

专题 02 勾股定理中的七类翻折模型

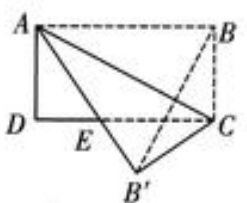
翻折（折叠）问题属于图形变换中的实际问题，也是近些年中考试卷出题老师青睐的题型。在解决翻折问题的有关的题目中，要留意隐含的已知条件比较多。比如翻折前后的图形全等，这样就好消灭相等的线段和相等的角；由于大部分翻折问题是对矩形进行翻折，所以翻折后由于线段交叉，消灭的直角三角形也引起留意；由于翻折问题本身是轴对称的问题，所以翻折前后对应点所连线段会被折痕所在直线垂直平分；折痕还会平分翻折所形成的的两个角。总之，翻折问题并不简单，只要要把隐含已知条件熟记于心，再结合其他有关学问就能让此类问题迎刃而解了。

【学问储备】

勾股定理在有关图形折叠计算的问题中的共同方法是：在图形中找到一个直角三角形，然后设图形中某一未知数为 x ，将此三角形中的三边长用具体数或含 x 的代数式表示，再利用勾股定理列出方程，从而得出要求的线段的长度。

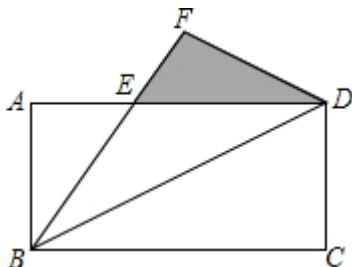
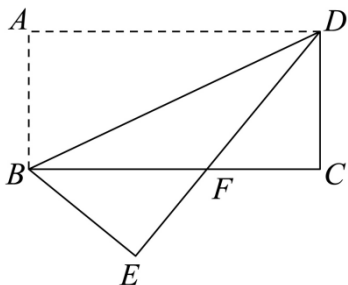
模型 1. 折痕过对角线模型

【模型解读】 沿着矩形的对角线所在直线进行翻折。

	<p>已知矩形 $ABCD$ 中，以对角线 AC 为折痕，折叠 $\triangle ABC$，点 B 的对应点为 B'。</p>
	结论 1: $\triangle ABC \cong \triangle AB'C$ ；
	结论 2: 折痕 AC 垂直平分 BB' ；
	结论 3: $\triangle AEC$ 是等腰三角形。

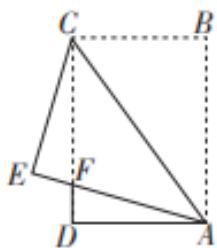
例 1. （2025·成都市八班级课时练习）如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=6$ ，将 $\triangle ABD$ 沿对角线 BD 对折，得到 $\triangle EBD$ ， DE 与 BC 交于 F ， $\angle ADB=30^\circ$ ，则 $EF=$ （ ）

- A. $2\sqrt{3}$ B. 3 C. $3\sqrt{3}$ D. 6



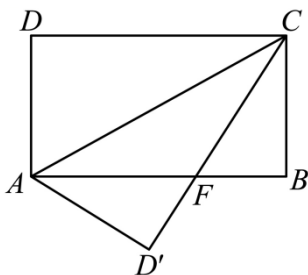
例 2. （2025·浙江杭州·八班级校联考期中）如图，矩形 $ABCD$ 中， $BC=4$ ， $DC=2$ ，假如将该矩形沿对角线 BD 折叠，使点 C 落在点 F 处，那么图中阴影部分的面积是_____。

变式 1. (2025·四川初二期末) 如图, 在长方形纸片 $ABCD$ 中, $AB = 8\text{cm}$, $AD = 6\text{cm}$. 把长方形纸片沿直线 AC 折叠, 点 B 落在点 E 处, AE 交 DC 于点 F , 则 AF 的长为 ()



- A. $\frac{25}{4}\text{cm}$ B. $\frac{15}{2}\text{cm}$ C. 7cm D. $\frac{13}{2}\text{cm}$

变式 2. (2025 春·福建泉州·八班级校考期中) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $BC = 4$, 将矩形沿对角线 AC 折叠, 点 D 落在 D' 处. (1) 求 CF 的长; (2) 求重叠部分 $\triangle AFC$ 的面积.

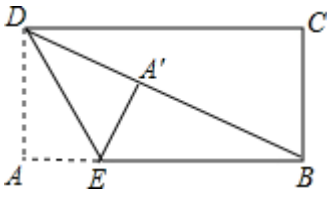


模型 2. 折痕过一顶点模型

【模型解读】沿着矩形的一个顶点和一边上的点的线段所在直线进行翻折。

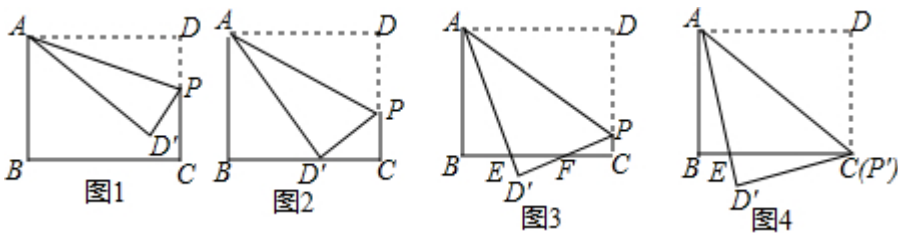
		已知矩形 $ABCD$ 中, 以 AE 为折痕, 点 B 的对应点为 B' .
	折在矩形内	结论 1: $\triangle ABE \cong \triangle AB'E$;
		结论 2: 折痕 AC 垂直平分 BB' .
	折在矩形边上	结论 1: $\triangle ABE \cong \triangle AB'E$;
		结论 2: 折痕 AC 垂直平分 BB' .
	折在矩形外	结论 1: 四边形 $ABCE \cong$ 四边形 $A'B'C'E'$;
		结论 2: 折痕 AC 垂直平分 BB' ;
		结论 3: $\triangle AEF$ 是等腰三角形.

例 1. (2025 秋·广东深圳·八班级校考期中) 如图, 在矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB = 12$, $BC = 5$, 点 E 在 AB 上, 将 $\triangle DAE$ 沿 DE 折叠, 使点 A 落在对角线 BD 上的点 A' 处, 则 AE 的长为 ()



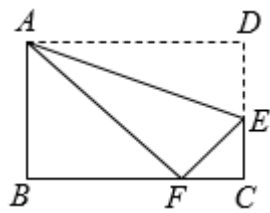
- A. $\frac{10}{3}$ B. 3 C. 5 D. $\frac{8}{3}$

例 2. (2025·江西抚州·八班级统考期中) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=8$, $BC=10$, 点 P 在矩形的边 CD 上由点 D 向点 C 运动. 沿直线 AP 翻折 $\triangle ADP$, 形成如下四种情形, 设 $DP=x$, $\triangle ADP$ 和矩形重叠部分 (阴影) 的面积为 y .



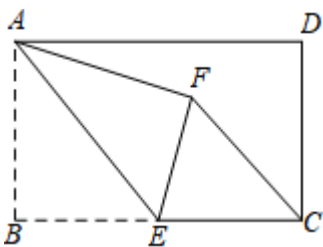
(1) 如图 4, 当点 P 运动到与点 C 重合时, 求重叠部分的面积 y ; (2) 如图 2, 当点 P 运动到何处时, 翻折 $\triangle ADP$ 后, 点 D 恰好落在 BC 边上? 这时重叠部分的面积 y 等于多少?

变式 1. (2025 秋·江苏扬州·八班级校联考期中) 如图, 矩形 $ABCD$ 边 AD 沿折痕 AE 折叠, 使点 D 落在 BC 上的 F 处, 已知 $AB=8$, $\triangle ABF$ 的面积为 24, 则 EC 等于 ()



- A. 3 B. $\frac{10}{3}$ C. 5 D. $\frac{8}{3}$

变式 2. (2025·山东济宁·统考二模) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $BC=6$, 点 E 为 BC 的中点, 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠, 使点 B 落在矩形内的点 F 处, 连接 CF , 则 CF 的长为 ()



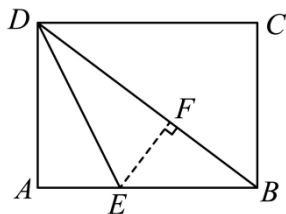
A. $\frac{9}{5}$

B. $\frac{12}{5}$

C. $\frac{18}{5}$

D. $\frac{22}{5}$

变式 3. (2025 春·成都市八班级课时练习) 如图, 折叠矩形纸片 $ABCD$ 的 $\angle A$, 使点 A 落在对角线 BD 上的点 F 处, 得折痕 DE , 若 $AB=4$, $AD=3$, 求折痕 DE 的长 (结果保留根号).



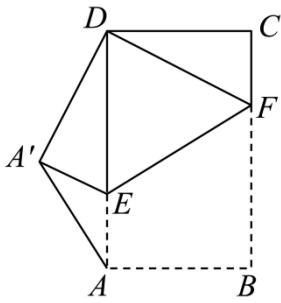
模型 3. 折痕任意两点模型

【模型解读】沿着矩形边上的任意两点所在直线进行翻折。

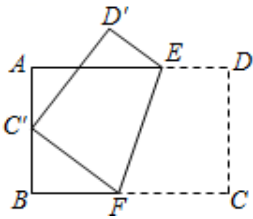
		已知矩形 $ABCD$ 中, 以 E, F 为折痕, 点 B 的对应点为 B' , 点 C 的对应点为 C' .
	折在矩形内	结论 1: $\triangle BEF \cong \triangle B'EF$;
		结论 2: 折痕 EF 垂直平分 BB' .
	折在矩形边上	结论 1: 四边形 $EBCF \cong$ 四边形 $E'B'C'F'$;
		结论 2: 折痕 AC 垂直平分 BB' .
	折在矩形外	结论 1: 四边形 $EBCF \cong$ 四边形 $E'B'C'F'$;
		结论 2: 折痕 AC 垂直平分 BB' ;
		结论 3: $\triangle GCF$ 是直角三角形.

例 1. (2025 秋·重庆沙坪坝·八班级校考期中) 如图所示, 四边形 $ABCD$ 是一张长方形纸片, 将该纸片沿着 EF 翻折, 顶点 B 与顶点 D 重合, 点 A 的对应点为点 A' , 若 $AB=6$, $BC=9$, 则 $\triangle AA'E$ 的面积为

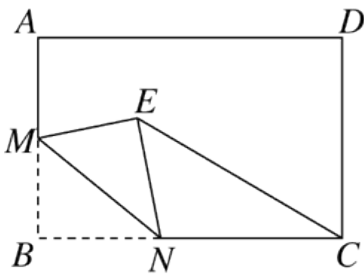
_____.



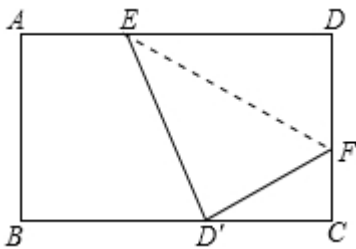
例 2. (2025 春·广西南宁·八班级统考期中) 如图, 将矩形 $ABCD$ 沿 EF 折叠, 使顶点 C 恰好落在 AB 边的中点 C' 上. 若 $AB=6$, $BC=9$, 则 BF 的长为 _____.



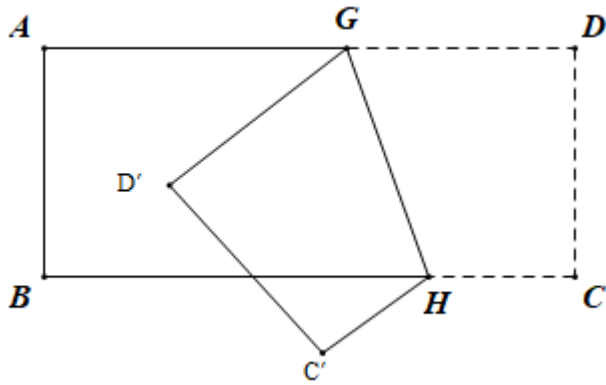
例 3. (2025 春·重庆八班级课时练习) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $BC=6$, M 是 AB 边上的中点, N 是 B 边上的一动点. 连接 MN , 将 $\triangle BMN$ 沿 MN 折叠, 点 B 的对应点为点 E , 连接 EC . 当 $\triangle ENC$ 为直角三角形时, BN 的长为 _____.



变式 1. (2025·成都市八班级月考) 如图, 将矩形纸片 $ABCD$ 沿 EF 折叠, 使 D 点与 BC 边的中点 D' 重合. 若 $BC=8$, $CD=6$, 则 CF 的长为 _____.

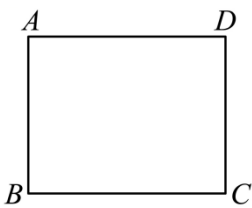


变式 2. (2025 春·湖北武汉·八班级统考期中) 在矩形 $ABCD$ 中, $AD=9$, 点 G 在边 AD 上, $AB=GD=4$, 边 BC 上有一点 H , 将矩形沿边 GH 折叠, 点 C 和 D 的对应点分别是 C' 和 D' , 若点 A 、 D' 和 C' 三个点恰好在同一条直线上时, AC' 的长为 _____.



变式 3. (2025·上海杨浦·九班级统考期中) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=6$, $BC=8$, 点 E 在边 CD 上, 点 A 、 D 关于直线 BE 的对称点分别是点 M 、 N . 假如直线 MN 恰好经过点 C , 那么 DE 的长是

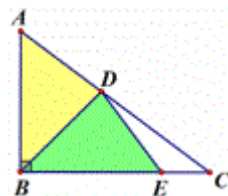
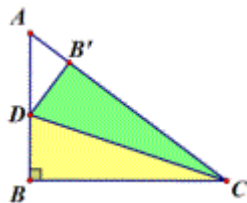
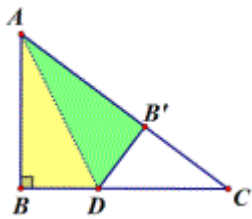
_____.



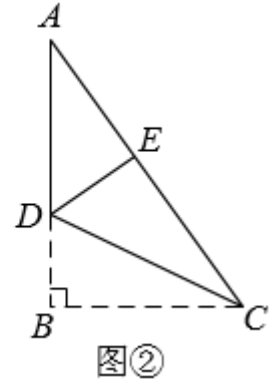
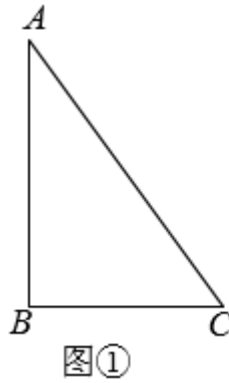
模型 4. 过一个顶点所在直线 (落点在一边上) 翻折模型

【模型解读】

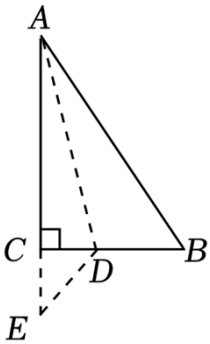
- 1) 沿过点 A 的直线翻折使得点 B 的对应点为 B' 落在斜边 AC 上, 折痕为 AD ;
- 2) 沿过点 C 的直线翻折使得点 B 的对应点为 B' 落在斜边 AC 上, 折痕为 CD ;
- 3) 沿过点 B 的直线翻折使得点 A 的对应点为 E 落在 BC 边上, 折痕为 BD .



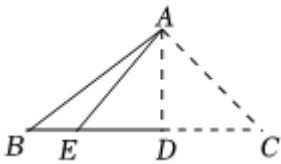
例 1. (2025 春·广西·八班级专题练习) (1) 如图①, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 AC 比直角边 AB 长 2cm , 另始终角边 BC 长为 6cm , 求 AC 的长. (2) 拓展: 如图②, 在图①的 $\triangle ABC$ 的边 AB 上取一点 D , 连接 CD , 将 $\triangle ABC$ 沿 CD 翻折, 使点 B 的对称点 E 落在边 AC 上. ①求 AE 的长. ②求 DE 的长.



例 2. (2025·山东淄博·统考一模) 如图所示, 有一块直角三角形纸片, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4\text{cm}$, $BC = 3\text{cm}$, 将斜边 AB 翻折, 使点 B 落在直角边 AC 的延长线上的点 E 处, 折痕为 AD , 则 DE 的长是 _____.

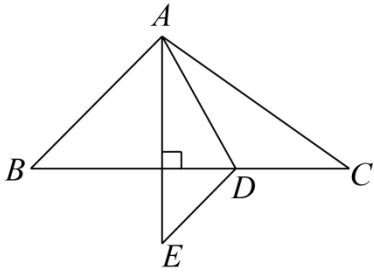


变式 1. (2025·浙江衢州·八班级期末) 如图, 将三角形纸片 ABC 沿 AD 折叠, 使点 C 落在 BD 边上的点 E 处. 若 $\angle C = 45^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $AD = 2$, 则 $AB^2 - AC^2$ 的值是 ()



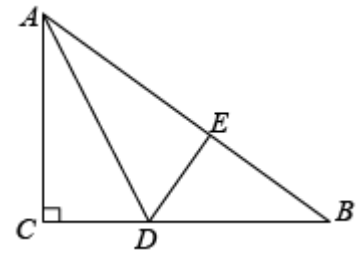
- A. 8 B. 12 C. 16 D. 24

变式 2. (2025 春·重庆九龙坡·八班级校考期中) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 12$, $AC = 10\sqrt{2}$, $BC = 14\sqrt{2}$, 点 D 在边 BC 上, 连接 AD . 将 $\triangle ACD$ 沿 AD 翻折后得到 $\triangle AED$, 若 $AE \perp BC$, 则线段 CD 的长为 _____.



变式 3. (2025 春·广东阳江·八班级统考期中) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 12$, $BC = 16$.

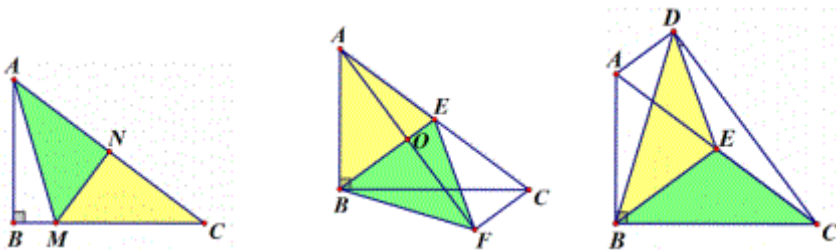
(1) AB 的长为___. (2) 把 $\triangle ABC$ 沿着直线 AD 翻折, 使得点 C 落在 AB 边上 E 处, 求 CD 的长.



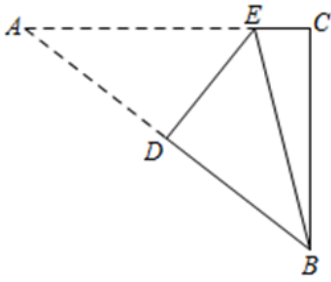
模型 5. 过斜边中点所在直线翻折模型

【模型解读】

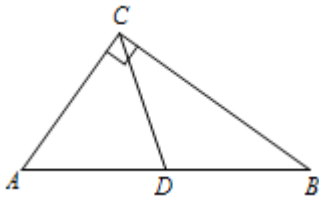
- 1) 沿直线 MN (N 为斜边中点) 翻折使得点 A 与点 C 重合;
- 2) 沿中线 BE 翻折, 使得点 A 落在点 F 处, 连结 AF , FC , AF 与 BE 交于点 O .
- 3) 沿中线 BE 翻折, 使得点 C 落在点 D 处, 连结 AD , CD .



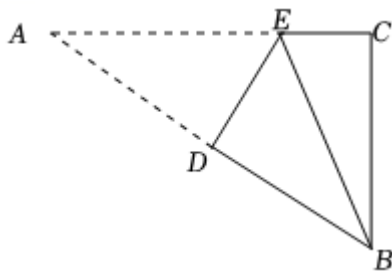
例 1. (2025·山东枣庄·八班级期末) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 8$, $BC = 6$, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 翻折, 使点 A 与点 B 重合, 则 CE 的长为_____.



例 2. (2025·上海八班级期末) 已知, 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 10$, $AC = 6$, CD 是 AB 上的中线, 假如将 $\triangle BCD$ 沿 CD 翻折后, 点 B 的对应点 B' , 那么 BB' 的长为_____.

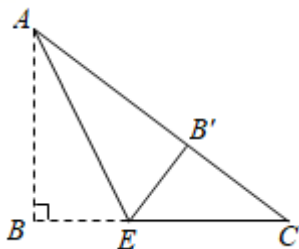


变式 1. (2025·江苏无锡·八班级期末) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 4$, $BC = 3$, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 翻折, 使点 A 与点 B 重合, 则 AE 的长为 ()



- A. $\frac{7}{8}$ B. 3 C. $\frac{25}{4}$ D. $\frac{25}{8}$

变式 2. (2025·安徽·合肥市八班级期中) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 30$, $BC = 40$. 将 $\triangle ABC$ 折叠, 使点 B 恰好落在边 AC 上. 与点 B' 重合, AE 为折痕, 则 EB' 的长为 ()



- A. 12 B. 25 C. 20 D. 15

模型 6. 过任意两点所在直线 (落在其中一边) 翻折模型

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/008141125045006134>