2024 届内蒙古锡林浩特市第六中学重点高中联盟领军考试 4 月高三数学试题

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回．

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0．5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置．

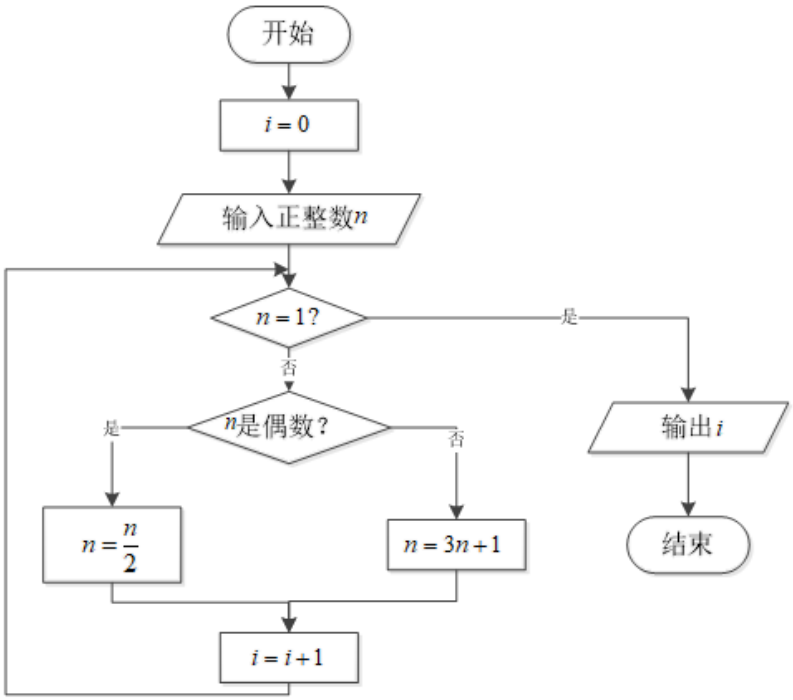
3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符．

4．作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用 05 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效．

5．如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗．

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．很多关于整数规律的猜想都通俗易懂，吸引了大量的数学家和数学爱好者，有些猜想已经被数学家证明，如“费马大定理”，但大多猜想还未被证明，如“哥德巴赫猜想”、“角谷猜想”.“角谷猜想”的内容是：对于每一个正整数，如果它是奇数，则将它乘以 3 再加 1；如果它是偶数，则将它除以 2；如此循环，最终都能够得到 1.下图为研究“角谷猜想”的一个程序框图.若输入 n 的值为 10，则输出 i 的值为（　　）

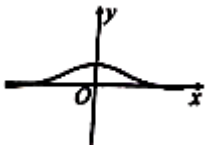


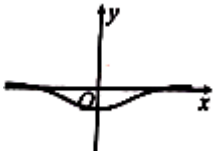
A．5　　B．6　　C．7　　D．8

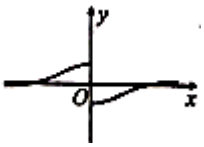
2．《九章算术》有如下问题：“今有金箠，长五尺，斩本一尺，重四斤；斩末一尺，重二斤，问次一尺各重几何?”意思是：“现在有一根金箠， 长五尺在粗的一端截下一尺，重 4 斤；在细的一端截下一尺，重 2 斤，问各尺依次重多少?”按这一问题的颗设，假设金箠由粗到细各尺重量依次成等差数列，则从粗端开始的第二尺的重量是（　　）

A．$\frac{7}{3}$ 斤　　B．$\frac{7}{2}$ 斤　　C．$\frac{5}{2}$ 斤　　D．3 斤

3．函数 $f\left(x\right)=\frac{\cos x}{2^{x}+2^{-x}}$ 的部分图像大致为（　　）

A．

B．

C．

D．

4．i为虚数单位,则$\frac{2\mathrm{i}^3}{1-\mathrm{i}}$的虚部为（　　）

A．$-i$　　B．i　　C．-1　　D．1

5．一个盒子里有4个分别标有号码为1，2，3，4的小球，每次取出一个，记下它的标号后再放回盒子中，共取3次，则取得小球标号最大值是4的取法有（　　）

A．17种　　B．27种　　C．37种　　D．47种

6．已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin x+m\cos x$，其图象关于直线$x=\frac{\pi}{3}$对称，为了得到函数$g(x)=\sqrt{3+m^2}\cos 2x$的图象，只需将函数$f(x)$的图象上的所有点（　　）

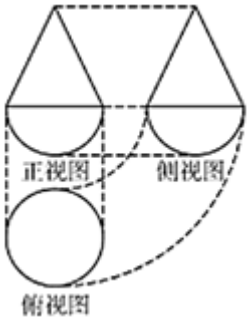
A．先向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，再把所得各点横坐标伸长为原来的2倍，纵坐标保持不变

B．先向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，再把所得各点横坐标缩短为原来的$\frac{1}{2}$，纵坐标保持不变

C．先向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，再把所得各点横坐标伸长为原来的2倍，纵坐标保持不变

D．先向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，再把所得各点横坐标缩短为原来的$\frac{1}{2}$，纵坐标保持不变

7．某几何体的三视图如图所示，图中圆的半径为1，等腰三角形的腰长为3，则该几何体表面积为（　　）



A．7π　　B．6π　　C．5π　　D．4π

8．设数列$\{a_n\}(n\in N^*)$的各项均为正数，前n项和为S_n，$\log_2 a_{n+1}=1+\log_2 a_n$，且$a_3=4$，则$S_6=$（　　）

A．128　　B．65　　C．64　　D．63

9．圆锥底面半径为$\sqrt{5}$，高为2，SA是一条母线，P点是底面圆周上一点，则P点到SA

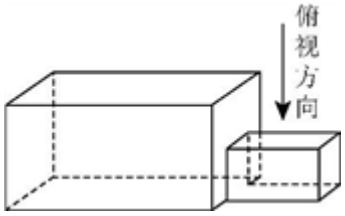
所在直线的距离的最大值是（　　）

A．$\frac{2\sqrt{5}}{3}$　　B．$\frac{4\sqrt{5}}{3}$　　C．3　　D．4

10．已知非零向量$\vec{a},\vec{b}$满足$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，$|\vec{a}|=3$，且$\vec{a}$与$\vec{a}+\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{4}$，则$|\vec{b}|=$（　　）

A．6　　B．$3\sqrt{2}$　　C．$2\sqrt{2}$　　D．3

11．中国古建筑借助榫卯将木构件连接起来，构件的凸出部分叫榫头，凹进部分叫卯眼，图中木构件右边的小长方体是榫头．若如图摆放的木构件与某一带卯眼的木构件咬合成长方体，则咬合时带卯眼的木构件的俯视图可以是



A．

B．

C．

D．

12．设F_1，F_2分别是椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点，过$F_2$的直线交椭圆于$A$，$B$两点，且$\overrightarrow{AF_1}\cdot\overrightarrow{AF_2}=0$，$\overrightarrow{AF_2}=2\overrightarrow{F_2B}$，则椭圆$E$的离心率为(　　)

A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{3}{4}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{7}}{4}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．在直角坐标系xOy中，直线l的参数方程为$\begin{cases}x=-8+\frac{\sqrt{3}}{2}t\\ y=\frac{t}{2}\end{cases}$（$t$为参数），曲线$C$的参数方程为$\begin{cases}x=3s^2\\ y=2\sqrt{3}s\end{cases}$（$s$为参数）．

（1）求直线l和曲线C的普通方程；

（2）设P为曲线C上的动点，求点P到直线l距离的最小值及此时P点的坐标.

14．已知盒中有2个红球，2个黄球，且每种颜色的两个球均按A，B编号，现从中摸出2个球（除颜色与编号外球没有区别），则恰好同时包含字母A，B的概率为_____.

15．已知函数 $f(x)$ 对于 $x\in\mathbf{R}$ 都有 $f(4-x)=f(x)$，且周期为 2，当 $x\in[-3,-2]$ 时，$f(x)=(x+2)^2$，则 $f\left(\frac{5}{2}\right)=$_____.

16．二项式 $\left(\frac{1}{x}-2x\right)^6$ 的展开式的各项系数之和为_____，含 x^2 项的系数为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）设数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的各项都是正数，S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且对任意 $n\in\mathbf{N}^*$，都有 $a_n^2=2S_n-a_n$，$b_1=e$，$b_{n+1}=b_n^2$，$c_n=a_n\cdot\ln b_n$（e 是自然对数的底数）.

（1）求数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

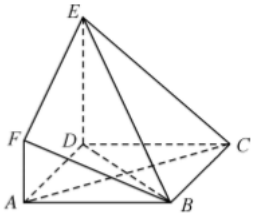
18．（12 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

已知曲线 C_1 的参数方程是 $\begin{cases}x=2\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程是 $\rho=2\sin\theta$.

（1）写出 C_1 的极坐标方程和 C_2 的直角坐标方程；

（2）已知点 M_1、M_2 的极坐标分别为 $\left(1,\frac{\pi}{2}\right)$ 和 $(2,\ 0)$，直线 M_1M_2 与曲线 C_2 相交于 P，Q 两点，射线 OP 与曲线 C_1 相交于点 A，射线 OQ 与曲线 C_1 相交于点 B，求 $\frac{1}{|OA|^2}+\frac{1}{|OB|^2}$ 的值.

19．（12 分）如图，四边形 $ABCD$ 是边长为 3 的菱形，$DE\perp$ 平面 $ABCD, AB\perp AD, AF//DE, DE=3AF$.



（1）求证：$AC\perp$ 平面 BDE；

（2）若 BE 与平面 $ABCD$ 所成角为 $60°$，求二面角 $F-BE-D$ 的正弦值.

20．（12 分）已知抛物线 E：$y^2=2px$（$p>0$），焦点 F 到准线的距离为 3，抛物线 E 上的两个动点 A（x_1，y_1）和 B（x_2，y_2），其中 $x_1\neq x_2$ 且 $x_1+x_2=1$．线段 AB 的垂直平分线与 x 轴交于点 C.

（1）求抛物线 E 的方程；

（2）求△*ABC* 面积的最大值.

21.（12 分）已知函数 $f(x)=\ln x-x^2+ax(a\in\mathbf{R})$.

（1）若 $f(x)\le 0$ 恒成立，求 a 的取值范围；

（2）设函数 $f(x)$ 的极值点为 x_0，当 a 变化时，点 $(x_0,f(x_0))$ 构成曲线 M，证明：过原点的任意直线 $y=kx$ 与曲线 M 有且仅有一个公共点.

22.（10 分）传染病的流行必须具备的三个基本环节是：传染源、传播途径和人群易感性.三个环节必须同时存在，方能构成传染病流行.呼吸道飞沫和密切接触传播是新冠状病毒的主要传播途径，为了有效防控新冠状病毒的流行，人们出行都应该佩戴口罩.某地区已经出现了新冠状病毒的感染病人，为了掌握该地区居民的防控意识和防控情况，用分层抽样的方法从全体居民中抽出一个容量为 100 的样本，统计样本中每个人出行是否会佩戴口罩的情况，得到下面列联表：

	戴口罩	不戴口罩
青年人	50	10
中老年人	20	20

（1）能否有 99.9% 的把握认为是否会佩戴口罩出行的行为与年龄有关？

（2）用样本估计总体，若从该地区出行不戴口罩的居民中随机抽取 5 人，求恰好有 2 人是青年人的概率.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2\ge k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

根据程序框图列举出程序的每一步，即可得出输出结果.

【详解】

输入$n=10$，$n=1$不成立，n是偶数成立，则$n=\dfrac{10}{2}=5$，$i=0+1=1$；

$n=1$不成立，n是偶数不成立，则$n=3\times5+1=16$，$i=1+1=2$；

$n=1$不成立，n是偶数成立，则$n=\dfrac{16}{2}=8$，$i=2+1=3$；

$n=1$不成立，n是偶数成立，则$n=\dfrac{8}{2}=4$，$i=3+1=4$；

$n=1$不成立，n是偶数成立，则$n=\dfrac{4}{2}=2$，$i=4+1=5$；

$n=1$不成立，n是偶数成立，则$n=\dfrac{2}{2}=1$，$i=5+1=6$；

$n=1$成立，跳出循环，输出*i*的值为6.

故选：B.

【点睛】

本题考查利用程序框图计算输出结果，考查计算能力，属于基础题.

2、B

【解析】

依题意，金箠由粗到细各尺重量构成一个等差数列，$a_1=4$则$a_5=2$，由此利用等差数列性质求出结果.

【详解】

设金箠由粗到细各尺重量依次所成得等差数列为$\{a_n\}$，设首项$a_1=4$，则$a_5=2$，$\therefore$公差$d=\dfrac{a_5-a_1}{5-1}=\dfrac{2-4}{5-1}=-\dfrac{1}{2}$，

$\therefore a_2=a_1+d=\dfrac{7}{2}$.

故选 B

【点睛】

本题考查了等差数列的通项公式，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

3、A

【解析】

根据函数解析式，可知$f(x)$的定义域为$x\in\mathbf{R}$，通过定义法判断函数的奇偶性，得出$f(-x)=f(x)$，则$f(x)$为偶函数，可排除C,D选项，观察A,B选项的图象，可知代入$x=0$，解得$f(0)>0$，排除B选项，即可得出答案.

【详解】

解：因为 $f\left(x\right)=\frac{\cos x}{2^{x}+2^{-x}}$，

所以 $f\left(x\right)$ 的定义域为 $x\in \mathbf{R}$，

则 $f\left(-x\right)=\frac{\cos\left(-x\right)}{2^{-x}+2^{x}}=\frac{\cos x}{2^{x}+2^{-x}}=f\left(x\right)$，

$\therefore f\left(x\right)$ 为偶函数，图象关于 y 轴对称，排除 C,D 选项，

且当 $x=0$ 时，$f\left(0\right)=\frac{1}{2}>0$，排除 B 选项，所以 A 正确.

故选：A.

【点睛】

本题考查由函数解析式识别函数图象，利用函数的奇偶性和特殊值法进行排除.

4、C

【解析】

利用复数的运算法则计算即可.

【详解】

$\frac{2i^{3}}{1-i}=\frac{-2i}{1-i}=\frac{-2i\left(1+i\right)}{\left(1-i\right)\left(1+i\right)}=-i\left(1+i\right)=1-i$，故虚部为 -1.

故选：C.

【点睛】

本题考查复数的运算以及复数的概念，注意复数 $a+bi\left(a,b\in R\right)$ 的虚部为 b，不是 bi，本题为基础题，也是易错题.

5、C

【解析】

由于是放回抽取,故每次的情况有 4 种,共有 64 种; 先找到最大值不是 4 的情况,即三次取出标号均不为 4 的球的情况,进而求解.

【详解】

所有可能的情况有 $4^{3}=64$ 种,其中最大值不是 4 的情况有 $3^{3}=27$ 种,所以取得小球标号最大值是 4 的取法有

$64-27=37$ 种,

故选:C

【点睛】

本题考查古典概型,考查补集思想的应用,属于基础题.

6、D

【解析】

由函数$f\left(x\right)$的图象关于直线$x=\frac{\pi}{3}$对称，得$m=1$，进而得$f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin x+\cos x=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=2\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$，

再利用图像变换求解即可

【详解】

由函数$f\left(x\right)$的图象关于直线$x=\frac{\pi}{3}$对称，得$\left|f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right|=\sqrt{3+m^2}$，即$\left|\frac{3}{2}+\frac{m}{2}\right|=\sqrt{3+m^2}$，解得$m=1$，所以

$f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin x+\cos x=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=2\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$，$g\left(x\right)=2\cos 2x$，故只需将函数$f\left(x\right)$的图象上的所有点“先

向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，得$y=2\cos x,$再将横坐标缩短为原来的$\frac{1}{2}$，纵坐标保持不变,得$g\left(x\right)=2\cos 2x$”即可.

故选：D

【点睛】

本题考查三角函数的图象与性质，考查图像变换，考查运算求解能力，是中档题

7、C

【解析】

几何体是由一个圆锥和半球组成，其中半球的半径为 1，圆锥的母线长为 3，底面半径为 1，计算得到答案.

【详解】

几何体是由一个圆锥和半球组成，其中半球的半径为 1，圆锥的母线长为 3，底面半径为 1，故几何体的表面积为

$\frac{1}{2}\times 3\times 2\pi+2\pi\times 1^2=5\pi$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了根据三视图求表面积，意在考查学生的计算能力和空间想象能力.

8、D

【解析】

根据$\log_2 a_{n+1}=1+\log_2 a_n$，得到$\log_2 a_{n+1}=\log_2 2a_n$，即$a_{n+1}=2a_n$，由等比数列的定义知数列$\left\{a_n\right\}$是等比数列，然

后再利用前 *n* 项和公式求S_6.

【详解】

因为$\log_2 a_{n+1}=1+\log_2 a_n$，

所以 $\log_2 a_{n+1}=\log_2 2a_n$，

所以 $a_{n+1}=2a_n$，

所以数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，

又因为 $a_3=4$，

所以 $a_1=\dfrac{a_3}{q^2}=\dfrac{4}{4}=1$，

$$S_6=\frac{a_1\left(1-q^6\right)}{1-q}=\frac{1\times\left(1-2^6\right)}{1-2}=63.$$

故选：D

【点睛】

本题主要考查等比数列的定义及等比数列的前 *n* 项和公式，还考查了运算求解的能力，属于中档题.

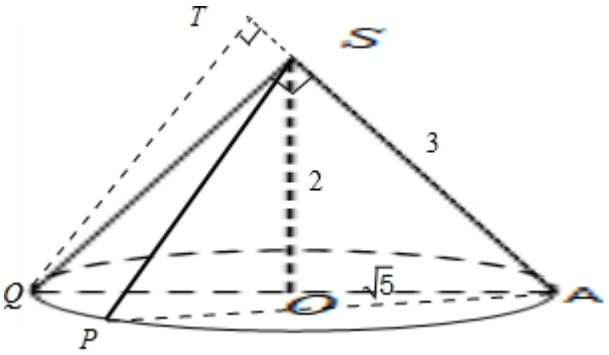
9、C

【解析】

分析：作出图形，判断轴截面的三角形的形状，然后转化求解 P 的位置，推出结果即可.

详解：圆锥底面半径为 $\sqrt{5}$，高为 2，SA 是一条母线，P 点是底面圆周上一点，P 在底面的射影为 O；

$SA=\sqrt{5+4}=3$，$OA>SO$，过 SA 的轴截面如图：



$\angle ASQ>90°$，过 Q 作 $QT\perp SA$ 于 T，则 $QT<QS$，在底面圆周，选择 P，使得 $\angle PSA=90°$，则 P 到 SA 的距离的最大值为 3，故选：C

点睛：本题考查空间点线面距离的求法，考查空间想象能力以及计算能力，解题的关键是作出轴截面图形，属中档题.

10、D

【解析】

利用向量的加法的平行四边形法则，判断四边形的形状，推出结果即可.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/015031321324011303