

专题 10 三角函数求 w 范围归类

目录

题型一：求 w 基础 1：图像与与解析式	1
题型二：求 w 基础 2：五点图像平移（异名平移）	3
题型三：求 w 基础：恒等变形型平移	4
题型四：平移图像重合求 w	5
题型五：平移后是奇函数，求 w 最小值	6
题型六：单调性型求 w	7
题型七：存在对称轴型求 w	8
题型八：存在对称中心型求 w	9
题型九：对称轴最多（少）型	10
题型十：零点最多（少）型	11
题型十一：没有最值型	12
题型十二：零点和对称轴型	13
题型十三：不单调型	14
题型十四：极值点最多（少）型	15
题型十五：正整数型	15
题型十六：综合应用型	16

题型一：求 w 基础 1：图像与与解析式

指 | 点 | 迷 | 津

确定 $y = A \sin(\omega x + \varphi) + b$ ($A > 0, \omega > 0$) 的步骤和方法:

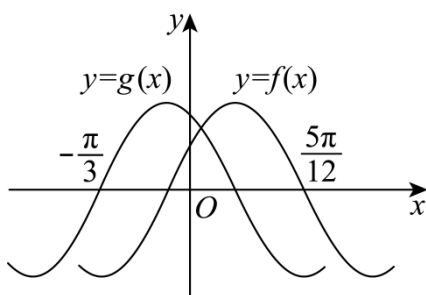
(1) 求 A, b : 确定函数的最大值 M 和最小值 m , 则 $A = \frac{M - m}{2}, b = \frac{M + m}{2}$;

(2) 求 ω : 确定函数的周期 T , 则可得 $\omega = \frac{2\pi}{T}$;

(3) 求 φ : 常用的方法有代入法和五点法.

① 代入法: 把图象上的一个已知点代入 (此时 A, ω, b 已知) 或代入图象与直线 $y=b$ 的交点求解 (此时要注意

1. (2023·全国·模拟预测) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 与函数 $y = g(x)$ 的部分图象如图所示, 且函数 $f(x)$ 的图象可由函数 $g(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度得到, 则 $g(0) = (\quad)$



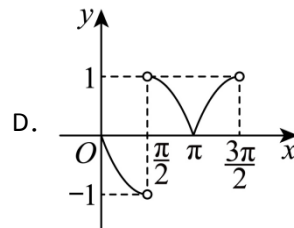
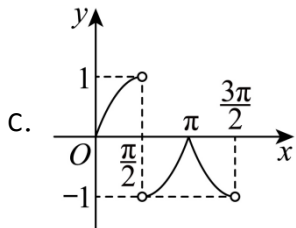
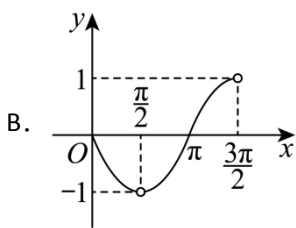
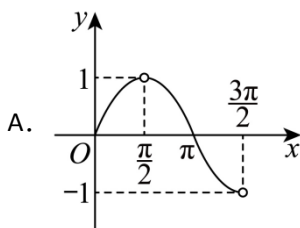
A. $\frac{1}{2}$

B. 1

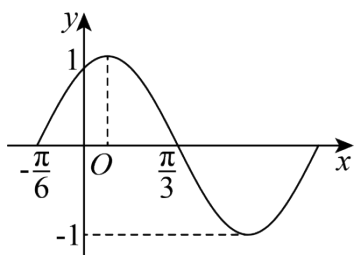
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

2. (2023 高三上·湖南·专题练习) 函数 $y = \cos x \cdot |\tan x|$ ($0 \leq x < \frac{3\pi}{2}$ 且 $x \neq \frac{\pi}{2}$) 的大致图象是 ()

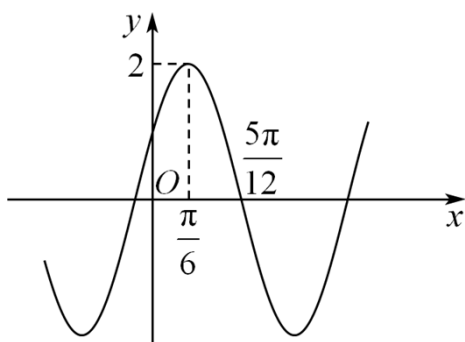


3. (23-24 高三山东青岛·阶段练习) 设函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($x \in \mathbb{R}, A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 若 $x_1, x_2 \in \left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$, 且 $f(x_1) = f(x_2)$, 则 $f(x_1 + x_2) = (\quad)$



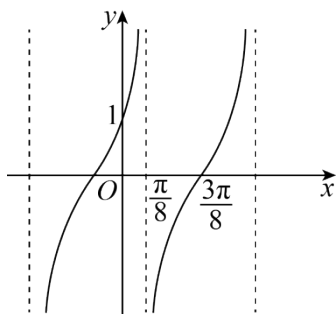
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

4. (22-23 高三全国·阶段练习) 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($x \in \mathbf{R}, A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则下列说法正确的是 ()



- A. $f\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 为偶函数
- B. $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到 $y = A \sin 2x$ 的图象
- C. $f(x)$ 图象的对称中心为 $\left(-\frac{\pi}{12} + k\pi, 0\right)$, $k \in \mathbf{Z}$
- D. $f(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的最小值为 $-\sqrt{3}$

5. (22-23 三·全国·课后作业) 已知函数 $f(x) = A \tan(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 下列关于函数 $g(x) = A \cos(\omega x + \varphi)$ ($x \in \mathbf{R}$) 的表述正确的是 ()



- A. 函数 $g(x)$ 的图象关于点 $(\frac{\pi}{4}, 0)$ 对称
- B. 函数 $g(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}]$ 上递减
- C. 函数 $g(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 对称
- D. 函数 $h(x) = \cos 2x$ 的图象上所有点向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位得到函数 $g(x)$ 的图象

题型二：求 ω 基础 2：五点图像平移（异名平移）

指 | 点 | 迷 | 津

同名函数到同名函数的平移

要得到函数 $y = \sin(x + \phi)$ 的图象，只要将函数 $y = \sin x$ 的图象上所有点向左（当 $\phi > 0$ 时）或向右（当 $\phi < 0$ 时）平行移动 $|\phi|$ 个单位长度即可得到。

即平移变换：左右

如果系数不为 1， $f(\omega x + \phi) \Rightarrow f(\omega(x + a) + \phi)$ 左加右减

遇到正弦到余弦的平移。目标是函数化一致，理论上正弦化为余弦或者余弦化为正弦都可以，实际操作时，

6. （21-22 高三·全国·课后作业）把函数 $y = \cos(3x + \frac{\pi}{4})$ 的图象适当变换就可以得到 $y = \sin(-3x)$ 的图象，这种变换可以是（ ）

- A. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度 B. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度
- C. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度 D. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度

7. (20-21 高三·全国·课后作业) 为了得到 $y = -2\cos 3x$ 的图象, 只需把函数 $y = 2\sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象 ()

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度 B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{\pi}{9}$ 个单位长度 D. 向右平移 $\frac{\pi}{9}$ 个单位长度

8. (21-22 高三上·浙江·) 已知函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, 为了得到函数 $g(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象只需将 $y = f(x)$ 的图象 ()

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位 B. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位
C. 向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位 D. 向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位

9. (21-22 高三上·湖北武汉·开学考试) 要得到函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象, 可以将函数 $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象 ()

- A. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度 B. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度
C. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度 D. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

10. (20-21 高三上·宁夏·阶段练习) 若将函数 $y = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后, 与函数 $y = \cos\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象重合, 则 ω 的最小值为 ()

- A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 3

题型三：求 ω 基础：恒等变形型平移

指 | 点 | 迷 | 津

涉及到较复杂形式的函数平移, 需要通过和、差、倍、半公式, 降幂公式, 辅助角公式等等恒等变形方法, 转化为同名正余弦函数, 再进行平移计算

11. (22-23 高三下·四川成都) 要得到函数 $y = 2\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right)\sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2}\right) - 1$ 的图象, 需将 $y = \frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$ 的图象 ().

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度 B. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度 D. 向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度

12. (20-21 高三·上海·课后作业) 函数 $y = \cos x + \sin x$ 的图像可由 $y = \cos x - \sin x$ 向右平移的单位个数为 ().

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. $\frac{\pi}{3}$

13. (22-23 高三下·安徽合肥) 若将函数 $f(x) = \cos^2 x(1 + \cos x)(1 - \cos x)$ 图象上所有点的横坐标伸长为原来的 2 倍 (纵坐标不变), 得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 则函数 $y = g(x)$ 的单调递减区间为 ().

- A. $\left[-\frac{\pi}{2} + k\pi, k\pi\right] (k \in \mathbb{Z})$ B. $\left[k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right] (k \in \mathbb{Z})$
C. $\left[-\frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}k\pi, \frac{1}{4}k\pi\right] (k \in \mathbb{Z})$ D. $\left[\frac{1}{4}k\pi, \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}k\pi\right] (k \in \mathbb{Z})$

14. (19-20 高三·广东揭阳·阶段练习) 要得到 $g(x) = \cos 2x + 1$ ($x \in \mathbb{R}$) 的图象, 只需把 $f(x) = (\sin x + \cos x)^2$ ($x \in \mathbb{R}$) 的图象 ().

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位 B. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位
C. 向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位 D. 向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位

15. (22-23 高三上·天津) 已知函数 $f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($x \in \mathbb{R}$), 现给出下列四个结论, 其中正确的是 ().

- A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 2π
B. 函数 $f(x)$ 的最大值为 2
C. 函数 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$ 上单调递增

- D. 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度；所得图象对应的解析式为 $g(x) = \sin 2x$

题型四：平移图像重合求 ω

指 | 点 | 迷 | 津

解决三角函数中已知单调区间求参数 ω 范围时，首先要有已知的单调区间是函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ 单调区间的子集的意识，然后明确正弦、余弦函数的单调区间长度不会超过半个周期（正切函数的单调区间长度不会超过一个周期）这一事实最终准确求得参数范围，数形结合能给解题带来比较清晰的思路.

16. (21-22 高三·天津河西·阶段练习) 已知将函数 $f(x) = \tan(\omega x + \frac{\pi}{3}) (2 < \omega < 10)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位之后与 $f(x)$ 的图象重合，则 ω 的值为 ()

A. 3 B. 6 C. 8 D. 9

17. (23-24 高三·河南南阳·) 将函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后，与函数 $g(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ 的图象重合，则 ω 的最小值为 ()

A. 6 B. 3 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

18. (2023·陕西榆林·模拟预测) 将函数 $f(x) = \cos\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right) (\omega > 0)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，到得函数 $g(x) = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象，则 ω 的最小值为 ()

A. $\frac{11}{4}$ B. $\frac{7}{4}$ C. $\frac{5}{2}$ D. 4

19. (23-24 高三·广东广州·) 将函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位后，与函数 $g(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ 的图象重合，则 ω 的值可以是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

20. (2023·陕西榆林·模拟预测) 将函数 $y = 2 \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right) (\omega > 0)$ 的图像分别向左、向右各平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后，所得的两个图像的对称轴重合，则 ω 的最小值为 ()

A. 3 B. $\frac{4}{3}$ C. 6 D. $\frac{3}{2}$

题型五：平移后是奇函数，求 ω 最小值

指 | 点 | 迷 | 津

可以三角函数图像公式，再借助五点画图法，可直观观察对应的最小值。

在求解最小平移时候，要结合五点图像，注意平移方向。

21. (23-24 高三·陕西咸阳·阶段练习) 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$) 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 后所得的函数为奇函数，则 ω 的最小值为 ()
- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
22. (23-24 高三·江苏盐城·阶段练习) 将函数 $f(x) = \cos\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后得到的函数为奇函数，则实数 ω 的最小值为 ()
- A. $\frac{9}{4}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{4}$
23. (2021 高三·全国·专题练习) 把函数 $f(x) = \tan\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后，得到函数 $g(x)$ 的图象，若 $g(x)$ 为奇函数，则 ω 的最小值是 ()
- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
24. (多选) (2024·山东济宁·一模) 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$ ($\omega > 0$)，则下列说法中正确的是 ()
- A. 若 $x = -\frac{\pi}{3}$ 和 $x = \frac{\pi}{6}$ 为函数 $f(x)$ 图象的两条相邻的对称轴，则 $\omega = 2$
- B. 若 $\omega = \frac{1}{2}$ ，则函数 $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上的值域为 $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- C. 将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象，若 $g(x)$ 为奇函数，则 ω 的最小值为 5
- D. 若函数 $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上恰有一个零点，则 $\frac{5}{6} < \omega \leq \frac{11}{6}$

25. (23-24 高三·江西南昌·阶段练习) 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$), 将函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后, 得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 若 $g(x)$ 为奇函数, 则 ω 的最小值为_____.

题型六：单调性型求 ω

指 | 点 | 迷 | 津

正弦函数

在每一个闭区间 $\left[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right]$ ($k \in \mathbf{Z}$) 上都单调递增,

在每一个闭区间 $\left[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}\right]$ ($k \in \mathbf{Z}$) 上都单调递减

余弦函数

在每一个闭区间 $[2k\pi - \pi, 2k\pi]$ ($k \in \mathbf{Z}$) 上都单调递增,

26. (23-24 高三·河南新乡·) 若函数 $f(x) = \cos\left(nx - \frac{\pi}{4}\right)$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 在 $\left[\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}\right]$ 上单调递减, 则满足条件的 n 的个数为 ()

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

27. (23-24 高三·山东济宁·) 设函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ (A, ω, φ 都是常数, $A > 0, \omega > 0$), 若 $f(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ 上具有单调性, 且 $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -f(0)$, 则 $f(x)$ 的最小正周期为 ()

A. $\frac{3\pi}{2}$ B. π C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

28. (2024·陕西安康·模拟预测) 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, \varphi \in (0, 2\pi)$) 在区间 $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right)$ 上单调递减, $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = -f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 1$, 则 $\omega\varphi =$ ()

A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{5\pi}{6}$ C. $\frac{11\pi}{27}$ D. $\frac{7\pi}{9}$

29. (2024·陕西安康·模拟预测) 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$ ($\omega > 0$) 在 $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 上单调递减, 则 ω

的取值范围是 ()

- A. $(1, 2]$ B. $\left[\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right]$ C. $\left(1, \frac{4}{3}\right]$ D. $\left[\frac{2}{3}, 2\right]$

30. (23-24 高三·广东佛山·) 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$), 若函数 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ 上单调递减, 则 ω 的取值范围为 ()

- A. $[1, 2]$ B. $\left[1, \frac{11}{6}\right]$ C. $\left[\frac{5}{3}, 2\right]$ D. $\left[\frac{5}{3}, \frac{11}{6}\right]$

题型七：存在对称轴型求 ω

指 | 点 | 迷 | 津

正弦函数对称轴

$$x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad (k \in \mathbf{Z}) \text{ 时, } y_{\max} = 1;$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad (k \in \mathbf{Z}) \text{ 时, } y_{\min} = -1$$

余弦函数对称轴

$$x = 2k\pi \quad (k \in \mathbf{Z}) \text{ 时, } y_{\max} = 1;$$

31. (23-24 高三·浙江丽水·) 已知函数 $f(x) = 2\sin\left(\omega x - \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > \frac{1}{2}$, $x \in \mathbf{R}$), 若 $f(x)$ 的图象的任意一条对称轴与 x 轴交点的横坐标均不属于区间 $(3\pi, 4\pi)$, 则 ω 的取值范围是 ()

- A. $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right] \cup \left[\frac{8}{9}, \frac{7}{6}\right]$ B. $\left(\frac{1}{2}, \frac{17}{24}\right] \cup \left[\frac{17}{18}, \frac{29}{24}\right]$
C. $\left[\frac{5}{9}, \frac{2}{3}\right] \cup \left[\frac{8}{9}, \frac{11}{12}\right]$ D. $\left[\frac{11}{18}, \frac{17}{24}\right] \cup \left[\frac{17}{18}, \frac{23}{24}\right]$

32. (2024·江西鹰潭·三模) 已知函数 $f(x) = a\cos\omega x + \sin\omega x$ ($\omega > 0$), 若 $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ 且 $f(x) \geq f\left(\frac{\pi}{6}\right)$, 则 ω 的最小值为 ()

- A. 11 B. 5 C. 9 D. 7

33. (2024·黑龙江·三模) 已知函数 $f(x) = \cos\left(\omega x - \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 在区间 $[0, 2\pi]$ 内恰有 3 条对称轴, 则 ω

的取值范围是 ()

- A. $\left[\frac{7}{8}, \frac{15}{8}\right]$ B. $\left[\frac{5}{8}, \frac{9}{8}\right]$ C. $\left(\frac{5}{8}, \frac{13}{8}\right]$ D. $\left[\frac{9}{8}, \frac{13}{8}\right)$

34. (2024·山东·二模) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6}) (\omega > 0)$, 若将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位后所得的函数图象与曲线 $y = f(x)$ 关于 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称, 则 ω 的最小值为 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$

35. (23-24 高三上海·阶段练习) 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0)$ 的初始相位为 $\frac{\pi}{6}$, 若 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上有且只有三条对称轴, 则 ω 的取值范围是 ()

- A. $\left(\frac{17\pi}{6}, \frac{23\pi}{6}\right]$ B. $\left[\frac{17\pi}{6}, \frac{23\pi}{6}\right)$
C. $\left(\frac{7\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}\right]$ D. $\left[\frac{7\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}\right)$

题型八：存在对称中心型求 ω

指 | 点 | 迷 | 津

正弦函数对称中心: $(k\pi, 0) (k \in \mathbb{Z})$

余弦函数对称中心: $(\frac{\pi}{2} + k\pi, 0) (k \in \mathbb{Z})$

$k\pi$

36. (2024 高三·浙江绍兴·学业考试) 若存在 $x_0 \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$, 使函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right) (\omega \in \mathbb{Z}^+)$ 的图象关于 $A(x_0, 0)$ 对称, 则 ω 的最小值为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

37. (2024·河北·模拟预测) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0)$, 若 $f(0) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -f\left(\frac{5}{6}\pi\right)$, 则 ω 的最小值为 ()

- A. 3 B. 1 C. $\frac{6}{7}$ D. $\frac{2}{3}$

38. (2024·江西·模拟预测) 已知函数 $f(x) = 4\sin\omega x \cos\omega x + 3\cos^2\omega x - 1$ 的图象关于点 $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ 中心对称, 则 $\tan\omega =$ ()

- A. 3 或 $-\frac{1}{3}$ B. 2 或 $-\frac{1}{2}$ C. -2 或 $\frac{1}{2}$ D. -3 或 $\frac{1}{3}$

39. (2024·湖北武汉·模拟预测) 若函数 $f(x) = 3\cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega < 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的最小正周期为 π , 在区间 $\left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right)$ 上单调递减, 且在区间 $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$ 上存在零点, 则 φ 的取值范围是 ()

- A. $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$ B. $\left[-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3}\right]$ C. $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$ D. $\left(0, \frac{\pi}{3}\right]$

40. (2024·陕西安康·模拟预测) 已知函数 $f(x) = \cos\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 在区间 $\left(\frac{\pi}{3}, \pi\right)$ 上单调递减, 且 $f(x)$ 在区间 $(0, \pi)$ 上只有 1 个零点, 则 ω 的取值范围是 ()

- A. $\left(0, \frac{1}{4}\right]$ B. $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right]$ C. $\left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right]$ D. $\left[\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right]$

题型九：对称轴最多（少）型

指 | 点 | 迷 | 津

$y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 型求 ω 归纳:

1. 已知单调区间 (p, q) , 则必有 $|q - p| \leq \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega}$.

2. 如果两条相邻轴或者相邻中心: $x_1 = m, x_2 = n$ (或者 $(m, 0), (n, 0)$), 则必有 $|n - m| = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega}$

3. 已知一条对称轴和一个对称中心, 由于对称轴和对称中心的水平距离为 $\frac{2n+1}{4}T$, 则 $\frac{2n+1}{4}T = \frac{(2n+1)\pi}{2\omega}$

41. (23-24 高三·云南德宏·) 已知函数 $f(x) = \cos\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 在区间 $[0, \pi]$ 上恰有两条对称轴, 则 ω 的取值范围是 ()

- A. $\left[\frac{7}{4}, \frac{11}{4}\right]$ B. $\left[\frac{5}{4}, \frac{9}{4}\right]$ C. $\left(\frac{7}{4}, \frac{11}{4}\right)$ D. $\left(\frac{5}{4}, \frac{9}{4}\right)$

42. (23-24 高三安徽六安·阶段练习) 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 在区间 $[0, \pi]$ 恰有两条对称轴, 则 ω 的取值范围 ()

- A. $\left[\frac{7}{4}, \frac{13}{4}\right]$ B. $\left[\frac{5}{4}, \frac{9}{4}\right)$ C. $\left(\frac{5}{4}, \frac{9}{4}\right]$ D. $\left(\frac{7}{4}, \frac{11}{4}\right]$

43. (21-22 高三·陕西咸阳·阶段练习) 已知函数 $f(x) = \cos\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$) 的图象在区间 $[0, \pi]$ 上有且仅有两条对称轴, 则 $f(x)$ 在以下区间上一定单调的是 ()

- A. $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$ C. $\left(-\frac{\pi}{3}, 0\right)$ D. $\left(-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3}\right)$

44. (2022·山西运城·模拟预测) 已知函数 $f(x) = \cos\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$) 的图象在区间 $[0, \pi]$ 上有且仅有两条对称轴, 则 $f(x)$ 在以下区间上一定单调的是 ()

- A. $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$ C. $\left(-\frac{\pi}{3}, 0\right)$ D. $\left(-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3}\right)$

45. (21-22 高三·四川宜宾·阶段练习) 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + 2)$ ($\omega > 0$) 在 $[-1, 1]$ 上单调递增, 直线 $x = 2$ 是 $f(x)$ 图象的一条对称轴, 两条对称轴之间的距离不大于 3, 则 ω 的值为 ()

- A. $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ B. $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{3}$

题型十：零点最多（少）型

指 | 点 | 迷 | 津

在三角函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ 图象与性质中, ω 对整个图象性质影响最大, 因为 ω 可改变函数的单调区间, 极值个数和零点个数, 求解 ω 的取值范围是经常考察的内容, 综合性较强, 除掌握三角函数图象和性质, 还要准确发掘题干中的隐含条件, 找到切入点, 数形结合求出相关性质, 如最小正周期, 零点个数, 极值点个数等, 此部分题目还常常和导函数, 去绝对值等相结合考查综合能力.

已知函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 在区间 (p, q) 内有 n 个零点, 则满足

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{(n-1)T}{2} \leq |q-p| < \frac{(n+1)T}{2} \\ \frac{k\pi - \varphi}{\omega} \leq p < \frac{k\pi + \pi - \varphi}{\omega} \\ (k+n)\pi - \omega < (k+n+1)\pi - \omega \end{cases}$$

46. (广东省高州市 2023 届高三二模数学试题) 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$ ($\omega > 0$), 若 $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$, 且 $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{24}\right)$ 上恰有 1 个零点, 则 ω 的最小值为 ()

A. 11

B. 29

C. 35

D. 47

47. (23-24 高三江苏南京·) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的最小正周期为 T , $f\left(\frac{T}{6}\right) = f\left(\frac{T}{3}\right)$, 若 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上恰有 8 个零点, 则 ω 的取值范围是 ()

A. $\left[\frac{7\pi}{2}, 4\pi\right)$

B. $\left[4\pi, \frac{9\pi}{2}\right)$

C. $\left[4\pi, \frac{9\pi}{2}\right]$

D. $\left[\frac{7\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}\right)$

48. (23-24 高三·辽宁沈阳·阶段练习) 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$), 若 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$ 上有两个零点, 则 ω 的取值范围是 ()

A. $\left[\frac{5}{2}, 4\right)$

B. $\left[\frac{5}{2}, +\infty\right)$

C. $\left[\frac{5}{2}, \frac{11}{2}\right)$

D. $\left[\frac{5}{2}, 4\right]$

49. (2024·江苏泰州·模拟预测) 设函数 $f(x) = 2\sin\left(\omega x - \frac{\pi}{6}\right) - 1$ ($\omega > 0$) 在 $[\pi, 2\pi]$ 上至少有两个不同零点, 则实数 ω 的取值范围是 ()

A. $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$ B. $\left[\frac{3}{2}, \frac{7}{3}\right] \cup \left[\frac{5}{2}, +\infty\right)$ C. $\left[\frac{13}{6}, 3\right] \cup \left[\frac{19}{6}, +\infty\right)$ D. $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$

50. (23-24 高三·湖南长沙·开学考试) 设函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) - \frac{1}{2}$ ($\omega > 0$), 若对于任意实数 φ , 函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 上至少有 2 个零点, 至多有 3 个零点, 则 ω 的取值范围是 ()

A. $\left[\frac{1}{3}, 1\right)$ B. $\left[1, \frac{4}{3}\right)$ C. $\left[1, \frac{5}{3}\right)$ D. $\left[\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right)$

题型十一：没有最值型

指 | 点 | 迷 | 津

没有最值型:

1. 如果在 (a, b) 区间内没有最小值, 则该区间内没有极小值 (-1 型) 对称轴。
2. 如果在 (a, b) 区间内没有最大值, 则该区间内没有极大值 (1 型) 对称轴。

51. (23-24 高三辽宁·阶段练习) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$, $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$), 若 $f(x - \frac{\pi}{8})$ 为奇函数, $f(x + \frac{\pi}{8})$ 为偶函数, 且 $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{6})$ 上没有最小值, 则 ω 的最大值是 ()

A. 14 B. 10 C. 7 D. 6

52. (2021 高三江苏·专题练习) 若函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$) 在区间 $(\pi, 2\pi)$ 内没有最值, 则 ω 的取值范围是 ()

A. $\left(0, \frac{1}{12}\right] \cup \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$ B. $\left(0, \frac{1}{12}\right] \cup \left[\frac{1}{6}, \frac{7}{12}\right]$
C. $\left(0, \frac{7}{12}\right]$ D. $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$

53. (20-21 高三·四川泸州·阶段练习) 已知 $\omega > \frac{1}{12}$, 函数 $f(x) = \sin\left(2\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ 在区间 $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ 内没有最值, 则 ω 的取值范围 ()

A. $\left[\frac{1}{6}, \frac{1}{2}\right]$ B. $\left[\frac{5}{12}, \frac{11}{24}\right]$ C. $\left[\frac{1}{4}, \frac{5}{12}\right]$ D. $\left[\frac{5}{12}, 1\right]$

54. (2018·河北衡水·一模) 若函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$) 在区间 $(\pi, 2\pi)$ 内没有最值, 则 ω 的取值范围是

- A. $(0, \frac{1}{12}] \cup [\frac{1}{4}, \frac{2}{3}]$ B. $(0, \frac{1}{6}] \cup [\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$
 C. $[\frac{1}{4}, \frac{2}{3}]$ D. $[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$

55. (23-24 高三湖南长沙·开学考试) 若函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin\omega x + \cos\omega x$ ($\omega > 0$) 在区间 $(\pi, 2\pi)$ 内没有最值, 则 ω 的取值范围是 ()

- A. $(0, \frac{1}{12}] \cup [\frac{1}{4}, \frac{2}{3}]$ B. $(0, \frac{1}{6}] \cup [\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$ C. $[\frac{1}{4}, \frac{2}{3}]$ D. $[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$

题型十二：零点和对称轴型

指 | 点 | 迷 | 津

$y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 基本性质:

(1) 定义域: 解三角函数不等式用“数形结合”

(2) 值域: 由内向外 (3) 单调性: 同增异减

(3) 周期公式 ① $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ (或 $y = A\cos(\omega x + \varphi)$) 的最小正周期 $T = \frac{2\pi}{|\omega|}$ ② $y = |A\sin(\omega x + \varphi)|$ 的

周期 $T = \frac{\pi}{|\omega|}$.

(4) 对称性: 换元思想, 将 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 中的“ $\omega x + \varphi$ ”看成 $y = \sin x$ 中的“ x ”, 采用整体代入求解.

(5) 对称轴: 最值处, 令 $\sin(\omega x + \varphi) = 1$, 则 $\omega x + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbf{Z}$), 可求得对称轴方程;

(6) 对称中心: 零点处, 令 $\sin(\omega x + \varphi) = 0$, $\omega x + \varphi = k\pi$ ($k \in \mathbf{Z}$), 可求得对称中心的横坐标;

56. (2024·陕西咸阳·三模) 已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin\omega x - \cos\omega x$ ($\omega > 0$), 若 $f(x)$ 在区间 $[0, \pi)$ 内有且仅有 4 个零点和 4 条对称轴, 则 ω 的取值范围是 ()

- A. $[\frac{11}{5}, \frac{25}{3})$ B. $[\frac{11}{3}, \frac{25}{6})$ C. $[\frac{11}{3}, \frac{25}{6}]$ D. $(\frac{11}{5}, \frac{25}{3})$

57. (22-23 高三·浙江杭州·) 已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin\omega x - \cos\omega x$ ($\omega > 0$), 则 $f(x)$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 上有且仅有 2

个零点和2条对称轴，则 ω 的取值范围是（ ）

- A. $\left[\frac{5}{6}, \frac{13}{12}\right)$ B. $\left(\frac{5}{6}, \frac{13}{12}\right]$ C. $\left(\frac{5}{3}, \frac{13}{6}\right]$ D. $\left(\frac{5}{3}, \frac{13}{6}\right)$

58. (2023·浙江杭州·一模) 已知函数 $f(x) = \cos \omega x - \sqrt{3} \sin \omega x$ ($\omega > 0$)，若 $f(x)$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 上有且仅有3个零点和2条对称轴，则 ω 的取值范围是（ ）

- A. $\left[\frac{5}{6}, \frac{4}{3}\right)$ B. $\left[\frac{13}{12}, \frac{19}{12}\right)$
C. $\left[\frac{4}{3}, \frac{19}{12}\right)$ D. $\left[\frac{13}{12}, \frac{4}{3}\right)$

59. (22-23 高三·江苏盐城·) 设函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{3})$ 在区间 $(0, \pi)$ 恰有三条对称轴、两个零点，则 ω 的取值范围是（ ）

- A. $\left[\frac{5}{3}, \frac{13}{6}\right]$ B. $\left[\frac{5}{3}, \frac{19}{6}\right)$ C. $\left(\frac{13}{6}, \frac{8}{3}\right]$ D. $\left(\frac{13}{6}, \frac{19}{6}\right]$

60. (23-24 高三·浙江·开学考试) 已知函数 $f(x) = 2\cos\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$ ($\omega > 0$)，若 $f(x)$ 在区间 $[0, \pi)$ 内有且仅有3个零点和3条对称轴，则 ω 的取值范围是（ ）

- A. $\left(\frac{17}{6}, \frac{10}{3}\right]$ B. $\left(\frac{17}{6}, \frac{23}{6}\right]$ C. $\left[\frac{17}{6}, \frac{10}{3}\right]$ D. $\left(\frac{7}{3}, \frac{10}{3}\right]$

题型十三：不单调型

指 | 点 | 迷 | 津

函数在区间内不单调，则该区间内必有对称轴

61. (2023·福建福州·模拟预测) 函数 $f(x) = 2\sin \omega x (\sqrt{3} \sin \omega x + \cos \omega x)$ ($\omega > 0$) 在 $(0, \frac{\pi}{3})$ 上单调递增，且对任意的实数 a ， $f(x)$ 在 $(a, a + \pi)$ 上不单调，则 ω 的取值范围为（ ）

- A. $\left(1, \frac{5}{2}\right]$ B. $\left(1, \frac{5}{4}\right]$ C. $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right]$ D. $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{4}\right]$

62. (22-23 高三·安徽马鞍山·) 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$) 的图象经过点 $\left(\frac{\pi}{2}, 2\right)$ 和 $(\pi, 0)$ ，且 $f(x)$

在 $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ 内不单调, 则 ω 的最小值为 ()

- A. 1 B. 3 C. 5 D. 7

63. (22-34 高三湖南岳阳·) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($0 < \omega \leq 12, \omega \in \mathbb{N}^*, 0 < \varphi < \pi$), 图象关于 y 轴对称, 且在区间 $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上不单调, 则 ω 的可能值有 ()

- A. 7 个 B. 8 个 C. 9 个 D. 10 个

64. (2022·河南·三模) 若直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 是曲线 $y = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 的一条对称轴, 且函数 $y = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{4}\right)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{12}\right]$ 上不单调, 则 ω 的最小值为 ()

- A. 9 B. 15 C. 21 D. 33

65. (2024 高三全国·专题练习) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($0 < \omega \leq 12, \omega \in \mathbb{N}, 0 < \varphi < \pi$) 的图象关于 y 轴对称, 且 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上不单调, 则 ω 的可能取值有 ()

- A. 7 个 B. 8 个 C. 9 个 D. 10 个

题型十四：极值点最多（少）型

66. (2024·重庆开州·模拟预测) 已知函数 $f(x) = 2\sin\omega x$ ($\omega > 0$), 则“ $\frac{3}{2} < \omega < 3$ ”是“ $f(x)$ 的图象在区间 $\left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$ 上只有一个极值点”的 ()

- A. 充分条件 B. 必要条件 C. 充要条件 D. 非充分非必要条件

67. (2024·河南·模拟预测) 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{6}\right)$ ($\omega \neq 0$) 在 $x = \frac{\pi}{6}$ 处取得最值, 且 $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上恰有两个极值点, 则 $\omega =$ ()

- A. 4 B. 10 C. -2 D. -8

68. (23-24 高三宁夏石嘴山·阶段练习) 设函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{5\pi}{6}\right) - \frac{1}{2}$ ($\omega > 0$) 在 $(0, \pi)$ 内恰有 3 个极值点、2 个零点, 则 ω 的取值范围是 ()

- A. $\left(\frac{8}{3}, \frac{11}{3}\right]$ B. $\left(\frac{8}{3}, \frac{10}{3}\right]$ C. $\left(2, \frac{11}{3}\right]$ D. $\left(2, \frac{10}{3}\right]$

69. (2023·海南省直辖县级单位·模拟预测) 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x - \frac{2\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$) 在 $\left[0, \frac{5\pi}{6}\right]$ 上恰有 5 个极值点, 则当 ω 取得最小值时, $f(x)$ 图象的对称中心的横坐标可能为 ()

- A. $\frac{7\pi}{30}$ B. $\frac{8\pi}{15}$ C. $-\frac{11\pi}{15}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

70. (2023·江西鹰潭·一模) 设函数 $f(x) = \cos\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{2}$ ($\omega > 0$) 在区间 $(0, \pi)$ 恰有 3 个极值点, 2 个零点, 则 ω 的取值范围是 ()

- A. $\left(\frac{8}{3}, \frac{11}{3}\right]$ B. $\left(2, \frac{11}{3}\right]$ C. $\left(\frac{8}{3}, \frac{10}{3}\right]$ D. $\left(2, \frac{10}{3}\right]$

题型十五：正整数型

71. (2022·全国·模拟预测) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$) 的一个对称中心为 $\left(-\frac{\pi}{3}, 0\right)$, $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{5\pi}{6}, \pi\right)$ 上不单调, 则 ω 的最小正整数值为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

72. (22-23 高三·广东·阶段练习) 已知函数 $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$) 的图象的一条对称轴为 $x = -\frac{\pi}{6}$, $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上不单调, 则 ω 的最小正整数值为 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

73. (2023·河北·模拟预测) 已知函数 $f(x) = \sin \omega x (\sqrt{3} \cos \omega x + \sin \omega x)$ ($\omega > 0$) 在区间 $\left(\pi, \frac{4\pi}{3}\right)$ 上不单调, 则 ω 的最小正整数值为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

74. (2024·山东烟台·三模) 若函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$ 上有且只有一条对称轴和一个对称中心, 则正整数 ω 的值为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

75. (20-21 高三·陕西渭南·) 已知函数 $f(x) = 2\cos\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}\right)$ 上的最小值小于零, 则 ω 可取的最小正整数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

题型十六：综合应用型

76. (23-24 高三·辽宁大连·) 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0$, $\omega > 0$, $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$), 对任意实数 x 都有 $f(-x) + f\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$, $f(x) - f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$, 且 $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{28}\right)$ 上单调, 则 ω 的最大值为_____.
77. (2024·全国·模拟预测) 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$), 对于任意的 $x \in \mathbf{R}$, $f\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = f\left(\frac{\pi}{12} - x\right)$, $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$, 且函数 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{10}, 0\right)$ 上单调递增, 则 ω 的值为_____.
78. (23-24 高三·江西景德镇·) 设函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| \leq \frac{\pi}{2}$), 若 $x = -\frac{\pi}{3}$ 为函数 $f(x)$ 的零点, $x = \frac{\pi}{3}$ 为函数 $f(x)$ 的图象的对称轴, 且 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{4}\right)$ 上单调, 则 ω 的最大值为_____.
79. (23-24 高三·广东深圳·) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$). T 为 $f(x)$ 的最小正周期, 且满足 $f\left(\frac{1}{3}T\right) = f\left(\frac{1}{2}T\right)$. 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0, \pi)$ 上恰有一个最大值一个最小值, ω 的取值范围是_____.
80. (23-24 高三·浙江温州·) 已知函数 $f(x) = 2\sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$ ($\omega > 0$), 对 $\forall x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x) \leq \left|f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right|$, 且在 $\left(\frac{3\pi}{16}, \frac{\pi}{3}\right)$ 上单调, 则 ω 的取值集合为_____.

参考答案与试题解析

专题 10 三角函数求 ω 范围归类



目录

题型一：求 ω 基础 1：图像与与解析式	1
题型二：求 ω 基础 2：五点图像平移（异名平移）	6
题型三：求 ω 基础：恒等变形型平移	8
题型四：平移图像重合求 ω	11

题型五：平移后是奇函数，求 w 最小值	13
题型六：单调性型求 w	15
题型七：存在对称轴型求 w	19
题型八：存在对称中心型求 w	21
题型九：对称轴最多（少）型	24
题型十：零点最多（少）型	27
题型十一：没有最值型	30
题型十二：零点和对称轴型	34
题型十三：不单调型	37
题型十四：极值点最多（少）型	39
题型十五：正整数型	42
题型十六：综合应用型	44



题型突围 · 精准提分

题型一：求 w 基础 1：图像与与解析式

指 | 点 | 迷 | 津

确定 $y = A \sin(\omega x + \varphi) + b$ ($A > 0, \omega > 0$) 的步骤和方法:

(1) 求 A, b : 确定函数的最大值 M 和最小值 m , 则 $A = \frac{M - m}{2}, b = \frac{M + m}{2}$;

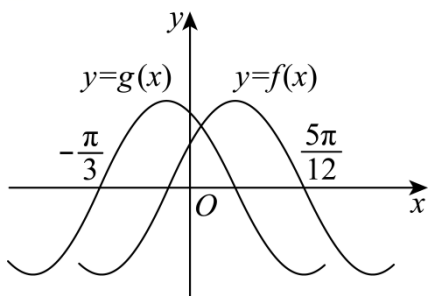
(2) 求 ω : 确定函数的周期 T , 则可得 $\omega = \frac{2\pi}{T}$;

(3) 求 φ : 常用的方法有代入法和五点法.

①代入法: 把图象上的一个已知点代入 (此时 A, ω, b 已知) 或代入图象与直线 $y=b$ 的交点求解 (此时要注意

1. (2023·全国·模拟预测) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 与函数 $y = g(x)$ 的部分图象如图所示, 且

函数 $f(x)$ 的图象可由函数 $g(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度得到, 则 $g(0) = (\quad)$



A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

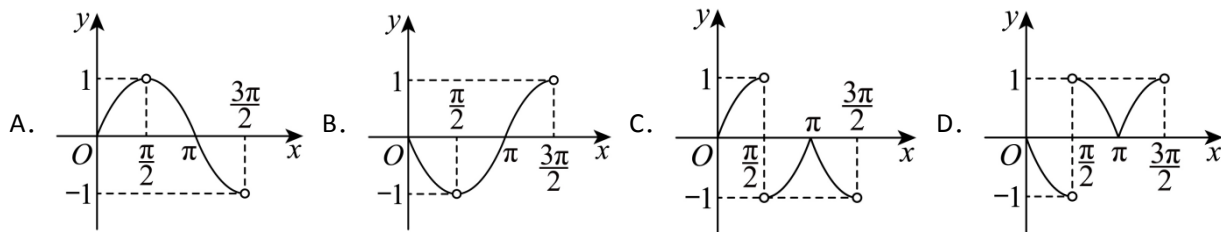
D. $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】C

【分析】根据函数平移，利用图象上已知条件求函数解析式，求函数值，可得答案.

【详解】由题意可知，将函数 $y=g(x)$ 图象上的点 $\left(-\frac{\pi}{3}, 0\right)$ 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度，可得 $y=f(x)$ 的图象与 x 轴负半轴的第一个交点为 $\left(-\frac{\pi}{12}, 0\right)$,因为 $y=f(x)$ 的图象与 x 轴正半轴的第一个交点为 $\left(\frac{5\pi}{12}, 0\right)$,所以 $T=2 \times \left(\frac{5\pi}{12} + \frac{\pi}{12}\right) = \frac{2\pi}{\omega}$, 得 $\omega=2$, 则 $f(x)=\sin(2x+\varphi)$,又 $f\left(-\frac{\pi}{12}\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{6}+\varphi\right)=0$, 所以 $\varphi=\frac{\pi}{6}+k\pi, k \in \mathbb{Z}$, 由 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$ 知, $\varphi=\frac{\pi}{6}$,则 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$, $g(x)=\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\pi}{6}\right]=\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$, 故 $g(0)=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选: C.

2. (2023 高三上·湖南·专题练习) 函数 $y=\cos x \cdot |\tan x|$ ($0 \leq x < \frac{3\pi}{2}$ 且 $x \neq \frac{\pi}{2}$) 的大致图象是 ()

【答案】C

【分析】根据题意可将函数化简为 $y = \begin{cases} \sin x, & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ -\sin x, & \frac{\pi}{2} < x < \pi \\ \sin x, & \pi \leq x < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$ ，从而可求解.

【详解】由题意 $y = \cos x |\tan x|$ ， $0 \leq x < \frac{3\pi}{2}$ ，化简得 $y = \begin{cases} \sin x, & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ -\sin x, & \frac{\pi}{2} < x < \pi \\ \sin x, & \pi \leq x < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$ ，

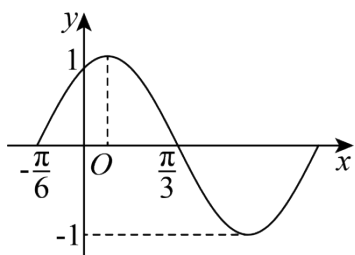
根据函数 $y = \sin x$ 的图象和性质，

可得 $y = \cos x |\tan x|$ 在 $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ 内为增函数且 y 为正值，

在 $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ 内为增函数且 y 为负值，在 $\pi \leq x < \frac{3\pi}{2}$ 内为减函数且 y 为负值，故 C 正确.

故选：C.

3. (23-24 高三山东青岛·阶段练习) 设函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($x \in \mathbb{R}, A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示，若 $x_1, x_2 \in \left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$ ，且 $f(x_1) = f(x_2)$ ，则 $f(x_1 + x_2) =$ ()



A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. 1

【答案】C

【分析】先由图象得出函数解析式再利用三角函数的图象与性质计算即可.

【详解】由图象可知： $A = 1, \frac{T}{2} = \frac{\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega = 2$ ，

结合五点法作图可得 $2 \times \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}$ ，故 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.

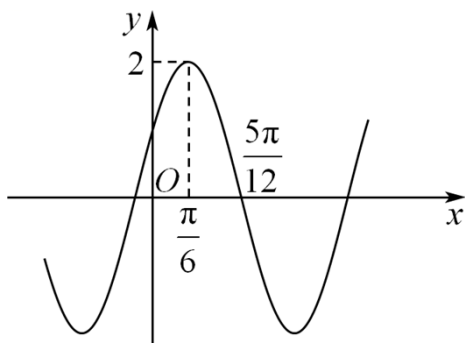
如果 $x_1, x_2 \in \left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$, 且 $f(x_1) = f(x_2)$,

则 $2x_i + \frac{\pi}{3} \in (0, \pi) (i=1, 2)$,

由正弦函数的对称性可知 $\frac{2x_1 + \frac{\pi}{3} + 2x_2 + \frac{\pi}{3}}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{\pi}{6}$,

所以 $f(x_1 + x_2) = f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6} \times 2 + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. 故选: C.

4. (22-23 高三全国·阶段练习) 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) \left(x \in \mathbf{R}, A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示, 则下列说法正确的是 ()



A. $f\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 为偶函数

B. $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到 $y = A \sin 2x$ 的图象

C. $f(x)$ 图象的对称中心为 $\left(-\frac{\pi}{12} + k\pi, 0\right)$, $k \in \mathbf{Z}$

D. $f(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的最小值为 $-\sqrt{3}$

【答案】A

【分析】根据函数最大值和最小正周期可得 A, ω , 由 $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2$ 可得 φ , 从而得到 $f(x)$ 解析式; 由

$f\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 2 \cos 2x$ 可确定奇偶性, 知 A 正确; 根据三角函数平移变换原则可得 B 错误; 利用整体代换法,

令 $2x + \frac{\pi}{6} = k\pi (k \in \mathbf{Z})$ 可求得对称中心, 知 C 错误; 由 $2x + \frac{\pi}{6} \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right]$, 结合正弦函数性质可确定最小值为

$2 \sin \frac{7\pi}{6} = -1$, 知 D 错误.

【详解】 $Q f(x)_{\max} = 2, A > 0, \therefore A = 2;$

由图象可知: $f(x)$ 最小正周期 $T = 4 \times \left(\frac{5\pi}{12} - \frac{\pi}{6} \right) = \pi, \therefore \omega = \frac{2\pi}{T} = 2,$

又 $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \sin\left(2 \times \frac{\pi}{6} + \varphi\right) = 2, \therefore \frac{\pi}{3} + \varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z}),$ 解得: $\varphi = \frac{\pi}{6} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z}),$

又 $|\varphi| < \frac{\pi}{2}, \therefore \varphi = \frac{\pi}{6}, \therefore f(x) = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right);$

对于 A, $f\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 2 \sin\left(2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{\pi}{6}\right) = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = 2 \cos 2x,$

$Q 2 \cos(-2x) = 2 \cos 2x, \therefore f\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 为偶函数, A 正确;

对于 B, $f\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 2 \sin\left(2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{\pi}{6}\right) = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \neq 2 \sin 2x, B$ 错误;

对于 C, 令 $2x + \frac{\pi}{6} = k\pi (k \in \mathbf{Z}),$ 解得: $x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbf{Z}),$

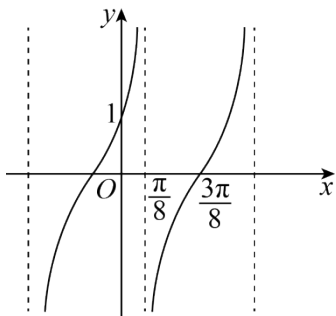
$\therefore f(x)$ 的对称中心为 $\left(-\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, 0\right) (k \in \mathbf{Z}), C$ 错误;

对于 D, 当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 时, $2x + \frac{\pi}{6} \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right],$

$\therefore$ 当 $2x + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6},$ 即 $x = \frac{\pi}{2}$ 时, $f(x)_{\min} = 2 \sin \frac{7\pi}{6} = -1, D$ 错误.

故选: A.

5. (22-23 三·全国·课后作业) 已知函数 $f(x) = A \tan(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示, 下列关于函数 $g(x) = A \cos(\omega x + \varphi) (x \in \mathbf{R})$ 的表述正确的是 ()



A. 函数 $g(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ 对称

B. 函数 $g(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}]$ 上递减

C. 函数 $g(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 对称

D. 函数 $h(x) = \cos 2x$ 的图象上所有点向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位得到函数 $g(x)$ 的图象

【答案】B

【分析】根据图象依次求得 ω, φ, A 的值，从而求得 $g(x)$ ，结合函数的单调性、单调性、三角函数图象变换的知识对选项进行分析，由此确定正确选项.

【详解】根据函数 $f(x) = A \tan(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的部分图象知，

最小正周期为 $T = 2 \times (\frac{3\pi}{8} - \frac{\pi}{8}) = \frac{\pi}{2}$ ， $\therefore \omega = \frac{\pi}{T} = 2$ ；又 $\omega \cdot \frac{\pi}{8} + \varphi = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ， $k \in \mathbb{Z}$ ， $\therefore \varphi = \frac{\pi}{4} + k\pi$ ， $k \in \mathbb{Z}$ ；

又 $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ，故 $\varphi = \frac{\pi}{4}$ ； $\therefore f(0) = A \tan \frac{\pi}{4} = A = 1$ ， $\therefore$ 函数 $g(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{4})$ ； $x = \frac{\pi}{4}$ 时，

$g(\frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \neq 0$ ， $\therefore g(x)$ 的图象不关于点 $(\frac{\pi}{4}, 0)$ 对称，故 A 错误；

当 $x \in [-\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}]$ 时， $2x + \frac{\pi}{4} \in [0, \pi]$ ， $\therefore g(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}]$ 上单调递减，故 B 正确；

当 $x = \frac{\pi}{8}$ 时， $g(\frac{\pi}{8}) = \cos(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}) = 0$ ， $\therefore g(x)$ 的图象不关于直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 对称，故 C 错误；

$h(x) = \cos 2x$ 的图象上所有点向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位，得 $h(x + \frac{\pi}{4}) = \cos 2(x + \frac{\pi}{4}) = \cos(2x + \frac{\pi}{2})$ 的图象，

不是函数 $g(x)$ 的图象，故 D 错误. 故选：B

题型二：求 ω 基础 2：五点图像平移（异名平移）

指 | 点 | 迷 | 津

同名函数到同名函数的平移

要得到函数 $y = \sin(x + \phi)$ 的图象，只要将函数 $y = \sin x$ 的图象上所有点向左（当 $\phi > 0$ 时）或向右（当 $\phi < 0$ 时）平行移动 $|\phi|$ 个单位长度即可得到。

即平移变换：左右

如果系数不为 1, $f(\omega x + \phi) \Rightarrow f(\omega(x + a) + \phi)$ 左加右减

遇到正弦到余弦的平移。目标是函数化一致，理论上正弦化为余弦或者余弦化为正弦都可以，实际操作时，

6. (21-22 高三·全国·课后作业) 把函数 $y = \cos(3x + \frac{\pi}{4})$ 的图象适当变换就可以得到 $y = \sin(-3x)$ 的图象，这种变换可以是 ()

- A. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度 B. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度
C. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度 D. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度

【答案】D

【分析】根据图象变换的规则及三角公式先将 $y = \sin(-3x)$ 变成 $y = \cos(3x + \frac{\pi}{2})$ ，再提取系数 3，由平移的规则研究即可。

【详解】Q $y = \sin(-3x) = \cos(3x + \frac{\pi}{2}) = \cos 3(x + \frac{\pi}{6})$, $y = \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = \cos 3(x + \frac{\pi}{12})$

$\therefore$ 函数 $y = \cos(3x + \frac{\pi}{4})$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 可以得到 $y = \sin(-3x)$ 的图象

故选：D.

7. (20-21 高三·全国·课后作业) 为了得到 $y = -2\cos 3x$ 的图象，只需把函数 $y = 2\sin(3x - \frac{\pi}{6})$ 的图象 ()

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度 B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{\pi}{9}$ 个单位长度 D. 向右平移 $\frac{\pi}{9}$ 个单位长度

【答案】D

【分析】结合诱导公式，将 $-2\cos 3x$ 转化为 $2\sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$ ，结合平移法则即可求解.

【详解】 $\because y = -2\cos 3x = 2\sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$ ，设函数 $y = 2\sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$ 平移 φ 个单位后得到 $y = 2\sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$ ，则有 $y = 2\sin 3\left(x - \frac{\pi}{18} + \varphi\right) = 2\sin 3\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ ，即 $x - \frac{\pi}{18} + \varphi = x - \frac{\pi}{6}$ ， $\varphi = -\frac{\pi}{9}$ ， $\therefore$ 为了得到 $y = -2\cos 3x$ 的图象，只需把函数 $y = 2\sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{9}$ 个单位长度.

故选：D.

8. (21-22 高三上·浙江·) 已知函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ ，为了得到函数 $g(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象只需将 $y = f(x)$ 的图象 ()

A. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位

B. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位

C. 向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位

D. 向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位

【答案】A

【分析】利用三角函数的平移结合诱导公式即可求解.

【详解】解：因为

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$$

所以 $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$ ，只需将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位，

故选：A.

9. (21-22 高三上·湖北武汉·开学考试) 要得到函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象，可以将函数 $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象 ()

A. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度

B. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度

C. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

D. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

【答案】A

【分析】利用诱导公式将平移前的函数化简得到 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ ，进而结合平移变换即可求出结果.

【详解】因为 $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$,

而 $y = \sin\left[2\left(x - \frac{\pi}{12}\right) + \frac{\pi}{3}\right]$, 故将函数 $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度即可,

故选: A.

10. (20-21 高三上·宁夏·阶段练习) 若将函数 $y = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后, 与函数 $y = \cos\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象重合, 则 ω 的最小值为 ()

A. 1

B. $\frac{3}{2}$

C. 2

D. 3

【答案】D

【解析】先得到平移后的解析式, 再由题中条件, 列出等式, 求出 ω , 即可得出结果.

【详解】将函数 $y = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后, 得到函数 $y = \sin\left(\omega x + \frac{\omega\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象,

又平移后的图象与函数 $y = \cos\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象重合,

而 $\cos\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \omega x + \frac{\pi}{4}\right)$,

所以 $\frac{\omega\pi}{6} + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$), 则 $\omega = 3 + 12k$ ($k \in \mathbb{Z}$),

又 $\omega > 0$, 所以为使 ω 取得最小值, 只需 $k = 0$, 此时 $\omega = 3$.

故选: D.

题型三: 求 ω 基础: 恒等变形型平移

指 | 点 | 迷 | 津

涉及到较复杂形式的函数平移, 需要通过和、差、倍、半公式, 降幂公式, 辅助角公式等等恒等变形方法, 转化为同名正余弦函数, 再进行平移计算

11. (22-23 高三下·四川成都) 要得到函数 $y = 2\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right)\sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2}\right) - 1$ 的图象, 需将 $y = \frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$ 的图象 ().

A. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度B. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度C. 向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度D. 向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度

【答案】C

【解析】把两个函数都由三角恒等变换化为一个角的一个三角函数形式，然后由三角函数的图象变换得出结论.

$$\text{【详解】 } y = 2 \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2}\right) - 1 = 2 \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) \sin\left[\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{6} + \frac{x}{2}\right)\right] - 1$$

$$= 2 \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{x}{2}\right) - 1 = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right), \text{ 又 } y = \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \xrightarrow{\text{向左平移 } \frac{\pi}{2}}$$

$$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right). \text{ 故选: C.}$$

12. (20-21 高三·上海·课后作业) 函数 $y = \cos x + \sin x$ 的图像可由 $y = \cos x - \sin x$ 向右平移的单位个数为 ()

A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. $\frac{\pi}{3}$

【答案】B

【分析】先利用辅助角公式将函数 $y = \cos x + \sin x$ 化为 $y = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$, $y = \cos x - \sin x$ 化为

$y = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$, 再利用平移变换的即可得出答案.

【详解】解: 将函数 $y = \cos x + \sin x$ 化为 $y = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$,

$y = \cos x - \sin x$ 化为 $y = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$,

所以函数 $y = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位即可的出 $y = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$,

即函数 $y = \cos x + \sin x$ 的图像可由 $y = \cos x - \sin x$ 向右平移的单位个数为 $\frac{\pi}{2}$.

故选: B.

13. (22-23 高三下·安徽合肥) 若将函数 $f(x) = \cos^2 x (1 + \cos x)(1 - \cos x)$

图象上所有点的横坐标伸长为原来的2倍（纵坐标不变），得到函数 $y=g(x)$ 的图象，则函数 $y=g(x)$ 的单调递减区间为（ ）

A. $\left[-\frac{\pi}{2}+k\pi, k\pi\right] (k \in \mathbb{Z})$

B. $\left[k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right] (k \in \mathbb{Z})$

C. $\left[-\frac{\pi}{8}+\frac{1}{4}k\pi, \frac{1}{4}k\pi\right] (k \in \mathbb{Z})$

D. $\left[\frac{1}{4}k\pi, \frac{\pi}{8}+\frac{1}{4}k\pi\right] (k \in \mathbb{Z})$

【答案】A

【分析】利用三角恒等变换化简 $f(x)$ 的解析式，再根据 $y=A\cos(\omega x+\varphi)$ 的图象变换规律求得 $g(x)$ 的解析式，再利用余弦函数的单调性，求得函数 $y=g(x)$ 的单调递减区间.

【详解】解：将函数 $f(x)=\cos^2 x(1+\cos x)(1-\cos x)=\cos^2 x \cdot \sin^2 x=\frac{1}{4}\sin^2 2x$
 $=\frac{1}{4} \cdot \frac{1-\cos 4x}{2}=\frac{1}{8}-\frac{1}{8}\cos 4x$ 的图象上所有的横坐标伸长为原来的2倍（纵坐标不变），得到函数
 $y=g(x)=\frac{1}{8}-\frac{1}{8}\cos 2x$ 的图象，令 $2k\pi-\pi \leq 2x \leq 2k\pi$ ，求得 $k\pi-\frac{\pi}{2} \leq x \leq k\pi$ ，

可得 $g(x)$ 的单调递减区间为 $\left[-\frac{\pi}{2}+k\pi, k\pi\right] (k \in \mathbb{Z})$.

故选：A.

【点睛】本题主要考查三角恒等变换，余弦函数的单调性，属于基础题.

14. (19-20 高三·广东揭阳·阶段练习)要得到 $g(x)=\cos 2x+1$ ($x \in \mathbb{R}$)的图象，只需把 $f(x)=(\sin x+\cos x)^2$ ($x \in \mathbb{R}$)的图象（ ）

A. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位

B. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位

C. 向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位

D. 向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位

【答案】A

【解析】根据同角三角函数关系式及二倍角公式化简 $f(x)$ ，由诱导公式化简 $g(x)$ ，即可由三角函数图象平移变得解.

【详解】由同角三角函数关系式及二倍角公式化简可得

$$f(x) = (\sin x + \cos x)^2 = \sin 2x + 1$$

$$\text{而 } g(x) = \cos 2x + 1 = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) + 1 = \sin 2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1,$$

所以将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位得到 $g(x) = f\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象,

故选: A;

【点睛】本题考查了诱导公式及二倍角公式在三角函数式化简中的应用, 三角函数图象平移变换的应用, 属于基础题.

15. (22-23 高三上·天津) 已知函数 $f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) (x \in \mathbb{R})$, 现给出下列四个结论, 其中正确的是 ()

A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 2π

B. 函数 $f(x)$ 的最大值为 2

C. 函数 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$ 上单调递增

D. 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度; 所得图象对应的解析式为 $g(x) = \sin 2x$

【答案】C

【分析】首先利用三角恒等变换化简函数, 再根据函数的性质依次判断选项

$$\begin{aligned} \text{【详解】对于 A 和 B, } f(x) &= \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \\ &= \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x - \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x - \frac{1}{2}\cos 2x = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right), \end{aligned}$$

所以 $f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{2\pi}{2} = \pi$, $f(x)$ 的最大值为 1, 故 A 错误, B 错误,

对于 C, 当 $x \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$ 时, $2x - \frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}\right]$,

因为 $y = \sin x$ 在 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}\right]$ 上单调递增, 所以函数 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$ 上单调递增, 故 C 正确;

对于 D, 将函数 $f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 所得图像对应的函数解析式为

$$g(x) = \sin\left[2\left(x - \frac{\pi}{12}\right) - \frac{\pi}{6}\right] = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right), \text{ 故 D 不正确,}$$

故选: C

题型四：平移图像重合求 ω

指 | 点 | 迷 | 津

解决三角函数中已知单调区间求参数 ω 范围时，首先要有已知的单调区间是函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ 单调区间的子集的意识，然后明确正弦、余弦函数的单调区间长度不会超过半个周期（正切函数的单调区间长度不会超过一个周期）这一事实最终准确求得参数范围，数形结合能给解题带来比较清晰的思路。

16. (21-22 高三·天津河西·阶段练习) 已知将函数 $f(x) = \tan(\omega x + \frac{\pi}{3}) (2 < \omega < 10)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位之后与 $f(x)$ 的图象重合，则 ω 的值为 ()

A. 3

B. 6

C. 8

D. 9

【答案】B

【分析】本题先求出最小正周期 $T = \frac{\pi}{\omega}$ ，再建立方程 $\frac{\pi}{\omega} k = \frac{\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$ ，最后根据范围求 ω 的值即可。

【详解】解：因为函数 $f(x) = \tan(\omega x + \frac{\pi}{3}) (2 < \omega < 10)$ ，所以最小正周期 $T = \frac{\pi}{\omega}$ ，

因为函数 $f(x) = \tan(\omega x + \frac{\pi}{3}) (2 < \omega < 10)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位之后与 $f(x)$ 的图象重合，所以 $\frac{\pi}{\omega} k = \frac{\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$ ，解得： $\omega = 6k$ ，又因为 $2 < \omega < 10$ ，所以 $\omega = 6$ 。

故选：B

【点睛】本题考查根据三角函数图象的变换求参数，是基础题。

17. (23-24 高三·河南南阳·) 将函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后，与函数 $g(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ 的图象重合，则 ω 的最小值为 ()

A. 6

B. 3

C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

【答案】B

【分析】根据题意，函数 $y = \sin(\omega x + \varphi + \frac{\pi\omega}{6})$ 的图象与 $g(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ 的图象重合，可得

$\frac{\pi\omega}{6} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ ，从而得解。

【详解】将 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，

$$\text{得到 } y = \sin\left[\omega\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \varphi\right] = \sin\left(\omega x + \varphi + \frac{\pi\omega}{6}\right),$$

其图象与 $g(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ 的图象重合，

$$\text{则 } \frac{\pi\omega}{6} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z}), \text{ 所以 } \omega = 3 + 12k (k \in \mathbf{Z}),$$

又 $\omega > 0$ ，所以 ω 的最小值为 3.

故选：B

18. (2023·陕西榆林·模拟预测) 将函数 $f(x) = \cos\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$ ($\omega > 0$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，到得函数 $g(x) = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象，则 ω 的最小值为 ()

A. $\frac{11}{4}$

B. $\frac{7}{4}$

C. $\frac{5}{2}$

D. 4

【答案】A

【分析】根据平移理论结合已知条件得 $g(x) = \cos\left(\omega x - \frac{\omega\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{4}\right)$ ，再利用诱导公式得 $\sin\left(\omega x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\omega x - \frac{3\pi}{4}\right)$ ，进而得到 $-\frac{\omega\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$ ，从而求出 ω ，再结合已知条件即可求出 ω 的最小值.

$$\text{【详解】由题意得 } g(x) = f\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left[\omega\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{\pi}{6}\right] = \cos\left(\omega x - \frac{\omega\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{4}\right),$$

$$\text{又 } \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left[\frac{\pi}{2} - \left(\omega x - \frac{\pi}{4}\right)\right] = \cos\left[\left(\omega x - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{\pi}{2}\right] = \cos\left(\omega x - \frac{3\pi}{4}\right)$$

$$\text{所以 } \cos\left(\omega x - \frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\omega x - \frac{\omega\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right),$$

$$\text{所以 } -\frac{\omega\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}, \Rightarrow \omega = -6k + \frac{11}{4}, k \in \mathbf{Z},$$

又因为 $\omega > 0$ ，所以 ω 的最小值为 $\frac{11}{4}$.

故选：A.

19. (23-24 高三·广东广州·) 将函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位后，与函数 $g(x) = \cos(\omega x + \varphi)$

的图象重合，则 ω 的值可以是 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】B

【分析】由函数 $y = \sin(\omega x + \varphi + \frac{\pi\omega}{4})$ 的图象与 $g(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ 的图象重合，得 $\frac{\pi\omega}{4} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$ 即可求得答案.

【详解】将 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度，

得 $y = \sin[\omega(x + \frac{\pi}{4}) + \varphi] = \sin(\omega x + \varphi + \frac{\pi\omega}{4})$ ，其图象与 $g(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ 的图象重合，

则 $\frac{\pi\omega}{4} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$ ，解得 $\omega = 2 + 8k (k \in \mathbf{Z})$ ， ω 的值不可能为 1, 3, 4，可以为 2.

故选：B

20. (2023·陕西榆林·模拟预测) 将函数 $y = 2\sin(\omega x + \frac{\pi}{3}) (\omega > 0)$ 的图像分别向左、向右各平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后，所得的两个图像的对称轴重合，则 ω 的最小值为 ()

A. 3

B. $\frac{4}{3}$

C. 6

D. $\frac{3}{2}$

【答案】D

【分析】利用函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象变换规律，正弦函数的周期性，求出 ω 的最小值.

【详解】 $\because$ 将函数 $y = 2\sin(\omega x + \frac{\pi}{3}) (\omega > 0)$ 的图像分别向左、向右各平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后，

所得的两个函数图像的对称轴重合，故当 ω 最小时，有 $\frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{\omega} = 2 \times \frac{\pi}{3}$ ，解得： $\omega = \frac{3}{2}$ ，

故选：D.

题型五：平移后是奇函数，求 ω 最小值

指 | 点 | 迷 | 津

可以三角函数图像公式，再借助五点画图法，可直观观察对应的最小值。

在求解最小平移时候，要结合五点图像，注意平移方向。

21. (23-24 高三·陕西咸阳·阶段练习) 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$) 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 后所得的函数为奇函数，则 ω 的最小值为 ()

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

【答案】D

【分析】平移后的解析式为奇函数得到 $\frac{\pi}{12}\omega + \frac{\pi}{3} = k\pi$ ($k \in \mathbf{Z}$)，求出 ω 的最小值。

【详解】因为 $f\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{12}\omega + \frac{\pi}{3}\right)$ 为奇函数，则 $\frac{\pi}{12}\omega + \frac{\pi}{3} = k\pi$ ($k \in \mathbf{Z}$)，

所以 $\omega = 12k - 4$ ($k \in \mathbf{Z}$)，又 $\omega > 0$ ，所以 $12k - 4 > 0$ ，解得 $k > \frac{1}{3}$ ，

因为 $k \in \mathbf{Z}$ ，所以 $k = 1$ 时， ω 取得最小值，最小值为 8。

故选：D

22. (23-24 高三·江苏盐城·阶段练习) 将函数 $f(x) = \cos\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后得到的函数为奇函数，则实数 ω 的最小值为 ()

A. $\frac{9}{4}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{4}$

【答案】C

【分析】根据题意，利用三角函数的图象变换，求得 $g(x) = \cos\left(\omega x + \frac{\omega\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$ ，再由 $g(x)$ 为奇函数，求得 $\omega = 3k + \frac{3}{4}$, $k \in \mathbf{Z}$ ，进而得到 ω 取得最小值。

【详解】由函数 $f(x) = \cos\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$)，将函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后，得到函数 $g(x) = \cos\left[\omega\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{\pi}{4}\right] = \cos\left(\omega x + \frac{\omega\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$ ，

又由 $g(x)$ 为奇函数，所以 $\frac{\omega\pi}{3} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$ ，解得 $\omega = 3k + \frac{3}{4}$, $k \in \mathbf{Z}$ ，

因为 $\omega > 0$ ，所以当 $k = 0$ 时， ω 取得最小值，最小值为 $\frac{3}{4}$ 。

故选：C。

23. (2021 高三·全国·专题练习) 把函数 $f(x) = \tan(\omega x + \frac{\pi}{3}) (\omega > 0)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后，得到函数 $g(x)$ 的图象，若 $g(x)$ 为奇函数，则 ω 的最小值是 ()

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

【答案】A

【分析】根据题意得 $g(x) = \tan\left(\omega x - \frac{\pi}{6}\omega + \frac{\pi}{3}\right)$ ，再得到 $\omega = 2 - 6k$ ，计算求解即可。

【详解】函数 $f(x) = \tan(\omega x + \frac{\pi}{3}) (\omega > 0)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后，

$$\text{得 } g(x) = \tan\left[\omega\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{\pi}{3}\right] = \tan\left(\omega x - \frac{\pi}{6}\omega + \frac{\pi}{3}\right)$$

因为 $g(x)$ 为奇函数，所以 $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\omega = \frac{k\pi}{2}$ ， $k \in \mathbb{Z}$ ；

因此， $\omega = 2 - 3k$ ，结合 $\omega > 0$ ，取 $k = 0$ 得 ω 的最小值为 2。

故选：A。

24. (多选) (2024·山东济宁·一模) 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right) (\omega > 0)$ ，则下列说法中正确的是 ()

A. 若 $x = -\frac{\pi}{3}$ 和 $x = \frac{\pi}{6}$ 为函数 $f(x)$ 图象的两条相邻的对称轴，则 $\omega = 2$

B. 若 $\omega = \frac{1}{2}$ ，则函数 $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上的值域为 $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

C. 将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象，若 $g(x)$ 为奇函数，则 ω 的最小值为 5

D. 若函数 $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上恰有一个零点，则 $\frac{5}{6} < \omega \leq \frac{11}{6}$

【答案】ACD

【分析】利用正弦型函数的周期公式可判断 A 选项；利用正弦型函数的值域可判断 B 选项；利用三角函数图象变换以及正弦型函数的奇偶性可判断 C 选项；利用正弦型函数的对称性可判断 D 选项。

【详解】对于 A 选项，若 $x = -\frac{\pi}{3}$ 和 $x = \frac{\pi}{6}$ 为函数 $f(x)$ 图象的两条相邻的对称轴，

则函数 $f(x)$ 的最小正周期为 $T = 2 \times \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} \right) = \pi$ ，则 $\omega = \frac{2\pi}{\pi} = 2$ ，

所以， $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ ，此时， $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{2} = 1$ ，合乎题意，A 对；

对于 B 选项，若 $\omega = \frac{1}{2}$ ，则 $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$ ，

当 $0 < x < \pi$ 时，则 $\frac{\pi}{6} < \frac{x}{2} + \frac{\pi}{6} < \frac{2\pi}{3}$ ，所以， $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) \in \left(\frac{1}{2}, 1\right]$ ，

故当 $\omega = \frac{1}{2}$ 时，则函数 $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上的值域为 $\left(\frac{1}{2}, 1\right]$ ，B 错；

对于 C 选项，将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象，

则 $g(x) = \sin\left[\omega\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{\pi}{6}\right] = \sin\left(\omega x + \frac{\pi\omega + \pi}{6}\right)$ 为奇函数，

所以， $\frac{\pi\omega + \pi}{6} = k\pi (k \in \mathbf{Z})$ ，解得 $\omega = 6k - 1 (k \in \mathbf{Z})$ ，

因为 $\omega > 0$ ，当 $k = 1$ 时， ω 取最小值 5，C 对；

对于 D 选项，因为 $\omega > 0$ ，当 $0 < x < \pi$ 时， $\frac{\pi}{6} < \omega x + \frac{\pi}{6} < \pi\omega + \frac{\pi}{6}$ ，

因为函数 $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上恰有一个零点，则 $\pi < \pi\omega + \frac{\pi}{6} \leq 2\pi$ ，解得 $\frac{5}{6} < \omega \leq \frac{11}{6}$ ，D 对。

故选：ACD.

25. (23-24 高三·江西南昌·阶段练习) 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right) (\omega > 0)$ ，将函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后，得到函数 $y = g(x)$ 的图象，若 $g(x)$ 为奇函数，则 ω 的最小值为_____.

【答案】2

【分析】根据题意，利用三角函数的图象变换，求得 $g(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\omega\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right)$ ，再由 $g(x)$ 为奇函数，求得 $\omega = 3k - 1, k \in \mathbf{Z}$ ，进而得到 ω 取得最小值.

【详解】由函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ，将函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后，

得到函数 $g(x) = \sin[\omega(x + \frac{\pi}{3}) + \frac{\pi}{3}] = \sin(\omega x + \frac{\omega\pi}{3} + \frac{\pi}{3})$,

又由 $g(x)$ 为奇函数, 所以 $\frac{\omega\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = k\pi, k \in \mathbb{Z}$, 解得 $\omega = 3k - 1, k \in \mathbb{Z}$,

因为 $\omega > 0$, 所以当 $k = 1$ 时, ω 取得最小值, 最小值为 2.

故答案为: 2.

题型六: 单调性型求 ω

指 | 点 | 迷 | 津

正弦函数

在每一个闭区间 $\left[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right] (k \in \mathbb{Z})$ 上都单调递增,

在每一个闭区间 $\left[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}\right] (k \in \mathbb{Z})$ 上都单调递减

余弦函数

在每一个闭区间 $[2k\pi - \pi, 2k\pi] (k \in \mathbb{Z})$ 上都单调递增,

26. (23-24 高三·河南新乡·) 若函数 $f(x) = \cos\left(nx - \frac{\pi}{4}\right) (n \in \mathbb{N}^*)$ 在 $\left[\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}\right]$ 上单调递减, 则满足条件的 n 的个数为 ()

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

【答案】C

【分析】先对 n 分不同情况进行讨论, 得出当 $n = 1$ 时不满足条件, 当 $n = 2$ 或 $n = 3$ 时满足条件, 当 $n \geq 4$ 时不满足条件, 即得到所求的全部 n 为 $n = 2$ 和 $n = 3$, 从而得到答案.

【详解】若 $n = 1$, 则 $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \cos\frac{\pi}{8} < 1 = f\left(\frac{\pi}{4}\right)$, 故 $f(x)$ 不满足条件;

若 $n = 2$ 或 $n = 3$, 则对 $\frac{\pi}{8} \leq x \leq \frac{3\pi}{8}$ 有 $0 \leq 2x - \frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{2}$, 或 $\frac{\pi}{8} \leq 3x - \frac{\pi}{4} \leq \frac{7\pi}{8} < \pi$.

所以 $nx - \frac{\pi}{4} \in [0, \pi]$, 根据复合函数单调性知 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}\right]$ 上单调递减, 满足条件;

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/007121012162006153>