\triangle PAB$ 的周长最小时的点 P 的坐标____.



【答案】 $(2,1)$ $(2,0)$

【分析】根据关于 x 轴对称的点横坐标相同，纵坐标互为相反数找到 A、B、C 对应点 A_1、B_1、C_1 的位置，然后顺次连接 A_1、B_1、C_1，再写出对应点坐标即可；连接 A_1B 交 x 轴于 P，点 P 即为所求.

【详解】解：如图所示，$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求；



$\therefore C_1(2,1)$

如图所示，$\because AB$ 长度不变，$\triangle PAB$ 的周长 $= PA + PB + AB$，

$\therefore$只要 $PA + PB$ 最小即可.

$\therefore$连接 A_1B 交 x 轴于点 P，

$\because$两点之间线段最短，

$\therefore PA + PB = PA_1 + PB \geq A_1B$，

$\therefore$结合网格小正方形的特点可得：$P(2,0)$

故答案为：$(2,1)$，$(2,0)$

【点睛】本题主要考查了坐标与图形变化—轴对称，轴对称最短路径问题等等，灵活运用所学知识是解题的关键.

【变式 3-2】（23-24 八年级上·陕西宝鸡·阶段练习）如图，在直角坐标系中，点 $A(1,1)$，点 $B(3,3)$ 是第一象限角平分线上的两点，点 C 的纵坐标为 1，且 $CA = CB$，在 y 轴上存在一点 D，连接 AC，BC，AD，BD，使四边形 $ACBD$ 的周长最小，则点 D 的坐标为_____.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/007055103022006133