

专题 05 万有引力定律与航天

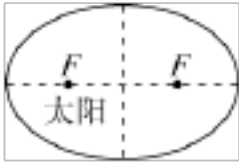
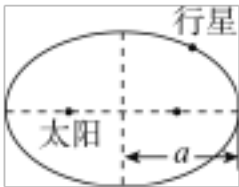
【考纲定位】

1. 万有引力定律及应用	通过史实，了解万有引力定律的发现过程．知道万有引力定律．认识发现万有引力定律的重要意义．认识科学定律对人类未知世界的作用．	2021·山东·高考 T5
2. 卫星与航天 宇宙速度	会计算人造地球卫星的环绕速度，知道第二宇宙速度和第三宇宙速度．	2022·山东·高考 T6 2020·山东·高考 T7 2021·山东·高考 T8

【知识重现】

万有引力与航天

1. 开普勒三定律

定律	内容	图示
开普勒第一定律 (轨道定律)	所有行星绕太阳运动的轨道都是椭圆，太阳处在椭圆的一个焦点上	
开普勒第二定律 (面积定律)	对任意一个行星来说，它与太阳的连线在相等的时间内扫过相等的面积	
开普勒第三定律 (周期定律)	所有行星的轨道的半长轴的三次方跟它的公转周期的二次方的比值都相等，表达式为 $\frac{a^3}{T^2}=k$	

注意：开普勒第三定律中的 k 由中心天体决定，与环绕天体无关．若将椭圆轨道按圆轨道处理，则行星绕太阳做匀速圆周运动，a 为圆轨道的半径 r，即 $\frac{r^3}{T^2}=k$ ．

2. 万有引力定律的基本应用

- (1) 基本方法：把天体(或人造卫星)的运动看成匀速圆周运动，其所需向心力由万有引力提供．
- (2) 解决天体圆周运动问题的两条思路

①在地面附近万有引力近似等于物体的重力(常用于“地上”问题，如赤道上的物体)，即 $G\frac{Mm}{R^2}=$

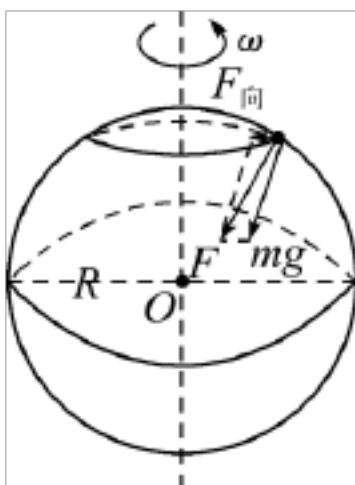
mg ，整理得 $GM=gR_2$ (被称为黄金代换式)。利用此关系式可求得行星表面的重力加速度 $g=\frac{GM}{R_2}$ 。

②天体运动都可以近似地看成匀速圆周运动，其向心力由万有引力提供 (常用于“天上”问题，

如卫星)，即 $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}=m\omega^2r=m\frac{4\pi^2}{T^2}r=ma$ 。

3. 万有引力与重力的区别与联系

地球对物体的万有引力 F 表示为两个效果：一是重力 mg ，二是提供物体随地球自转的向心力 $F_{\text{向}}$ ，如图所示。



(1) 在赤道上： $G\frac{Mm}{R_2^2}=mg_1+m\omega^2R$ 。

(2) 在两极上： $G\frac{Mm}{R_2^2}=mg_2$ 。

(3) 在一般位置：万有引力 $G\frac{Mm}{R_2^2}$ 等于重力 mg 与向心力 $F_{\text{向}}$ 的矢量和。

越靠近南北两极 g 值越大。由于物体随地球自转所需的向心力较小，常认为重力和万有引力近似相等，即 $\frac{GMm}{R_2^2}=mg$ 。

4. 人造地球卫星

(1) 三种宇宙速度

第一宇宙速度 (环绕速度)：在人造卫星的发射过程中火箭要克服地球的引力做功，所以将卫星发射到越高的轨道，在地面上所需的发射速度就越大，故人造卫星的最小发射速度对应将卫星发射到贴近地面的轨道上运行的速度。故有： $G\frac{Mm}{R_2^2}=m\frac{v_1^2}{R}$ ， $v_1=\sqrt{\frac{GM}{R}}=7.9\text{ km/s}$ ，或 $mg=m\frac{v_1^2}{R}$ ， $v_1=\sqrt{Rg}=7.9\text{ km/s}$ 。

注意：第一宇宙速度的两个表达式，不仅适用于地球，也适用于其他星球，只是 M 、 R 、 g 是相应星球的质量、半径和表面的重力加速度。若 $7.9\text{ km/s}\leq v<11.2\text{ km/s}$ ，物体绕地球运行。

第二宇宙速度 (脱离速度)：物体挣脱地球引力束缚的最小发射速度。若 $11.2\text{ km/s}\leq v<16.7\text{ km/s}$ ，物体绕太阳运行。

第三宇宙速度 (逃逸速度)：物体挣脱太阳引力束缚的最小发射速度。若 $v\geq 16.7\text{ km/s}$ ，物体将脱

离太阳系在宇宙空间运行.

(2) 卫星的运行参量

卫星绕地球的运动近似看成圆周运动，万有引力提供向心力，类比行星绕太阳的运动规律，同样

可得： $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}=m\omega^2r=m\frac{4\pi^2}{T^2}r=ma$ ，可推导出：

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{GM}{r}} \\ \omega &= \sqrt{\frac{GM}{r^3}} \\ T &= \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} \\ a &= \frac{GM}{r^2} \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{当 } r \text{ 增大时} \\ \Rightarrow \end{array} \quad \begin{array}{l} v \text{ 减小} \\ \omega \text{ 减小} \\ T \text{ 增大} \\ a \text{ 减小} \end{array} \quad \text{越高越慢}$$

(3) 同步卫星的特点

①轨道平面一定：轨道平面与赤道平面共面；

②运行方向一定：自西向东与地球自转同步；

③周期一定：与地球自转周期相同，即 $T=24\text{ h}$ ；

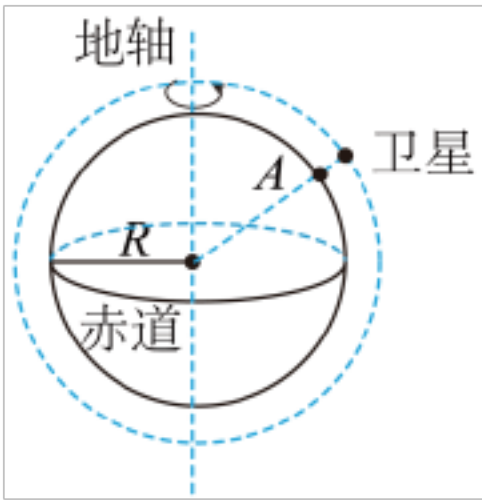
④高度一定：由 $G\frac{Mm}{(R+h)^2}=m\frac{4\pi^2}{T^2}(R+h)$ ，得同步卫星离地面的高度

$$h = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} - R = 3.6 \times 10^7 \text{ m}.$$

由同步卫星的周期 T 和高度 h 一定，还可以推导出同步卫星的运行速率 v 、角速度 ω ，向心加速度 a 也是确定的。但是，由于不同的同步卫星的质量不同，受到的万有引力不同。

【真题汇编】

1. (2022·山东·高考真题)“羲和号”是我国首颗太阳探测科学技术试验卫星。如图所示，该卫星围绕地球的运动视为匀速圆周运动，轨道平面与赤道平面接近垂直。卫星每天在相同时刻，沿相同方向经过地球表面 A 点正上方，恰好绕地球运行 n 圈。已知地球半径为 R ，自转周期为 T ，地球表面重力加速度为 g ，则“羲和号”卫星轨道距地面高度为 ()



A. $\frac{gR^2T^2}{2n^2\pi} R$

B. $\frac{gR^2T^2}{2n^2\pi} R$

C. $\frac{gR^2T^2}{4n^2\pi} R$

D. $\frac{gR^2T^2}{4n^2\pi} R$

【答案】C

【解析】

地球表面的重力加速度为 g ，根据牛顿第二定律得

$$\frac{GMm}{R^2} = mg$$

解得

$$GM = gR^2$$

根据题意可知，卫星的运行周期为

$$T' = \frac{T}{n}$$

根据牛顿第二定律，万有引力提供卫星运动的向心力，则有

$$\frac{GMm}{R+h^2} = m \frac{4\pi^2}{T'^2} R+h$$

联立解得

$$h = \sqrt{\frac{gR^2T^2}{4n^2\pi^2}} R$$

故选 C。

2. (2021·山东·高考真题) 从“玉兔”登月到“祝融”探火，我国星际探测事业实现了由地月系到行星际的跨越。已知火星质量约为月球的 9 倍，半径约为月球的 2 倍，“祝融”火星车的质量约为“玉兔”月球车的 2 倍。在着陆前，“祝融”和“玉兔”都会经历一个由着陆平台支撑的悬停过程。悬停时，“祝融”与“玉兔”所受陆平台的作用力大小之比为（ ）



- A. 9 : 1 B. 9 : 2 C. 36 : 1 D. 72 : 1

【答案】B

【解析】

悬停时所受平台的作用力等于万有引力，根据

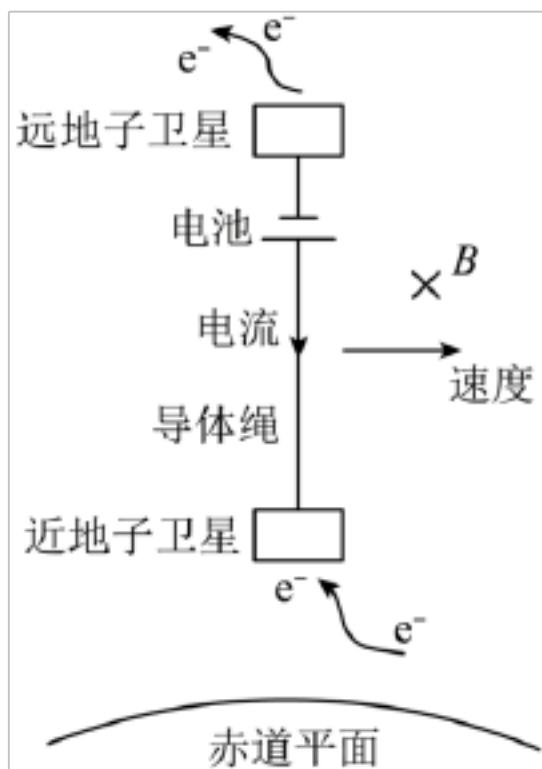
$$F = G \frac{mM}{R^2}$$

可得

$$\frac{F_{\text{祝融}}}{F_{\text{玉兔}}} = G \frac{M_{\text{火}} m_{\text{祝融}}}{R_{\text{火}}^2} : G \frac{M_{\text{月}} m_{\text{玉兔}}}{R_{\text{月}}^2} = \frac{9}{2^2} = \frac{9}{2}$$

故选 B。

3. (2021 · 山东 · 高考真题) 迷你系绳卫星在地球赤道正上方的电离层中，沿圆形轨道绕地飞行。系绳卫星由两子卫星组成，它们之间的导体绳沿地球半径方向，如图所示。在电池和感应电动势的共同作用下，导体绳中形成指向地心的电流，等效总电阻为 r 。导体绳所受的安培力克服大小为 f 的环境阻力，可使卫星保持在原轨道上。已知卫星离地平均高度为 H ，导体绳长为 L ， $L \ll H$ ，地球半径为 R ，质量为 M ，轨道处磁感应强度大小为 B ，方向垂直于赤道平面。忽略地球自转的影响。据此可得，电池电动势为 ()



- A. $BL \sqrt{\frac{GM}{R}} - \frac{fr}{BL}$ B. $BL \sqrt{\frac{GM}{R}} + \frac{fr}{BL}$

$$C. \quad BL \sqrt{\frac{GM}{R-H}} \quad \frac{BL}{fr}$$

$$D. \quad BL \sqrt{\frac{GM}{R-H}} \quad \frac{BL}{fr}$$

【答案】A

【解析】

根据

$$G \frac{Mm}{(R-H)^2} = m \frac{v^2}{(R-H)}$$

可得卫星做圆周运动的线速度

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R-H}}$$

根据右手定则可知，导体绳产生的感应电动势相当于上端为正极的电源，其大小为

$$E' = BLv$$

因导线绳所受阻力 f 与安培力 F 平衡，则安培力与速度方向相同，可知导线绳中的电流方向向下，

即电池电动势大于导线绳切割磁感线产生的电动势，可得

$$f = B \frac{E + E'}{r} L$$

解得

$$E = BL \sqrt{\frac{GM}{R-H}} + \frac{fr}{BL}$$

故选 A。

4. (2020 · 山东 · 高考真题) 我国将在今年择机执行“天问 1 号”火星探测任务。质量为 m 的着陆器在着陆火星前，会在火星表面附近经历一个时长为 t_0 、速度由 v_0 减速到零的过程。已知火星的质量约为地球的 0.1 倍，半径约为地球的 0.5 倍，地球表面的重力加速度大小为 g ，忽略火星大气阻力。若该减速过程可视为一个竖直向下的匀减速直线运动，此过程中着陆器受到的制动力大小约为 ()

$$A. \quad m \left(0.4g + \frac{v_0}{t_0} \right)$$

$$B. \quad m \left(0.4g + \frac{v_0}{t_0} \right)$$

$$C. \quad m \left(0.2g + \frac{v_0}{t_0} \right)$$

$$D. \quad m \left(0.2g + \frac{v_0}{t_0} \right)$$

【答案】B

【解析】

忽略星球的自转，万有引力等于重力

$$G \frac{Mm}{R^2} = mg$$

则

$$\frac{g_{\text{火}}}{g_{\text{地}}} = \frac{M_{\text{火}}}{M_{\text{地}}} \frac{R_{\text{地}}^2}{R_{\text{火}}^2} = 0.1 \frac{1}{0.5^2} = 0.4$$

解得

$$g_{\text{火}} = 0.4g_{\text{地}} = 0.4g$$

着陆器做匀减速直线运动，根据运动学公式可知

$$0 = v_0 - at_0$$

解得

$$a = \frac{v_0}{t_0}$$

匀减速过程，根据牛顿第二定律得

$$f - mg = ma$$

解得着陆器受到的制动力大小为

$$f - mg = ma = m(0.4g - \frac{v_0}{t_0})$$

ACD 错误，B 正确。

故选 B。

【突破练习】

1. (2022 · 山东 · 三模) 为了探测某未知星球，探测飞船载着登陆舱先是在离该星球中心距离为 r_1 的圆轨道上运动，经测定周期为 T_1 ；随后登陆舱脱离飞船，变轨到该星球的近地圆轨道上运动。

已知该星球的半径为 R ，万有引力常量为 G 。则 ()

A. 登陆舱在近地圆轨道上运行的周期为 $T_1 \sqrt{\frac{R^3}{r_1^3}}$

B. 登陆舱在近地圆轨道上运行的周期为 $T_1 \sqrt{\frac{r_1^3}{R^3}}$

C. 该未知星球的平均密度为 $\frac{3}{GT_1^2} \frac{r_1^3}{R^3}$

D. 该未知星球的平均密度为 $\frac{3}{GT_1^2}$

【答案】AC

【解析】

AB. 根据

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$$

解得

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

结合已知条件可得登陆舱在近地圆轨道上运行的周期

$$T_2 = T_1 \sqrt{\frac{R^3}{r_1^3}}$$

故 A 正确，B 错误；

CD. 根据 $G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} R$ 结合

$$V = \frac{4\pi}{3} R^3$$

和密度公式

$$\frac{M}{V}$$

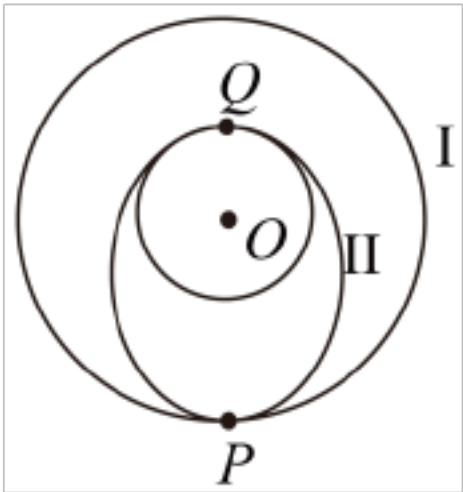
联立解得

$$\frac{3}{GT_1^2} \frac{r^3}{R^3}$$

故 C 正确，D 错误。

故选 AC。

2. (2022 · 山东 · 胜利一中模拟预测) 已知引力常量为 G ，星球的质量 M ，星球的半径 R ，飞船在轨道 I 上运动时的质量 m ，P、Q 点与星球表面的高度分别 h_1 、 h_2 ，飞船与星球中心的距离为 r 时，引力势能为 $E_P = -G \frac{Mm}{r}$ (取无穷远处引力势能为零)，飞船经过 Q 点的速度大小为 v ，在 P 点由轨道 I 变为轨道 II 的过程中，发动机沿轨道的切线方向瞬间一次性喷出一部分气体，喷出的气体相对喷气后飞船的速度大小为 u ，则下列说法正确的是 ()



- A. 飞船在圆形轨道 I 上运动的速度大小为 $\sqrt{\frac{GM}{R+h_1}}$
- B. 飞船在轨道 II 上经过 P 点时的速度大小为 $\sqrt{v^2 - 2GM \left(\frac{1}{R+h_1} - \frac{1}{R+h_2} \right)}$
- C. 飞船在轨道 II 上运动时的机械能小于在轨道 I 上运动时的机械能
- D. 喷出的气体的质量为 $\frac{m}{u} \sqrt{\frac{GM}{R+h_1}} \sqrt{v^2 - 2GM \left(\frac{1}{R+h_1} - \frac{1}{R+h_2} \right)}$

【答案】ACD

【解析】

A. 飞船在圆形轨道 I 上，根据万有引力提供向心力可得

$$G \frac{Mm}{(R+h_1)^2} = m \frac{v_1^2}{(R+h_1)}$$

解得

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R+h_1}}$$

A 正确；

B. 飞船从 Q 到 P，在同一轨道运行时，飞船机械能守恒，根据机械能守恒定律可得

$$\frac{1}{2}mv^2 - G \frac{Mm}{R+h_2} = \frac{1}{2}mv_P^2 - G \frac{Mm}{R+h_1}$$

解得

$$v_P = \sqrt{v^2 - 2GM \left(\frac{1}{R+h_1} - \frac{1}{R+h_2} \right)}$$

B 错误；

C. 飞船从高轨道变轨到低轨道，需要在变轨处点火减速，在 P 点由轨道 I 变为轨道 II 的过程中，飞船需要在 P 点减速，飞船的机械能减少，故飞船在轨道 II 上运动时的机械能小于在轨道 I 上运

动时的机械能，C 正确；

D. 飞船变轨时，需要在 P 点减速，故应向前喷出气体 m ，根据动量守恒定律可得

$$mv_1 = (m + m)v_P = m(v_P + u)$$

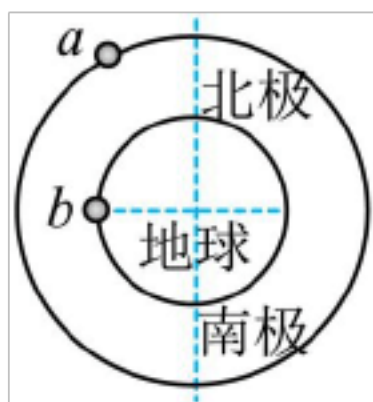
解得

$$m = \frac{m}{u} \sqrt{\frac{GM}{R - h_1}} \sqrt{v^2 - 2GM \left(\frac{1}{R - h_1} - \frac{1}{R - h_2} \right)}$$

D 正确；

故选 ACD。

3. (2022 · 山东日照 · 三模) 如图所示，极地轨道卫星 a 从北极的正上方第一次运行到南极的正上方所用时间为 1.5h。已知地球表面重力加速度在两极和赤道的大小分别为 g_0 和 g ，地球自转的周期为 $T=24h$ ，同步卫星离地面的高度约为地球半径的 5.6 倍，引力常量为 G ，地球可视为质量分布均匀的球体，物体 b 静止在赤道上。下列说法正确的是 ()



A. 地球的密度为 $\frac{3g_0}{GT^2(g_0 - g)}$

B. a 与同步卫星的运行速度大小之比为 2 : 1

C. b 与同步卫星的运行速度大小之比约为 1 : 5.6

D. b 与同步卫星的向心加速度大小之比约为 6.62 : 1

【答案】AB

【解析】

A. 由题意可知，设地球半径为 R ，质量为 m 的物体放在地球赤道和两极处，有

$$G \frac{Mm}{R^2} = mg_0, \quad G \frac{Mm}{R^2} = mg + m \frac{2\pi^2}{T^2} R$$

可得

$$R = \frac{g_0 - g}{4\pi^2} T^2$$

则地球的密度为

$$= \frac{M}{V} = \frac{\frac{g_0 R^2}{G}}{\frac{4}{3} R^3} = \frac{3g_0}{4GR} = \frac{3}{GT^2(g_0 + g)}$$

A 正确；

B. 由题意知卫星 a 圆周运动周期为

$$T_a = 2 \times 1.5h = 3h$$

卫星绕地球做圆周运动，有

$$G \frac{Mm}{r^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r = m \frac{v^2}{r}$$

得

$$\frac{r_a}{r_{\text{同}}} = \frac{1}{4}, \quad \frac{v_a}{v_{\text{同}}} = \frac{2}{1}$$

B 正确；

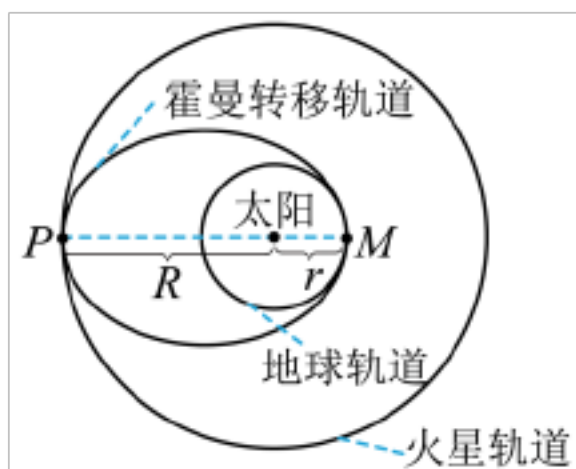
CD. b 与同步卫星的角速度、周期相等，由

$$v = \omega r, \quad a_n = \omega^2 r$$

可知 b 与同步卫星的运行速度大小之比、向心加速度大小之比都为 1：6.6，CD 错误。

故选 AB。

4. (2022·山东·模拟预测) 2021 年 5 月 15 日中国首次火星探测任务“天问一号”探测器在火星乌托邦平原南部预选着陆区成功着陆。“天问一号”探测器需要通过霍曼转移轨道从地球发送到火星，地球轨道和火星轨道看成圆形轨道，此时霍曼转移轨道是一个近日点 M 和远日点 P 都与地球轨道、火星轨道相切的椭圆轨道（如图所示），在近日点短暂点火后“天问一号”进入霍曼转移轨道，接着“天问一号”沿着这个轨道直至抵达远日点，然后再次点火进入火星轨道。已知万有引力常量为 G，太阳质量为 m，地球轨道和火星轨道半径分别为 r 和 R，地球、火星、“天问一号”运行方向都为逆时针方向。若只考虑太阳对“天问一号”的作用力，下列说法正确的是()



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/015214242323012004>