专题 4.2 相似三角形的应用

目录

相似三角形的应用（影子问题）.....1
相似三角形的应用（路灯和影长）.....3
相似三角形的应用（平面镜测高）.....5
相似三角形综合应用.....8
相似三角形与几何综合运用.....12

相似三角形的应用（影子问题）

【例1】在相同时刻的物高与影长成比例，如果高为$1.5m$的测杆的影长为$3m$，那么影长为$30m$的旗杆的高是(　　)

A．$15m$　　B．$16m$　　C．$18m$　　D．$20m$

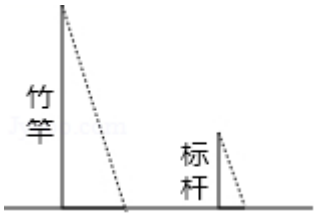
【解答】解：设影长为$30m$的旗杆的高是xm，

∵在相同时刻物高与影长成比例，高为$1.5m$的测杆的影长为$3m$，

∴$\frac{1.5}{3}=\frac{x}{30}$，解得$x=15(m)$.

故选：A.

【变式训练1】《孙子算经》是中国古代重要的数学著作，成书于约一千五百年前，其中有首歌谣：今有竿不知其长，量得影长一丈五尺，立一标杆，长一尺五寸，影长五寸，问竿长几何？意即：有一根竹竿不知道有多长，量出它在太阳下的影子长一丈五尺，同时立一根一尺五寸的小标杆，它的影长五寸（提示：1丈$=10$尺，1尺$=10$寸），则竹竿的长为(　　)



A．五丈　　B．四丈五尺　　C．一丈　　D．五尺

【解答】解：设竹竿的长度为x尺，

∵竹竿的影长$=$一丈五尺$=15$尺，标杆长$=$一尺五寸$=1.5$尺，影长五寸$=0.5$尺，

∴$\frac{x}{15}=\frac{1.5}{0.5}$，解得$x=45$（尺）.

故选：B．

【变式训练2】小明身高 1.5 米，在操场的影长为 2 米，同时测得教学大楼在操场的影长为 60 米，则教学大楼的高度应为(　　)

A．45 米　　B．40 米　　C．90 米　　D．80 米

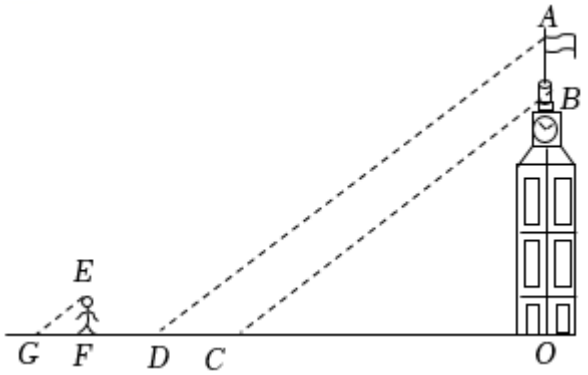
【解答】解：∵在相同时刻，物高与影长组成的直角三角形相似，

$\therefore 1.5:2=$教学大楼的高度：60，

解得教学大楼的高度为 45 米．

故选：A．

【变式训练3】小明和小华利用阳光下的影子来测量一建筑物顶部旗杆的高．如图所示，在某一时刻，他们在阳光下，分别测得该建筑物 OB 的影长 OC 为 16 米，OA 的影长 OD 为 20 米，小明的影长 FG 为 2.4 米，其中 O、C、D、F、G 五点在同一直线上，A、B、O 三点在同一直线上，且 $AO\perp OD$，$EF\perp FG$．已知小明的身高 EF 为 1.8 米，求旗杆的高 AB．



【解答】解：∵$AD//EG$，

$\therefore\angle ADO=\angle EGF$，

∵$\angle AOD=\angle EFG=90°$，

$\therefore\Delta AOD\backsim\Delta EFG$，

$\therefore\dfrac{AO}{EF}=\dfrac{OD}{FG}$，即 $\dfrac{AO}{1.8}=\dfrac{20}{2.4}$，

$\therefore AO=15$，

同理得 $\Delta BOC\backsim\Delta AOD$，

$\therefore\dfrac{BO}{AO}=\dfrac{OC}{OD}$，即 $\dfrac{BO}{15}=\dfrac{16}{20}$，

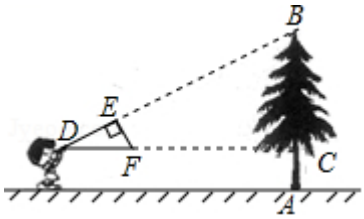
$\therefore BO=12$，

$\therefore AB = AO - BO = 15 - 12 = 3$（米），

答：旗杆的高 AB 是 3 米.

相似三角形的应用（路灯和影长）

【例2】如图，小明同学用自制直角三角形纸板 DEF 测量树的高度 AB，他调整自己的位置，设法使斜边 DF 保持水平，并且边 DE 与点 B 在同一直线上．已知纸板的两条边 $DF = 50cm$，$DE = 40cm$，测得边 DF 离地面的高度 $AC = 1.5m$，$CD = 12m$，则树高 $AB =$ m．



【解答】解：在 RtΔDEF 中，$DE^2 + EF^2 = DF^2$，

即：$40^2 + EF^2 = 50^2$，

$\therefore EF = 30$，

由题意得：$\angle BCD = \angle DEF = 90°$，$\angle CDB = \angle EDF$，

$\therefore \Delta DCB \backsim \Delta DEF$，

$\frac{CB}{EF} = \frac{DC}{DE}$，

$\because EF = 30cm = 0.3m$，$DE = 40cm = 0.4m$，$CD = 12m$，

$\therefore \frac{BC}{0.3} = \frac{12}{0.4}$，

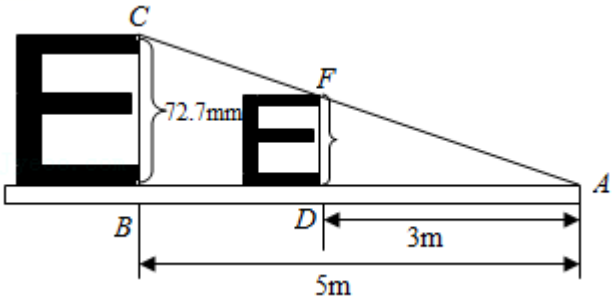
解得：$BC = 9$ 米，

$\because AC = 1.5m$，

$\therefore AB = AC + BC = 1.5 + 9 = 10.5(m)$.

故答案是：10.5

【变式训练1】如图，小明探究课本“综合与实践”板块“制作视力表”的相关内容：当测试距离为 $5m$ 时，标准视力表中最大的“E”字高度为 $72.7mm$，当测试距离为 $3m$ 时，最大的“E”字高度为(　　)



A．$4.36mm$　　B．$29.08mm$　　C．$43.62mm$　　D．$121.17mm$

【解答】解：由题意得：$CB//DF$，

$\therefore \dfrac{DF}{BC}=\dfrac{AD}{AB}$，

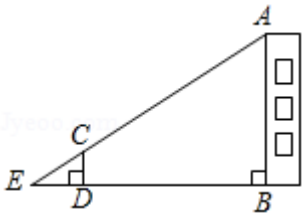
$\because AD=3m$，$AB=5m$，$BC=72.7mm$，

$\therefore \dfrac{DF}{72.7}=\dfrac{3}{5}$，

$\therefore DF=43.62(mm)$，

故选：C．

【变式训练2】利用标杆 CD 测量建筑物的高度的示意图如图所示，若标杆 CD 的高为 1.5 米，测得 $DE=2$ 米，$BD=18$ 米，则建筑物的高 AB 为_____米．



【解答】解：$\because AB//CD$，

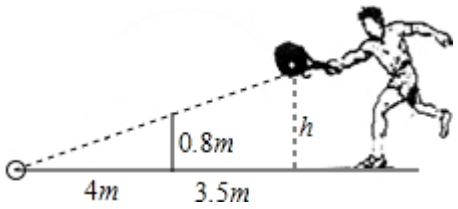
$\therefore \Delta EBA\backsim\Delta ECD$，

$\therefore \dfrac{CD}{AB}=\dfrac{ED}{EB}$，即 $\dfrac{1.5}{AB}=\dfrac{2}{2+18}$，

$\therefore AB=15$（米）．

故答案为：15

【变式训练3】如图，小明在打网球时，使球恰好能打过网，而且落在离网 4 米的位置上，则球拍击球的高度 h 为_____．



【解答】解：$\because DE//BC$，

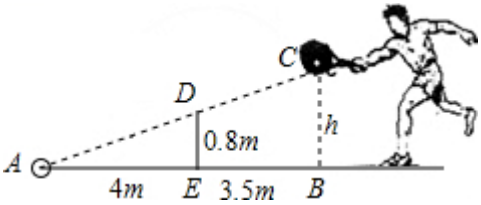
$\therefore \Delta ADE\backsim\Delta ACB$，即 $\frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AB}$，

则 $\frac{4}{4+3.5}=\frac{0.8}{h}$，

$\therefore h=1.5$，

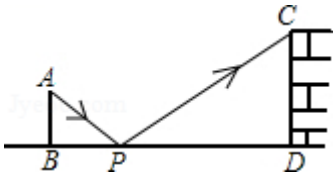
经检验，$h=1.5$ 是原方程的解，

故答案为：1.5 米.



相似三角形的应用（平面镜测高）

【例3】如图是小玲设计用手电来测量某古城墙高度的示意图. 在点 P 处放一水平的平面镜，光线从点 A 出发经平面镜反射后，刚好射到古城墙 CD 的顶端 C 处. 已知 $AB\perp BD$，$CD\perp BD$. 且测得 $AB=1.4$ 米，$BP=2.1$ 米，$PD=12$ 米. 那么该古城墙 CD 的高度是 米.



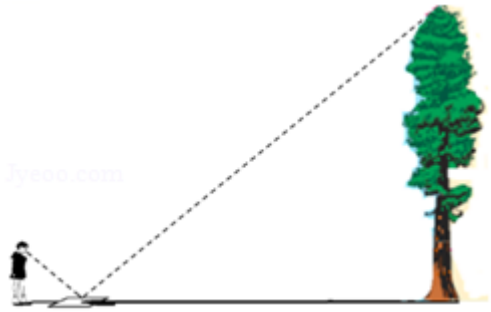
【解答】解：$\because \angle APB=\angle CPD$，$\angle ABP=\angle CDP$，

$\therefore \Delta ABP\backsim\Delta CDP$

$\therefore \frac{AB}{CD}=\frac{BP}{PD}$ 即 $\frac{1.4}{CD}=\frac{2.1}{12}$

解得：$CD=8$ 米.

【变式训练1】如图，为了测量操场上一棵大树的高度，小英拿来一面镜子，平放在离树根部 $5m$ 的地面上，然后她沿着树根和镜子所在的直线后退，当她后退 $1m$ 时，正好在镜中看见树的顶端. 小英估计自己的眼睛到地面的距离为 $1.6m$，则大树的高度是_____ m.



【解答】解：$\because \angle ABC=\angle DBE$，$\angle ACB=\angle DEB=90°$，

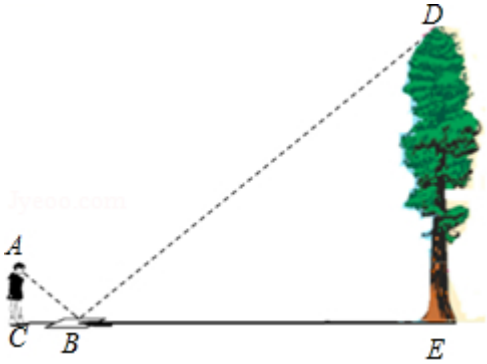
$\therefore \Delta ABC\backsim\Delta DBE$，

$\therefore BC:BE=AC:DE$，

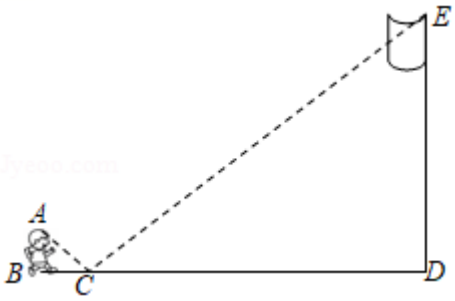
即$1:5=1.6:DE$，

$\therefore DE=8(m)$，

故答案为：



【变式训练2】如图，在测量旗杆高度的数学活动中，某同学在脚下放了一面镜子，然后向后退，直到他刚好在镜子中看到旗杆的顶部．若眼睛距离地面$AB=1.5m$，同时量得$BC=2m$，$CD=12m$，则旗杆高度$DE=$_____m．



【解答】解：$\because AB\perp BD$，$DE\perp BD$，

$\therefore \angle ABC=\angle EDC=90°$，

$\because \angle ACB=\angle DCE$，

$\therefore \Delta ABC\backsim\Delta EDC$，

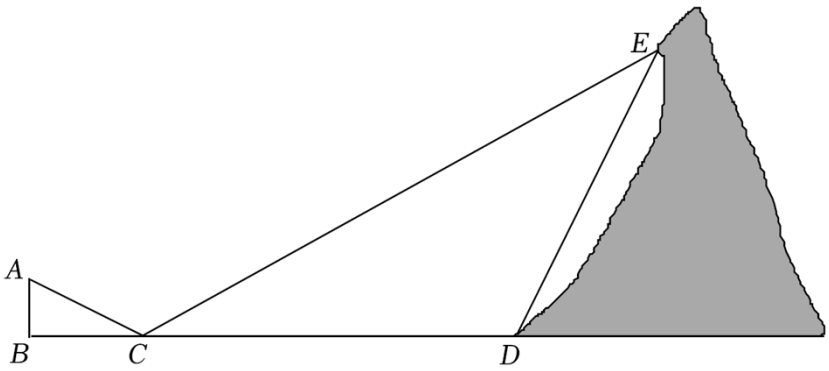
$\therefore \dfrac{AB}{DE}=\dfrac{BC}{CD}$，

$\therefore \dfrac{1.5}{DE}=\dfrac{2}{12}$，

$\therefore DE=9(m)$，

故答案为：9

【变式训练3】春暖花开，草长莺飞，学校开展了校外实践活动某数学社团成员小明、小王和小丽发现在活动根据地远处的小山坡上有一棵小树，如图所示，记小树的位置为点 E，他们想利用皮尺、平面镜等测量工具测量小树到山脚下的距离（即 DE 的长度）：小明站在点 B 处，让小丽移动平面镜至点 C 处，此时小明在平面镜内可以看到点 E．小王、小丽用皮尺测得 BC 为 3 米，CD 为 18 米，同时测得 $\angle CDE=120°$．已知小明的眼睛到地面的距离 $AB=1.5$ 米，请根据以上数据，求 DE 的长度．（结果保留根号）



【解答】解：过 E 作 $EF\perp BC$ 于 F，

$\because \angle CDE=120°$，

$\therefore \angle EDF=60°$，

设 EF 为 x 米，$DF=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$ 米，$DE=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}x$ 米，

$\because \angle B=\angle EFC=90°$，

$\because \angle ACB=\angle ECD$，

$\therefore \Delta ABC\backsim\Delta EFC$，

$\therefore \dfrac{AB}{EF}=\dfrac{BC}{FC}$，

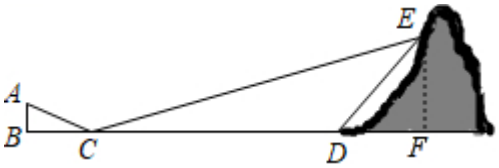
$\therefore \dfrac{1.5}{x}=\dfrac{3}{18+\dfrac{\sqrt{3}}{3}x}$，

解得：$x=\dfrac{108+18\sqrt{3}}{11}$，

$\therefore DE=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\dfrac{108+18\sqrt{3}}{11}$

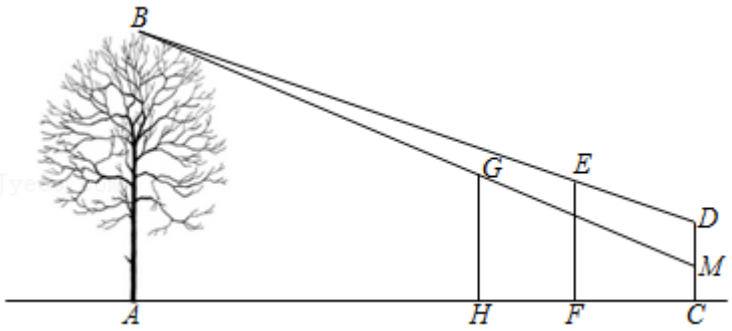
$=\dfrac{36+72\sqrt{3}}{11}$（米），

答：DE 的长度为$\dfrac{36+72\sqrt{3}}{11}$米.



相似三角形综合应用

【例4】青龙寺是西安最著名的樱花观赏地，品种达到了 13 种之多，每年 3、4 月陆续开放的樱花让这里成为了花的海洋．一天，小明和小刚去青龙寺游玩，想利用所学知识测量一棵樱花树的高度（樱花树四周被围起来了，底部不易到达）．小明在 F 处竖立了一根标杆 EF，小刚走到 C 处时，站立在 C 处看到标杆顶端 E 和树的顶端 B 在一条直线上．此时测得小刚的眼睛到地面的距离 $DC=1.6$ 米；然后，小刚在 C 处蹲下，小明平移标杆到 H 处时，小刚恰好看到标杆顶端 G 和树的顶端 B 在一条直线上，此时测得小刚的眼睛到地面的距离 $MC=0.8$ 米．已知 $EF=GH=2.4$ 米，$CF=2$ 米，$FH=1.6$ 米，点 C、F、H、A 在一条直线上，点 M 在 CD 上，$CD\perp AC$，$EF\perp AC$，$GH\perp AC$，$AB\perp AC$．根据以上测量过程及测量数据，请你求出这棵樱花树 AB 的高度．



【解答】解：过点 D 作 $DP\perp AB$ 于点 P，交 EF 于点 N，过点 M 作 $MQ\perp AB$ 于点 Q，交 GH 于点 K，

由题意可得：$DP=MQ=AC$，$DN=CF=2$ 米，$MK=CH$，$AP=DC=1.6$ 米，

$AQ=HK=MC=0.8$ 米.

$\because\angle EDN=\angle BDP$，$\angle END=\angle BPD=90°$，

$\therefore \Delta DEN \backsim \Delta DBP$，

$\therefore \dfrac{BP}{EN}=\dfrac{DP}{DN}$，

$\therefore \dfrac{AB-1.6}{2.4-1.6}=\dfrac{AC}{2}$.

$\because \angle GMK=\angle BMQ$， $\angle GKM=BQM=90°$，

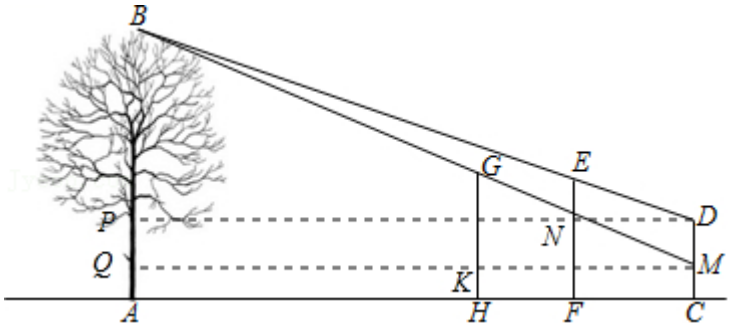
$\therefore \Delta GMK \backsim \Delta BMQ$

$\therefore \dfrac{BQ}{GK}=\dfrac{QM}{MK}$.

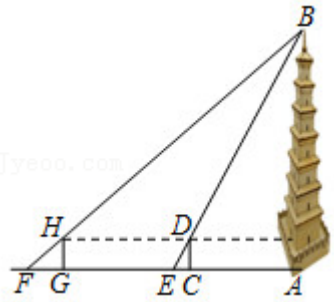
$\therefore \dfrac{AB-0.8}{2.4-0.8}=\dfrac{AC}{2+1.6}$.

$\therefore AB=8.8$（米）.

答：这棵樱花树 AB 的高度是 8.8 米.



【变式训练1】某校社会实践小组为了测量古塔的高度，在地面上 C 处垂直于地面竖立了高度为 2 米的标杆 CD，这时地面上的点 E，标杆的顶端点 D，古塔的塔尖点 B 正好在同一直线上，测得 $EC=1.2$ 米，将标杆向后平移到点 G 处，这时地面上的点 F，标杆的顶端点 H，古塔的塔尖点 B 正好在同一直线上（点 F，点 G，点 E，点 C 与古塔底处的点 A 在同一直线上），这时测得 $FG=1.8$ 米，$CG=20$ 米，请你根据以上数据，计算古塔的高度 AB.



【解答】解：根据题意得，$\Delta EDC \backsim \Delta EBA$，$\Delta FHG \backsim \Delta FBA$，

$\therefore \dfrac{DC}{BA}=\dfrac{EC}{EA}$，$\dfrac{GH}{AB}=\dfrac{FG}{AF}$

$\because DC=HG$，

$\therefore \dfrac{FG}{AF}=\dfrac{EC}{EA}$，

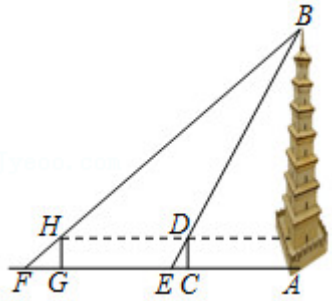
$\therefore \dfrac{1.8}{1.8+20+CA}=\dfrac{1.2}{1.2+AC}$，

$\therefore CA=40$（米），

$\therefore \dfrac{2}{AB}=\dfrac{1.2}{1.2+40}$，

$\therefore AB\approx 68.7$ 米，

答：古塔的高度 AB 约为 68.7 米.



【变式训练2】学完了《图形的相似》这一章后，某中学数学实践小组决定利用所学知识去测量一古建筑 AB 的高度（如图1）．如图 2，在地面 BC 上取 E，G 两点，分别竖立两根高为 $2m$ 的标杆 EF 和 GH，两标杆间隔 EG 为 $23m$，并且古建筑 AB，标杆 EF 和 GH 在同一竖直平面内，从标杆 EF 后退 $2m$ 到 D 处，从 D 处观察 A 点，A，F，D 三点成一线；从标杆 GH 后退 $4m$ 到 C 处，从 C 处观察 A 点，A，H，C 三点也成一线．请根据以上测量数据，帮助实践小组求出该古建筑的高度．



图1

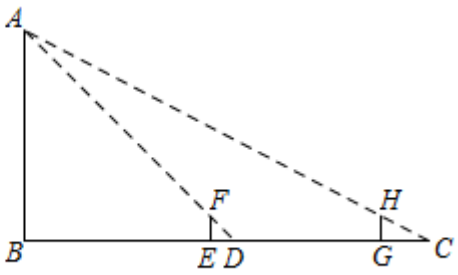


图2

【解答】解：设 $BE=y$ m，由题意可知，

$\Delta ABD\backsim\Delta FED$，$\Delta ABC\backsim\Delta HGC$，

$\therefore \dfrac{EF}{AB}=\dfrac{ED}{BD}$，$\dfrac{GC}{BC}=\dfrac{HG}{AB}$，

$\because EF=HG=2$，

$\therefore \frac{ED}{BD}=\frac{GC}{BC}$，

$\therefore \frac{2}{2+y}=\frac{4}{4+23+y}$，

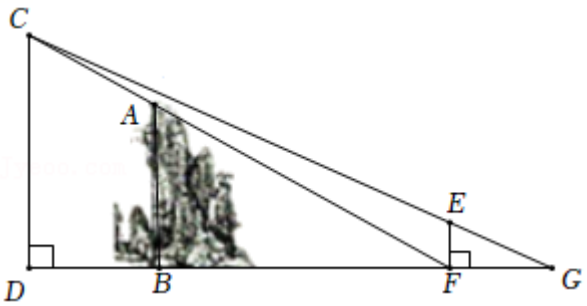
解得：$y=23(m)$，

则$\frac{ED}{BD}=\frac{EF}{AB}$，即$\frac{2}{23+2}=\frac{2}{AB}$，

解得：$AB=25(m)$，

答：该古建筑的高度为 25 米.

【变式训练3】阳光明媚的一天实践课上，亮亮准备用所学知识测量教学楼前一座假山 AB 的高度，如图，亮亮在地面上的点 F 处，眼睛贴地观察，看到假山顶端 A 、教学楼顶端 C 在一条直线上．此时他起身在 F 处站直，发现自己的影子末端和教学楼的影子末端恰好重合于点 G 处，测得 $FG=2$ 米，亮亮的身高 EF 为 1.6 米．假山的底部 B 处因有花园围栏，无法到达，但经询问和进行部分测量后得知，$BF=9$ 米，点 D 、 B 、 F 、 G 在一条直线上，$CD\perp DG$ ， $AB\perp DG$ ， $EF\perp DG$ ，已知教学楼 CD 的高度为 16 米，请你求出假山的高度 AB .



【解答】解：$\because CD\perp DG$， $EF\perp DG$，

$\therefore EF//CD$，

$\therefore \Delta GEF\backsim\Delta GCD$，

$\therefore \frac{EF}{CD}=\frac{GF}{GD}$，即$\frac{1.6}{16}=\frac{2}{DB+9+2}$，

解得 $BD=9$.

$\because CD\perp DG$， $AB\perp DG$，

$\therefore AB//CD$，

$\therefore \Delta FAB\backsim\Delta FCD$，

$\therefore \frac{AB}{CD}=\frac{FB}{FD}$，即$\frac{AB}{16}=\frac{9}{9+9}$，

解得 $AB=8$，

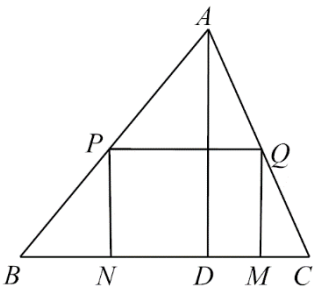
$\therefore$ 假山的高度 AB 为 8 米.

相似三角形与几何综合运用

【例5】如图，ΔABC 是一块锐角三角形余料，边 $BC=120mm$，高 $AD=80mm$，要把它加工成矩形零件 $PQMN$，使一边在 BC 上，其余两个顶点分别在边 AB、AC 上.

（1）求证：$\Delta APQ\backsim\Delta ABC$；

（2）若这个矩形的边 $PN:PQ=2:1$，则这个矩形的长、宽各是多少？



【解答】解：（1）$\because$ 四边形 $PNQM$ 为矩形，

$\therefore MN//PQ$，

即 $PQ//BC$，

$\therefore\Delta APQ\backsim\Delta ABC$；

（2）设边宽为 $x\ mm$，则长为 $2x\ mm$，

$\because$ 四边形 $PNMQ$ 为矩形，

$\therefore PQ//BC$，

$\because AD\perp BC$，

$\therefore PQ\perp AD$，$\dfrac{x}{120}=\dfrac{80-2x}{80}$

$\because PQ//BC$，

$\therefore\Delta APQ\backsim\Delta ABC$，

$\therefore\dfrac{PQ}{BC}=\dfrac{AH}{AD}$，

由题意知 $PQ=x\ mm$，$AD=80mm$，$BC=120mm$，$PN=2x\ mm$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/008041110023006134