

山西省吕梁地区 2024 届高三第三次联考（福建版）数学试题试卷

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列命题中，真命题的个数为（ ）

①命题“若 $\frac{1}{a+2} < \frac{1}{b+2}$ ，则 $a > b$ ”的否命题；

②命题“若 $2^{x+y} > 1$ ，则 $x > 0$ 或 $y > 0$ ”；

③命题“若 $m = 2$ ，则直线 $x - my = 0$ 与直线 $2x - 4y + 1 = 0$ 平行”的逆命题。

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

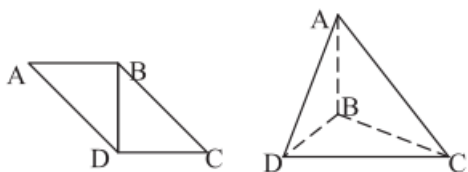
2. 若函数 $f(x) = e^x$ 的图象上两点 M, N 关于直线 $y = x$ 的对称点在 $g(x) = ax - 2$ 的图象上，则 a 的取值范围是（ ）

- A. $(-\infty, \frac{e}{2})$ B. $(-\infty, e)$ C. $(0, \frac{e}{2})$ D. $(0, e)$

3. 若 $a = \log_2 3, b = \log_4 7, c = 0.7^4$ ，则实数 a, b, c 的大小关系为（ ）

- A. $a > b > c$ B. $c > a > b$ C. $b > a > c$ D. $c > b > a$

4. 如图，将两个全等等腰直角三角形拼成一个平行四边形 $ABCD$ ，将平行四边形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折起，使平面 $ABD \perp$ 平面 BCD ，则直线 AC 与 BD 所成角余弦值为（ ）



- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

5. 已知定义在 R 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(1+x) = f(1-x)$ ，当 $x \in [0, 1]$ 时， $f(x) = -x + 1$ ，函数 $g(x) = e^{-|x-1|}$ ($-1 \leq x \leq 3$)，则函数 $f(x)$ 与函数 $g(x)$ 的图象的所有交点的横坐标之和为（ ）

- A. 2 B. 4 C. 5 D. 6

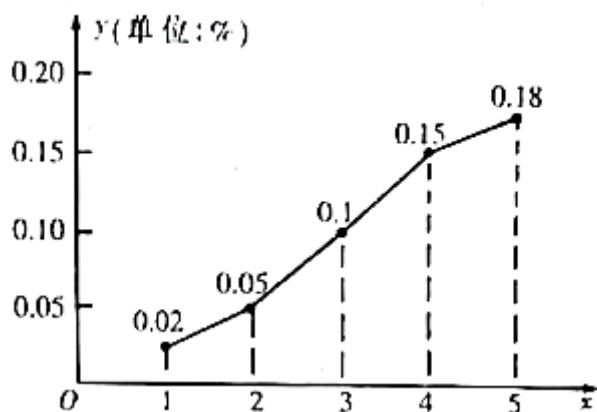
6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + \frac{1}{2}x, & x < 0 \\ \ln(x+1), & x \geq 0 \end{cases}$ ，若函数 $g(x) = f(x) - kx$ 有三个零点，则实数 k 的取值范围是（ ）

- A. $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ B. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ C. $(0, 1)$ D. $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

7. 设复数 z 满足 $|z| = \frac{z + \bar{z}}{2} + 1$, z 在复平面内对应的点的坐标为 (x, y) 则 ()

- A. $x^2 = 2y + 1$ B. $y^2 = 2x + 1$
C. $x^2 = 2y - 1$ D. $y^2 = 2x - 1$

8. 5G 网络是一种先进的高频传输技术, 我国的 5G 技术发展迅速, 已位居世界前列. 华为公司 2019 年 8 月初推出了一款 5G 手机, 现调查得到该款 5G 手机上市时间 x 和市场占有率 y (单位: %) 的几组相关对应数据. 如图所示的折线图中, 横轴 1 代表 2019 年 8 月, 2 代表 2019 年 9 月……, 5 代表 2019 年 12 月, 根据数据得出 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = 0.042x + \hat{a}$. 若用此方程分析并预测该款手机市场占有率的变化趋势, 则最早何时该款 5G 手机市场占有率能超过 0.5% (精确到月) ()



- A. 2020 年 6 月 B. 2020 年 7 月 C. 2020 年 8 月 D. 2020 年 9 月

9. 若复数 $m(m-2) + (m^2 - 3m + 2)i$ 是纯虚数, 则实数 m 的值为 ()

- A. 0 或 2 B. 2 C. 0 D. 1 或 2

10. 已知 $\vec{a} = (2 \sin \frac{\omega x}{2}, \cos \frac{\omega x}{2})$, $\vec{b} = (\sqrt{3} \cos \frac{\omega x}{2}, 2 \cos \frac{\omega x}{2})$, 函数 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$ 在区间 $[0, \frac{4\pi}{3}]$ 上恰有 3 个极值点, 则正实数 ω 的取值范围为 ()

- A. $[\frac{8}{5}, \frac{5}{2})$ B. $[\frac{7}{4}, \frac{5}{2})$ C. $[\frac{5}{3}, \frac{7}{4})$ D. $(\frac{7}{4}, 2]$

11. 已知角 α 的顶点与坐标原点重合, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 若点 $P(2, -1)$ 在角 α 的终边上, 则 $\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) =$ ()

- A. $-\frac{4}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

12. 已知 α, β 是空间中两个不同的平面, m, n 是空间中两条不同的直线, 则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $m \subset \alpha, n \subset \beta$, 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $m \perp n$
- B. 若 $m \subset \alpha, n \subset \alpha$, 且 $m // \beta, n // \beta$, 则 $\alpha // \beta$
- C. 若 $m \perp \alpha, n // \beta$, 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $m \perp n$
- D. 若 $m \perp \alpha, n // \beta$, 且 $\alpha // \beta$, 则 $m \perp n$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知命题 $P: \forall x > 0, x^3 > 0$, 那么 P 是_____.

14. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线斜率分别为 k_1, k_2 , 若 $k_1 k_2 = -3$, 则该双曲线的离心率为_____.

15. 若实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} y \geq 0 \\ 2x - y + 3 \geq 0 \\ x + y - 1 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = 2y - x$ 的最小值是_____.

16. $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 所对应的边分别为 a, b, c , 已知 $2b \cos A = 2c + \sqrt{3}a$, 则 $\angle B =$ _____.

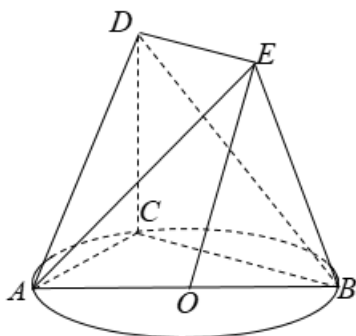
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = \ln(x+1) - ax + 1 - a (a \in R)$.

(1) 若 $f(x) \leq 0$ 对任意 $x > -1$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(2) 求证: $-\ln(x+1) + xe^{x-1} - x + 1 \geq 0$

18. (12 分) 如图, 点 C 是以 AB 为直径的圆 O 上异于 A, B 的一点, 直角梯形 $BCDE$ 所在平面与圆 O 所在平面垂直, 且 $DE // BC, DC \perp BC, DE = \frac{1}{2}BC = 2, AC = CD = 3$.



(1) 证明: $EO //$ 平面 ACD ;

(2) 求点 E 到平面 ABD 的距离.

19. (12 分) (某工厂生产零件 A , 工人甲生产一件零件 A , 是一等品、二等品、三等品的概率分别为 $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$

，工人乙生产一件零件 A ，是一等品、二等品、三等品的概率分别为 $\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}$ 。已知生产一件一等品、二等品、三等品零件 A 给工厂带来的效益分别为 10 元、5 元、2 元。

(1) 试根据生产一件零件 A 给工厂带来的效益的期望值判断甲乙技术的好坏；

(2) 为鼓励工人提高技术，工厂进行技术大赛，最后甲乙两人进入了决赛。决赛规则是：每一轮比赛，甲乙各生产一件零件 A ，如果一方生产的零件 A 品级优于另一方生产的零件，则该方得分 1 分，另一方得分 -1 分，如果两人生产的零件 A 品级一样，则两方都不得分，当一方总分为 4 分时，比赛结束，该方获胜。 P_{i+4} ($i = -4, -3, -2, \dots, 4$) 表示甲总分为 i 时，最终甲获胜的概率。

① 写出 P_0, P_8 的值；

② 求决赛甲获胜的概率。

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = \ln x - mx - m^2 x^2 (m \in \mathbf{R})$ 。

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的极值；

(2) 记关于 x 的方程 $f(x) + m^2 x^2 = 0$ 的两根分别为 $p, q (p < q)$ ，求证： $\ln p + \ln q > 2$ 。

21. (12 分) 已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 4 \cos \theta$ ，直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = \frac{1}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$

(1) 求曲线 C 的直角坐标方程与直线 l 的普通方程；

(2) 已知点 $M(1, 0)$ ，直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点，求 $||MA| - |MB||$ 。

22. (10 分) 已知 $p: \forall x \in \mathbf{R}, m(4x^2 + 1) > x$ ； $q: \exists x \in [2, 8], m \log_2 x + 1 \leq 0$ 。

(1) 若 p 为真命题，求实数 m 的取值范围；

(2) 若 $\neg p \vee q$ 为真命题且 $\neg p \wedge q$ 为假命题，求实数 m 的取值范围。

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

否命题与逆命题是等价命题，写出①的逆命题，举反例排除；原命题与逆否命题是等价命题，写出②的逆否命题后，利用指数函数单调性验证正确；写出③的逆命题判，利用两直线平行的条件容易判断③正确。

【详解】

①的逆命题为“若 $a > b$ ，则 $\frac{1}{a+2} < \frac{1}{b+2}$ ”，

令 $a = -1$ ， $b = -3$ 可知该命题为假命题，故否命题也为假命题；

②的逆否命题为“若 $x \leq 0$ 且 $y \leq 0$ ，则 $2^{x+y} \leq 1$ ”，该命题为真命题，故②为真命题；

③的逆命题为“若直线 $x - my = 0$ 与直线 $2x - 4y + 1 = 0$ 平行，则 $m = 2$ ”，该命题为真命题。

故选：C.

【点睛】

本题考查判断命题真假. 判断命题真假的思路：

(1)判断一个命题的真假时，首先要弄清命题的结构，即它的条件和结论分别是什么，然后联系其他相关的知识进行判断.

(2)当一个命题改写成“若 P ，则 Q ”的形式之后，判断这个命题真假的方法：

①若由“ P ”经过逻辑推理，得出“ Q ”，则可判定“若 P ，则 Q ”是真命题；②判定“若 P ，则 Q ”是假命题，只需举一反例即可.

2、D

【解析】

由题可知，可转化为曲线 $g(x) = ax - 2$ 与 $y = \ln x$ 有两个公共点，可转化为方程 $ax - 2 = \ln x$ 有两解，构造函数

$h(x) = \frac{2 + \ln x}{x}$ ，利用导数研究函数单调性，分析即得解

【详解】

函数 $f(x) = e^x$ 的图象上两点 M ， N 关于直线 $y = x$ 的对称点在 $y = \ln x$ 上，

即曲线 $g(x) = ax - 2$ 与 $y = \ln x$ 有两个公共点，

即方程 $ax - 2 = \ln x$ 有两解，

即 $a = \frac{2 + \ln x}{x}$ 有两解，

令 $h(x) = \frac{2 + \ln x}{x}$ ，

则 $h'(x) = \frac{-1 - \ln x}{x^2}$ ，

则当 $0 < x < \frac{1}{e}$ 时, $h'(x) > 0$; 当 $x > \frac{1}{e}$ 时, $h'(x) < 0$,

故 $x = \frac{1}{e}$ 时 $h(x)$ 取得极大值 $h\left(\frac{1}{e}\right) = e$, 也即为最大值,

当 $x \rightarrow 0$ 时, $h(x) \rightarrow -\infty$; 当 $x \rightarrow +\infty$ 时, $h(x) \rightarrow 0$,

所以 $0 < a < e$ 满足条件.

故选: D

【点睛】

本题考查了利用导数研究函数的零点, 考查了学生综合分析, 转化划归, 数形结合, 数学运算的能力, 属于较难题.

3、A

【解析】

将 a 化成以 4 为底的对数, 即可判断 a, b 的大小关系; 由对数函数、指数函数的性质, 可判断出 b, c 与 1 的大小关系, 从而可判断三者的大小关系.

【详解】

依题意, 由对数函数的性质可得 $a = \log_2 3 = \log_4 9 > b = \log_4 7$.

又因为 $c = 0.7^4 < 0.7^0 = 1 = \log_4 4 < \log_4 7 = b$, 故 $a > b > c$.

故选:A.

【点睛】

本题考查了指数函数的性质, 考查了对数函数的性质, 考查了对数的运算性质. 两个对数型的数字比较大小时, 底数相同, 则构造对数函数, 结合对数的单调性可判断大小; 若真数相同, 则结合对数函数的图像或者换底公式可判断大小; 若真数和底数都不相同, 则可与中间值如 1, 0 比较大小.

4、C

【解析】

利用建系, 假设 AB 长度, 表示向量 \overrightarrow{AC} 与 \overrightarrow{BD} , 利用向量的夹角公式, 可得结果.

【详解】

由平面 $ABD \perp$ 平面 BCD , $AB \perp BD$

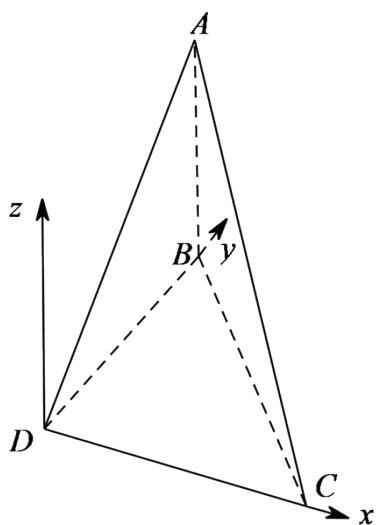
平面 $ABD \cap$ 平面 $BCD = BD$, $AB \perp$ 平面 BCD

所以 $AB \perp$ 平面 BCD , 又 $DC \subset$ 平面 BCD

所以 $AB \perp DC$, 又 $DB \perp DC$

所以作 z 轴 $\parallel AB$, 建立空间直角坐标系 $B-xyz$

如图



设 $AB = 1$ ，所以 $BD = 1, DC = 1, BC = \sqrt{2}$

则 $A(0,1,1), B(0,1,0), C(1,0,0), D(0,0,0)$

所以 $\vec{AC} = (1, -1, -1), \vec{BD} = (0, -1, 0)$

$$\text{所以 } \cos \langle \vec{AC}, \vec{BD} \rangle = \frac{\vec{AC} \cdot \vec{BD}}{|\vec{AC}| |\vec{BD}|} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

故选：C

【点睛】

本题考查异面直线所成角的余弦值，一般采用这两种方法：（1）将两条异面直线作辅助线放到同一个平面，然后利用解三角形知识求解；（2）建系，利用空间向量，属基础题。

5、B

【解析】

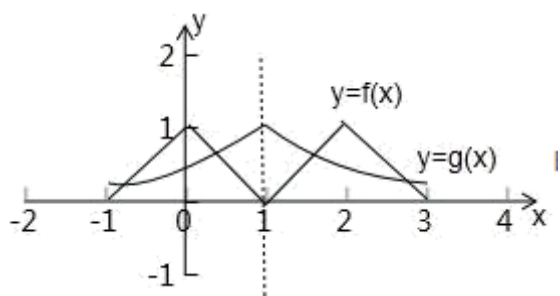
由函数的性质可得： $f(x)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称且关于 y 轴对称，函数 $g(x)=e^{-|x-1|}$ （ $-1 \leq x \leq 3$ ）的图像也关于 $x=1$ 对称，由函数图像的作法可知两个图像有四个交点，且两两关于直线 $x=1$ 对称，则 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图像所有交点的横坐标之和为4得解。

【详解】

由偶函数 $f(x)$ 满足 $f(1+x)=f(1-x)$ ，

可得 $f(x)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称且关于 y 轴对称，

函数 $g(x)=e^{-|x-1|}$ （ $-1 \leq x \leq 3$ ）的图像也关于 $x=1$ 对称，



函数 $y = f(x)$ 的图像与函数 $g(x) = e^{-|x-1|}$ ($-1 \leq x \leq 3$) 的图像的位置关系如图所示,

可知两个图像有四个交点, 且两两关于直线 $x = 1$ 对称,

则 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图像所有交点的横坐标之和为 4.

故选: B

【点睛】

本题主要考查了函数的性质, 考查了数形结合的思想, 掌握函数的性质是解题的关键, 属于中档题.

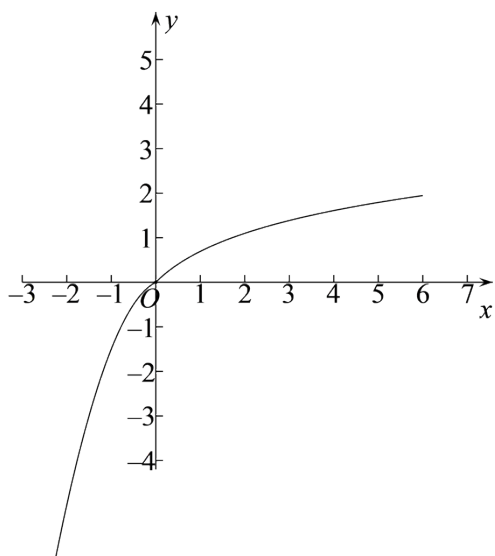
6、B

【解析】

根据所给函数解析式, 画出函数图像. 结合图像, 分段讨论函数的零点情况: 易知 $x = 0$ 为 $g(x) = f(x) - kx$ 的一个零点; 对于当 $x < 0$ 时, 由代入解析式解方程可求得零点, 结合 $x < 0$ 即可求得 k 的范围; 对于当 $x > 0$ 时, 结合导函数, 结合导数的几何意义即可判断 k 的范围. 综合后可得 k 的范围.

【详解】

根据题意, 画出函数图像如下图所示:



函数 $g(x) = f(x) - kx$ 的零点, 即 $f(x) = kx$.

由图像可知, $f(0) = 0$,

所以 $x=0$ 是 $f(x)-kx=0$ 的一个零点,

当 $x < 0$ 时, $f(x) = -x^2 + \frac{1}{2}x$, 若 $f(x) - kx = 0$,

则 $-x^2 + \frac{1}{2}x - kx = 0$, 即 $x = \frac{1}{2} - k$, 所以 $\frac{1}{2} - k < 0$, 解得 $\frac{1}{2} < k$;

当 $x > 0$ 时, $f(x) = \ln(x+1)$,

则 $f'(x) = \frac{1}{x+1}$, 且 $\frac{1}{x+1} \in (0,1)$

若 $f(x) - kx = 0$ 在 $x > 0$ 时有一个零点, 则 $k \in (0,1)$,

综上所述可得 $k \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$,

故选: B.

【点睛】

本题考查了函数图像的画法, 函数零点定义及应用, 根据零点个数求参数的取值范围, 导数的几何意义应用, 属于中档题.

7、B

【解析】

根据共轭复数定义及复数模的求法, 代入化简即可求解.

【详解】

z 在复平面内对应的点的坐标为 (x, y) , 则 $z = x + yi$,

$$\bar{z} = x - yi,$$

$$\therefore |z| = \frac{z + \bar{z}}{2} + 1,$$

代入可得 $\sqrt{x^2 + y^2} = x + 1$,

解得 $y^2 = 2x + 1$.

故选: B.

【点睛】

本题考查复数对应点坐标的几何意义, 复数模的求法及共轭复数的概念, 属于基础题.

8、C

【解析】

根据图形, 计算出 \bar{x}, \bar{y} , 然后解不等式即可.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/007153000045010002>