2017 年高三二轮复习讲练测之讲案【新课标版理科数学】

讲---

专题三　三角函数与平面向量

考向一　三角恒等变形

1.讲高考

【考纲要求】：

(1)两角和与差的三角函数公式

①会用向量的数量积推导出两角差的余弦公式.

②会用两角差的余弦公式推导出两角差的正弦、正切公式.

③会用两角差的余弦公式推导出两角和的正弦、余弦、正切公式和二倍角的正弦、余弦、正切公式，了解它们的内在联系.

(2)简单的三角恒等变换

能运用上述公式进行简单的恒等变换(包括导出积化和差、和差化积、半角公式，但不要求记忆).

【命题规律】

（1）预计 2017 年高考仍将在角的变换、角的范围方面对三角恒等变形进行考查，对两角和与差、二倍角公式将重点考查；（2）对三角恒等变换的考查力度可能会加大，对角的变换的考查，使问题更具有综合性，复习时需加强这方面的训练；（3）通过三角恒等变换，化简三角函数式，进一步研究函数的性质、解三角形等是常考题型.

例 1【2016 高考新课标 3 理数】若 $\tan\alpha=\dfrac{3}{4}$ ，则 $\cos^2\alpha+2\sin 2\alpha=$（　　）

(A) $\dfrac{64}{25}$　　(B) $\dfrac{48}{25}$　　(C) 1　　(D) $\dfrac{16}{25}$

例 2【2016 高考新课标 2 理数】若 $\cos(\dfrac{\pi}{4}-\alpha)=\dfrac{3}{5}$，则 $\sin 2\alpha=$（　　）

（A）$\dfrac{7}{25}$　　（B）$\dfrac{1}{5}$　　（C）$-\dfrac{1}{5}$　　（D）$-\dfrac{7}{25}$

2.讲基础

1．两角和与差的正弦、余弦、正切公式

(1) $\sin(\alpha\pm\beta)=$____________________.

(2) $\cos(\alpha\pm\beta)=$__________________.

(3) $\tan(\alpha\pm\beta)=$__________________.

2．二倍角的正弦、余弦、正切公式

(1) $\sin 2\alpha=$_____________.

(2) $\cos 2\alpha=$__________=__________=__________.

(3) $\tan 2\alpha=$__________________.

3．半角的正弦、余弦、正切公式

(1) $\sin\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$.

(2) $\cos\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$.

(3) $\tan\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

4．几个常用的变形公式

(1)升幂公式：$1\pm\sin\alpha=$__________________；

$1+\cos\alpha=$__________________；$1-\cos\alpha=$

__________________________.　　　　　(2)降幂公式：$\sin^2\alpha=$__________；

$\cos^2\alpha=$______________________________.

$\tan\alpha\tan\beta=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{\tan(\alpha-\beta)}-1=1-\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{\tan(\alpha+\beta)}$.

(4)辅助角公式：$a\sin\alpha+b\cos\alpha=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\alpha+\phi)$，其中$\cos\phi=$__________________，$\sin\phi=$

______________，或$\tan\phi=$______________，ϕ 角所在象限与点$(a，b)$所在象限________.

3.讲典例

【例 1】【湖北省襄阳市四校 2017 届高三上学期期中联考】θ为锐角，$\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{10}$，则

$\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}=$（　　）

A. $\frac{25}{12}$　　　B. $\frac{7}{24}$　　　C. $\frac{24}{7}$　　　D. $\frac{12}{25}$

【趁热打铁】已知$\tan(\theta-\pi)=2$，则$\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta-2\cos^2\theta+3$的值为　　　　　.

【例2】【四川省资阳市2017届高三上学期第一次诊断考试】已知角α的顶点与原点O重合，始边与 x 轴的非负半轴重合，$P(m，-2m)(m\neq 0)$是角α终边上的一点，则$\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})$的值为（　　）

A. 3　　　B. $\frac{1}{3}$　　　C. $-\frac{1}{3}$　　　D. -3

【趁热打铁】【山西大学附中 2017 届高三第二次模拟测试】已知θ的终边过点 $(2,3)$，则$\tan\left(\frac{7\pi}{4}+\theta\right)$等于（　　）

A. $-\frac{1}{5}$　　B. $\frac{1}{5}$　　C. -5　　D. 5

4.讲方法

(1)巧记六组诱导公式

对于“$\frac{k\pi}{2}\pm\alpha$，$k\in Z$的三角函数值”与“α角的三角函数值”的关系可按下面口诀记忆：奇变偶不变，符号看象限.

(2)几个常见的变形切入点：

①$\sin\alpha\cos\alpha$可凑倍角公式；

②$1\pm\cos\alpha$ 可用升次公式；

③$1\pm\sin\alpha$可化为$1\pm\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$，再用升次公式；或$1\pm\sin\alpha=\left(\sin\frac{\alpha}{2}\pm\cos\frac{\alpha}{2}\right)^2$

④$a\sin\alpha+b\cos\alpha=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\alpha+\phi)$（其中 $\tan\phi=\frac{b}{a}$）这一公式应用广泛，熟练掌握.

⑤当“已知角”有两个时，一般把“所求角”表示为两个“已知角”的和或差的形式；

⑥当“已知角”有一个时，此时应着眼于“所求角”与“已知角”的和或差的关系，然后应用诱导公式把“所求角”变成“已知角”.

⑦常见的配角技巧：$\alpha=2\cdot\frac{\alpha}{2}$；$\alpha=(\alpha+\beta)-\beta$；$\alpha=\beta-(\beta-\alpha)$；$\alpha=\frac{1}{2}[(\alpha+\beta)+(\alpha-\beta)]$；$\beta=\frac{1}{2}[(\alpha+\beta)-(\alpha-\beta)]$；$\frac{\pi}{4}+\alpha=\frac{\pi}{2}-(\frac{\pi}{4}-\alpha)$；$\alpha=\frac{\pi}{4}-(\frac{\pi}{4}-\alpha)$.

5.讲易错

若函数$f(x)=\frac{1+\cos 2x}{4\sin(\frac{\pi}{2}+x)}-a\sin\frac{x}{2}\cos(\pi-\frac{x}{2})$的最大值为 2，试确定常数 a的值.

【错因】上述表达式中要根据诱导公式以及二倍角公式的降幂变形，最后利用辅助角公式将函数转化为关于x的三角函数的表达式，用错公式是本题出错的原因.

【反思提升】善于发现角之间的差别与联系，合理对角拆分，完成统一角和角与角转换的目的是三角函数式的求值的常用方法. 三角函数求值有三类(1)“给角求值”：一般所给出的角都是非特殊角，从表面上来看是很难的，但仔细观察非特殊角与特殊角总有一定关系，解题时，要利用观察得到的关系，结合公式转

化为特殊角并且消除非特殊角的三角函数而得解．(2)“给值求值”：给出某些角的三角函数式的值，求另外一些角的三角函数值，解题关键在于“变角”，使其角相同或具有某种关系．(3)“给值求角”：实质是转化为“给值求值”，先求角的某一函数值，再求角的范围，确定角．

考向二　三角函数的图象和性质

1.讲高考

【考纲要求】

(1)任意角、弧度制

①了解任意角的概念和弧度制的概念．

②能进行弧度与角度的互化．

(2)三角函数

①理解任意角三角函数(正弦、余弦、正切)的定义．

②能利用单位圆中的三角函数线推导出 $\frac{\pi}{2}\pm\alpha$，$\pi\pm\alpha$ 的正弦、余弦、正切的诱导公式，能画出 $y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$ 的图象，了解三角函数的周期性．

③理解正弦函数、余弦函数在 $[0，2\pi]$ 上的性质(如单调性、最大值和最小值、图象与 x 轴的交点等)，理解正切函数在 $\left(-\frac{\pi}{2}，\frac{\pi}{2}\right)$ 内的单调性．

④理解同角三角函数的基本关系式：

$\sin^2x+\cos^2x=1$，$\frac{\sin x}{\cos x}=\tan x$．

⑤了解函数 $y=A\sin(\omega x+\phi)$ 的物理意义；能画出函数 $y=A\sin(\omega x+\phi)$ 的图象，了解参数 A，ω，ϕ 对函数图象变化的影响．

⑥会用三角函数解决一些简单实际问题，体会三角函数是描述周期变化现象的重要函数模型．

【命题规律】

（1）预计 2017 年高考仍将作为基础内容出现于综合题中，分值为 5 到 12 分；

（2）三角函数的周期性、单调性、有界性及图象的平移和伸缩变换，以函数性质为主的结合图象的综合题，在复习时应予以关注．

例 1.【2016 高考浙江理数】设函数 $f(x)=\sin^2x+b\sin x+c$，则 $f(x)$ 的最小正周期（　　）

A．与 b 有关，且与 c 有关　　B．与 b 有关，但与 c 无关

C．与 b 无关，且与 c 无关　　D．与 b 无关，但与 c 有关

例 2.【2016 高考天津理数】已知函数 $f(x)=4\tan x\sin(\frac{\pi}{2}-x)\cos(x-\frac{\pi}{3})-\sqrt{3}$．