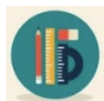


专题 29 平行线的判定（3 个知识点 3 种题型 1 个中考考点）



【目录】

倍速学习四种方法

【方法一】 脉络梳理法

知识点 1. 平行线的判定的基本事实（重点）

知识点 2. 平行线的判定定理（一）（重点）

知识点 3. 平行线的判定定理（二）（重点）

【方法二】 实例探索法

题型 1. 一题多法证明两直线平行

题型 2. 平行线判定的基本事实、定理的实际应用

题型 3. 判定两直线的位置关系

【方法三】 仿真实战法

考法. 平行线的判定的基本事实与定理

【方法四】 成果评定法



【学习目标】

1. 了解证明的基本步骤和书写格式。
2. 会根据基本事实“同位角相等，两直线平行”来证明“内错角相等，两直线平行”“同旁内角互补，两直线平行”，并能简单应用这些结论。
3. 在证明过程中，发展初步的演绎推理能力。



【知识导图】





【倍速学习五种方法】

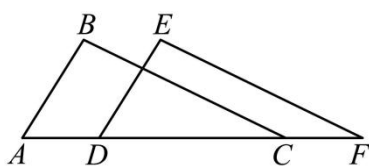
【方法一】脉络梳理法

知识点 1. 平行线的判定的基本事实（重点）

基本事实：两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行。

【例 1】（2023 上·广西玉林·八年级校考阶段练习）如图，点 A 、 D 、 C 、 F 在同一条直线上，
 $AD = CF$ ， $AB = DE$ ， $BC = EF$ 。

求证： $AB \parallel DE$



【答案】见解析

【分析】利用全等三角形的判定和性质定理及平行线的判定解答即可。

【详解】证明： $\because AD = CF$ ，

$$\therefore AD + CD = CF + CD，$$

$$\therefore AC = DF。$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} AC = DF \\ AB = DE \\ BC = EF \end{cases}，$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF，$$

$$\therefore \angle A = \angle EDF，$$

$$\therefore AB \parallel DE。$$

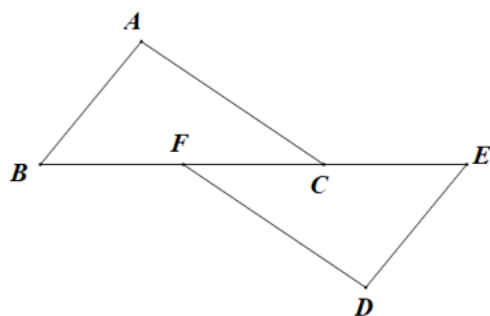
【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定与性质及平行线的判定，正确利用全等三角形的判定定理进行解答是解题的关键。

知识点 2. 平行线的判定定理（一）（重点）

两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等，那么这两条直线平行。

【例 2】（2023 上·山西吕梁·八年级统考期中）如图，点 B 、 F 、 C 、 E 在一条直线上， $FB = CE$ ，
 $AC = DF$ ，请你从下列三个条件中选择一个合适的条件，使 $AB \parallel ED$ 成立，并说明理由。

供选择的条件：① $AB = DE$ ；② $\angle ACB = \angle DFE$ ；③ $\angle A = \angle D$ 。



【答案】见解析

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质、平行线的判定，选择① $AB = DE$ ，证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS) 得到 $\angle B = \angle E$ ，即可推出 $AB \parallel ED$ ；选择② $\angle ACB = \angle DFE$ ，证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS) 得到 $\angle B = \angle E$ ，即可推出 $AB \parallel ED$ ；熟练掌握全等三角形的性质，证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 是解此题的关键。

【详解】解：选择① $AB = DE$ ，

$$\because FB = CE,$$

$$\therefore FB + CF = CE + CF,$$

$$\therefore BC = EF,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} AB = DE \\ AC = DF, \\ BC = EF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle B = \angle E,$$

$$\therefore AB \parallel ED;$$

选择② $\angle ACB = \angle DFE$ ，

$$\because FB = CE,$$

$$\therefore FB + CF = CE + CF,$$

$$\therefore BC = EF,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

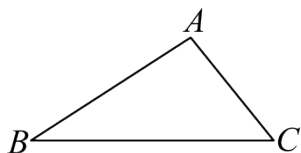
$$\begin{cases} AC = DF \\ \angle ACB = \angle DFE, \\ BC = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS),

$\therefore \angle B = \angle E$,

$\therefore AB \parallel ED$.

【变式】. (2023 上·湖南怀化·八年级溆浦县第一中学校考期中) 如图, 在 $\triangle ABC$ 的边 AC 上方作 $\angle CAE = \angle ACB$, 在射线 AE 上截取 $AD = BC$, 连接 CD , 并证明: $CD \parallel AB$. (尺规作图, 要求保留作图痕迹, 不写作法)

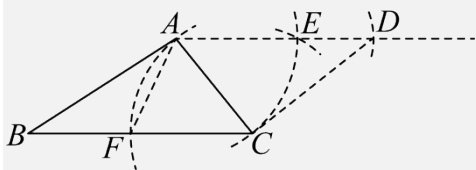


【答案】作图见解析, 证明见解析

【分析】本题考查了作与已知角相等的角, 全等三角形的判定与性质, 平行线的判定. 熟练掌握作平行线的方法是解题的关键.

以 C 为圆心, AC 长为半径画弧, 交 BC 于 F , 连接 AF , 以 A 为圆心, AC 长为半径画弧交以 C 为圆心, AF 长为半径的弧于点 E , 连接 AE 并延长, 截取 $AD = BC$, 连接 CD , 则 $\angle CAE$ 、 CD 即为所求; 证明 $\triangle ACD \cong \triangle CAB$ (SAS), 则 $\angle ACD = \angle CAB$, 根据内错角相等, 两直线平行证明 $CD \parallel AB$ 即可.

【详解】解: 如图, $\angle CAE$ 、 CD 即为所求;



证明: $\because AD = BC$, $\angle CAD = \angle ACB$, $AC = AC$,

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CAB$ (SAS),

$\therefore \angle ACD = \angle CAB$,

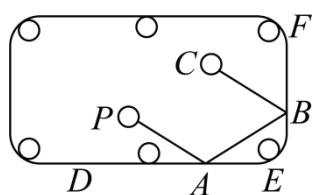
$\therefore CD \parallel AB$.

知识点 3. 平行线的判定定理 (二) (重点)

两条直线被第三条直线所截, 如果同旁内角互补, 那么这两条直线平行

【例 3】. (2023 上·江苏·八年级专题练习) 如图, 台球运动中母球 P 击中桌边的点 A , 经桌边反弹后击中

相邻的另一桌边的点 B ，再次反弹经过点 C （提示： $\angle PAD = \angle BAE$ ， $\angle ABE = \angle CBF$ ）。



(1) 若 $\angle PAD = 32^\circ$ ，求 $\angle PAB$ 的度数；

(2) 已知 $\angle BAE + \angle ABE = 90^\circ$ ，母球 P 经过的路线 BC 与 PA 一定平行吗？请说明理由。

【答案】 (1) 116°

(2) 平行，见解析

【分析】 (1) 由平角定义，知 $\angle PAD + \angle PAB + \angle BAE = 180^\circ$ ，结合已知条件计算求解；

(2) 由平角为 180° 可求得 $\angle PAB = 180^\circ - 2\angle BAE$ ， $\angle ABC = 180^\circ - 2\angle ABE$ ，由直角三角形性质，得 $\angle BAE + \angle ABE = 90^\circ$ ，于是 $\angle PAB + \angle ABC = 180^\circ$ ，所以 $BC \parallel PA$ 。

【详解】 (1) 解： $\because \angle PAD = 32^\circ$ ， $\angle PAD = \angle BAE$ ， $\angle PAD + \angle PAB + \angle BAE = 180^\circ$ ，
 $\therefore \angle PAB = 180^\circ - 32^\circ - 32^\circ = 116^\circ$ 。

(2) 解： $BC \parallel PA$ ，理由如下：

$\because \angle PAD = \angle BAE$ ， $\angle PAB = 180^\circ - \angle PAD - \angle BAE$ ，
 $\therefore \angle PAB = 180^\circ - 2\angle BAE$ 。

同理： $\angle ABC = 180^\circ - 2\angle ABE$ 。

$\because \angle BAE + \angle ABE = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle PAB + \angle ABC = 360^\circ - 2(\angle BAE + \angle ABE) = 180^\circ$ 。
 $\therefore BC \parallel PA$ 。

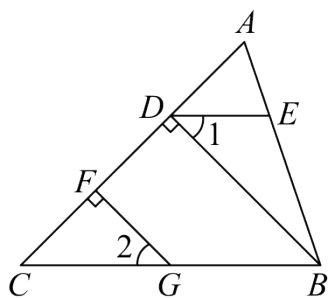
【点睛】 本题考查平角的定义，几何图形中角度计算，平行线的判定，直角三角形两锐角互余；掌握平行线的判定定理是解题的关键。

【方法二】实例探索法

题型 1. 一题多法证明两直线平行

1. (2022 上·安徽马鞍山·八年级安徽省马鞍山市第七中学校考期中) 完成下列证明过程

如图，已知： $BD \perp AC$ ， $GF \perp AC$ ， D ， F 分别是垂足，且 $\angle 1 = \angle 2$ 。求证： $\angle ADE = \angle C$ 。



证明：∵ $BD \perp AC$ ， $GF \perp AC$ ，（ ）

∴ $\angle GFD = \angle CDB = 90^\circ$ ．（ ）

∴ $\angle GFD + \angle CDB = 180^\circ$

∴ $FG \parallel DB$ （ ）

∴ $\angle 2 = \angle DBC$ ．（ ）

∵ $\angle 1 = \angle 2$ ，（ ）

∴ $\angle 1 = \angle DBC$ ．（ ）

∴ $DE \parallel BC$ ．（ ）

∴ $\angle ADE = \angle C$ ．（ ）

【答案】已知；垂直的定义；同旁内角互补，两直线平行；两直线平行，同位角相等；已知；等量代换；内错角相等，两直线平行；两直线平行，同位角相等

【分析】根据垂直的定义得到 $\angle GFD + \angle CDB = 180^\circ$ ，根据同旁内角互补，两直线平行可证 $FG \parallel DB$ ，再根据两直线平行，同位角相等得 $\angle 2 = \angle DBC$ ，结合已知可得 $\angle 1 = \angle DBC$ ，推出 $DE \parallel BC$ ，最后再利用两直线平行，同位角相等可得结论．

【详解】证明：∵ $BD \perp AC$ ， $GF \perp AC$ ，（已知）

∴ $\angle GFD = \angle CDB = 90^\circ$ ．（垂直的定义）

∴ $\angle GFD + \angle CDB = 180^\circ$ ，

∴ $FG \parallel DB$ （同旁内角互补，两直线平行）

∴ $\angle 2 = \angle DBC$ ．（两直线平行，同位角相等）

∵ $\angle 1 = \angle 2$ ，（已知）

∴ $\angle 1 = \angle DBC$ ．（等量代换）

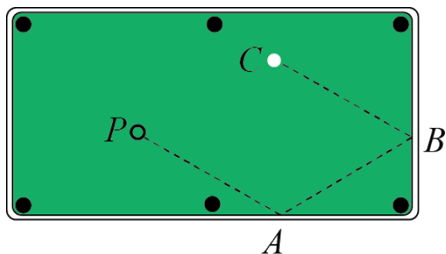
∴ $DE \parallel BC$ ．（内错角相等，两直线平行）

∴ $\angle ADE = \angle C$ ．（两直线平行，同位角相等）．

【点睛】本题考查了平行线的判定与性质，垂直定义，熟练掌握平行线的判定与性质是解答本题的关键．

题型 2. 平行线判定的基本事实、定理的实际应用

2. (2022 上·八年级课时练习) 台球运动中, 如果母球 P 击中桌边点 A , 经桌边反弹击中相邻的另一条桌边, 再次反弹, 那么母球 P 经过的路线 BC 与 PA 平行吗? 证明你的判断.



【答案】 $BC \parallel PA$, 理由见解析

【分析】通过计算同旁内角互补即可证明结论.

【详解】解: $BC \parallel PA$, 理由如下:

$$\because \angle PAD = \angle BAE, \angle PAB = 180^\circ - \angle PAD - \angle BAE,$$

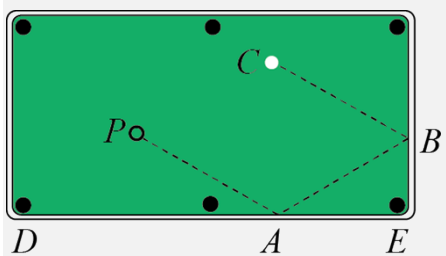
$$\therefore \angle PAB = 180^\circ - 2\angle BAE.$$

$$\text{同理: } \angle ABC = 180^\circ - 2\angle ABE.$$

$$\because \angle BAE + \angle ABE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PAB + \angle ABC = 360^\circ - 2(\angle BAE + \angle ABE) = 180^\circ.$$

$$\therefore BC \parallel PA.$$

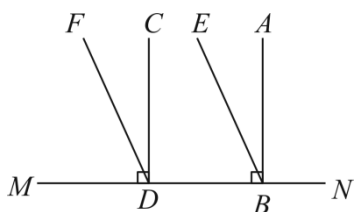


【点睛】本题主要考查了平行线的判定定理, 将实际问题转化成几何问题是解答本题的关键.

题型 3. 判定两直线的位置关系

3. (2022 上·广东梅州·八年级校考期末) 如图, $AB \perp MN$, $CD \perp MN$, 垂足分别是 B , D ,

$$\angle FDC = \angle EBA.$$



(1) 判断 CD 与 AB 的位置关系; (不需要证明)

(2)求证: $DF \parallel BE$.

【答案】(1) $CD \parallel AB$

(2)见解析

【分析】(1) 根据垂直于同一直线的两条直线互相平行, 即可得出结论;

(2) 根据 $\angle FDC = \angle EBA$ 可得 $\angle CDM - \angle FDC = \angle ABM - \angle EBA$, 则 $\angle FDM = \angle EBM$, 即可求证.

【详解】(1) 解: $\because AB \perp MN, CD \perp MN$,

$\therefore CD \parallel AB$.

(2) 证明: $\because \angle FDC = \angle EBA, \angle CDM = \angle ABM = 90^\circ$,

$\therefore \angle CDM - \angle FDC = \angle ABM - \angle EBA$ (等式的性质),

即 $\angle FDM = \angle EBM$,

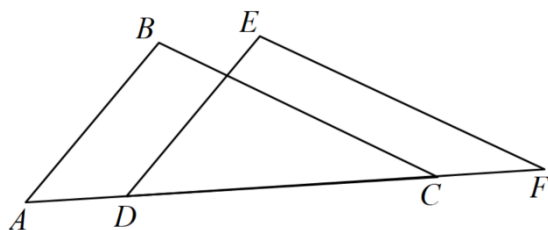
$\therefore DF \parallel BE$ (同位角相等, 两直线平行).

【点睛】本题主要考查了平行线的判定, 解题的关键是掌握垂直于同一直线的两条直线互相平行, 同位角相等, 两直线平行.

【方法三】 仿真实战法

考法. 平行线的判定的基本事实与定理

1. (2022·广西柳州·统考中考真题) 如图, 点 A, D, C, F 在同一条直线上, $AB = DE, BC = EF$. 有下列三个条件: ① $AC = DF$, ② $\angle ABC = \angle DEF$, ③ $\angle ACB = \angle DFE$.



(1)请在上述三个条件中选取一个条件, 使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$. 你选取的条件为 (填写序号) _____ (只需选一个条件, 多选不得分), 你判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的依据是 _____ (填“SSS”或“SAS”或“ASA”或“AAS”);

(2)利用 (1) 的结论 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$. 求证: $AB \parallel DE$.

【答案】(1)①, SSS

(2)见解析

【分析】(1)根据 SSS 即可证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 即可解决问题;

(2)根据全等三角形的性质可得 $\angle A = \angle EDF$ ，再根据平行线的判定即可解决问题.

【详解】(1)解：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} AC = DF \\ AB = DE \\ BC = EF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS),

$\therefore$ 在上述三个条件中选取一个条件，使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$,

选取的条件为①，判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的依据是SSS. (注意：只需选一个条件，多选不得分)

故答案为：①，SSS;

(2)证明： $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$.

$\therefore \angle A = \angle EDF$,

$\therefore AB \parallel DE$.

【点睛】本题考查了平行线的性质和全等三角形的性质，和判定定理，能熟记全等三角形的判定定理是解此题的关键.

【方法四】 成果评定法

一、单选题

1. (2023 上·河北邢台·八年级校联考阶段练习) 下列命题的逆命题是真命题的是 ()

A. 两直线平行，内错角相等

B. 如果 $a = b$ ，那么 $a^2 = b^2$

C. 钝角三角形中有两个锐角

D. 对顶角相等

【答案】A

【分析】先写出逆命题，后结合对顶角的性质，平行线的性质和判定，乘方的运算，三角形的内角和定理，逐一判断正误即可.

【详解】解：A. 逆命题：内错角相等，两直线平行，
该逆命题是真命题，故A符合题意；

B. 逆命题：若 $a^2 = b^2$ ，则 $a = b$ ，

$\because$ 若 $a^2 = b^2$ ，则 $a = \pm b$ ，

$\therefore$ 该逆命题是假命题，故B不符合题意；

C. 逆命题：三角形中有两个锐角的三角形是钝角三角形，

该逆命题是假命题，故C不符合题意；

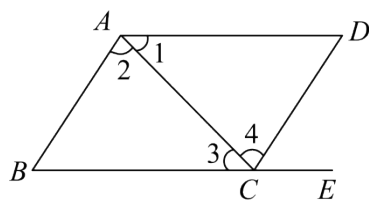
D. 逆命题：相等的角是对顶角，是假命题；

∴该逆命题是假命题，故 D 不符合题意.

故选：A.

【点睛】本题考查了命题，逆命题，正确写出逆命题，并正确判断正误是解题的关键.

2. (2023 上·黑龙江哈尔滨·八年级哈尔滨市第四十七中学校考期中) 如图，能判定 $AB \parallel CD$ 的条件是 ()



A. $\angle 1 = \angle 3$

B. $\angle B + \angle BAD = 180^\circ$

C. $\angle DCE = \angle D$

D. $\angle 2 = \angle 4$

【答案】D

【分析】考查平行线的判定，直接利用平行线判定定理：“内错角相等两直线平行”即可直接选出答案.

【详解】A、 $\angle 1 = \angle 3$ ，可推出 $AD \parallel BC$ ，不符合题意；

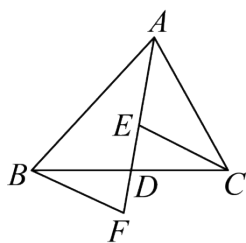
B、 $\angle B + \angle BAD = 180^\circ$ ，可推出 $AD \parallel BC$ ，不符合题意；

C、 $\angle DCE = \angle D$ ，可推出 $AD \parallel BC$ ，不符合题意；

D、 $\angle 2 = \angle 4$ ，可推出 $AB \parallel CD$ ，符合题意；

故选 D.

3. (2022 上·广东肇庆·八年级肇庆市第一中学校考期中) 如图，AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，E, F 分别是 AD 和 AD 延长线上的点，且 $DE = DF$ ，连接 BF, CE，下列说法：① $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 面积相等；② $\angle BAD = \angle CAD$ ；③ $\triangle BDF \cong \triangle CDE$ ；④ $BF \parallel CE$ ；⑤ $CE = AE$. 其中正确的是 ()



A. ①②

B. ①③

C. ①③④

D. ②④⑤

【答案】C

【分析】根据三角形的中线，等底等高的三角形面积相等即可判断出①正确；根据三角形的中线得

$BD = CD$ ，即 $\angle BAD$ 不一定和 $\angle CAD$ 相等，则②错误；利用边角边可证明 $\triangle BDF \cong \triangle CDE$ ，可判断出③

正确；根据全等三角形的性质得 $\angle F = \angle DEC$ ，则 $BF \parallel CE$ ，可判断出④正确，⑤错误，即可得.

【详解】解：∵ AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，

$$\therefore BD = CD,$$

∴ $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 面积相等，

故①正确；

∵ AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，

$$\therefore BD = CD,$$

∴ $\angle BAD$ 不一定和 $\angle CAD$ 相等，否则可以证明 $AB = AC$ ，

故②错误；

在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle CDE$ 中，

$$\begin{cases} BD = CD \\ \angle BDF = \angle CDE, \\ DE = DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CDE (SAS),$$

故③正确；

$$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CDE,$$

$$\therefore \angle F = \angle DEC,$$

$$\therefore BF \parallel CE,$$

故④正确；

$$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CDE,$$

$$\therefore CE = BF,$$

条件不足，无法证明 $CE = AE$ ，

故⑤错误；

综上，①③④正确，

故选：C.

【点睛】本题考查了中线，全等三角形的判定与性质，平行线的判定，解题的关键是理解题意，掌握这些知识点.

4. (2023 上·重庆·八年级西南大学附中校考期中) 下列命题中属于真命题的是 ()

A. 两直线平行，内错角相等

B. 同旁内角相等，两直线平行

C. 若 $x^2 = 9$, 则 $x = 3$

D. 立方根等于其本身的数只有 ± 1

【答案】A

【分析】利用平行线的性质及判定方法、立方根的概念、平方根的概念逐项分析即可.

【详解】解: A、两直线平行, 内错角相等, 正确, 是真命题;

B、同旁内角互补, 两直线平行, 错误, 是假命题;

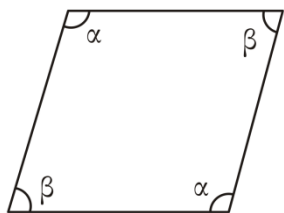
C、若 $x^2 = 9$, 则 $x = \pm 3$, 错误, 是假命题;

D、立方根等于其本身的数有 $\pm 1, 0$, 错误, 是假命题.

故选: A.

【点睛】本题考查了真假命题, 平行线的性质及判定方法、立方根的概念、平方根的概念等知识是解题的关键, 难度不大.

5. (2023 上·河北张家口·八年级统考期中) 蜂房的顶部由三个全等的四边形围成, 每个四边形的形状如图所示, 其中 $\angle \alpha = 109^\circ 28'$, $\angle \beta = 70^\circ 32'$. 则这个四边形对边的位置关系为 ()



A. 平行

B. 相等

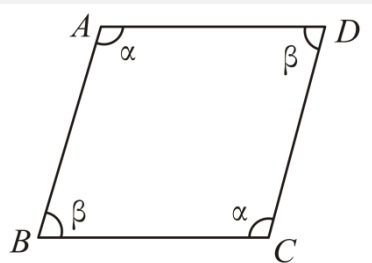
C. 垂直

D. 不能确定

【答案】A

【详解】先计算两角的和得 180° , 再根据平行线判定定理“同旁内角互补, 两直线平行”即可得出这个四边形对边的位置关系. 正确识别“三线八角”中的同位角、内错角、同旁内角是正确答题的关键.

【分析】解: 如图标字母,



$$\because \angle BAD = \angle \alpha = 109^\circ 28', \quad \angle ADC = \angle \beta = 70^\circ 32'$$

$$\therefore \angle BAD + \angle ADC = \angle \alpha + \angle \beta = 109^\circ 28' + 70^\circ 32' = 179^\circ 60' = 180^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel CD \quad (\text{同旁内角互补, 两直线平行})$$

$$\because \angle BAD = \angle \alpha = 109^\circ 28', \quad \angle ABC = \angle \beta = 70^\circ 32'$$

$$\therefore \angle BAD + \angle ABC = \angle \alpha + \angle \beta = 109^\circ 28' + 70^\circ 32' = 179^\circ 60' = 180^\circ,$$

$\therefore AD \parallel BC$ (同旁内角互补, 两直线平行).

故选:A.

6. (2022 上·上海静安·八年级上海市市北初级中学校考期中) 下列命题是真命题的是 ()

- A. 同旁内角相等, 两直线平行 B. 钝角没有余角
C. 过一点有且只有一条直线与已知直线平行 D. 若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$

【答案】B

【分析】根据平行线的公理及判定、余角的定义和举反例可逐一判断.

【详解】解: A、同旁内角互补, 两直线平行, 故 A 是假命题;

B、钝角没有余角, 故 B 是真命题;

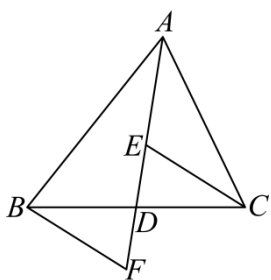
C、过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行, 故 C 是假命题;

D、 $1 > -2$, 但 $1^2 < (-2)^2$, 故 D 是假命题;

故选: B.

【点睛】本题主要考查真假命题的判断, 掌握平行线的公理及判定、余角的定义和举反例是关键.

7. (2023 上·天津静海·八年级校考阶段练习) 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, E, F 分别是 AD 和 AD 延长线上的点, 且 $DE = DF$, 连结 BF, CE . 下列说法: ① $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 面积相等; ② $\angle BAD = \angle CAD$; ③ $\triangle BDF \cong \triangle CDE$; ④ $BF \parallel CE$; ⑤ $CE = AE$. 其中正确的有 ()



- A. ①②③ B. ①③④ C. ②③④ D. ①②③④

【答案】B

【分析】根据三角形中线的定义可得 $BD = CD$, 根据等底等高的三角形的面积相等判断出①正确, 然后利用 SAS 证明 $\triangle BDF \cong \triangle CDE$, 全等三角形对应角相等可得 $\angle F = \angle DEC$, 再根据内错角相等, 两直线平行可得 $BF \parallel CE$, 据此选择即可.

【详解】解: $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$\therefore BD = CD$,

$\therefore \triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 面积相等, 故①正确;

$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$\therefore BD = CD$, $\angle BAD$ 和 $\angle CAD$ 不一定相等, 故②错误;

在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle CDE$ 中,

$$\begin{cases} BD = CD \\ \angle BDF = \angle CDE, \\ DF = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CDE$ (SAS), 故③正确;

$\therefore \angle F = \angle DEC$,

$\therefore BF \parallel CE$, 故④正确;

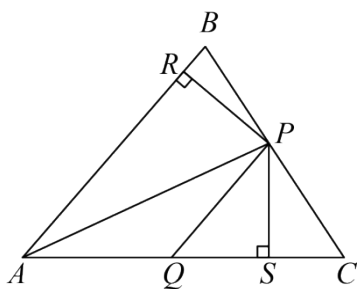
没有条件可以证明 $CE = AE$, 故⑤不一定正确,

综上所述, 正确的结论为: ①③④,

故选: B.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质、三角形中线的定义、等底等高的三角形的面积相等、平行线的判定, 熟练掌握知识点推理证明是解题的关键.

8. (2022 上·黑龙江佳木斯·八年级佳木斯市第五中学校考专题练习) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, P 、 Q 分别是 BC 、 AC 上的点, 作 $PR \perp AB$, $PS \perp AC$, 垂足分别为 R 、 S , 若 $\angle PAQ = \angle APQ$, $PR = PS$, 则下列结论中不正确的是 ()



A. $AS = AR$

B. PA 平分 $\angle BAC$

C. $QP \parallel AR$

D. $\triangle BRP \cong \triangle CSP$

【答案】D

【分析】证明 $Rt\triangle ASP \cong Rt\triangle ARP$ (HL), 可得 $AS = AR$, $\angle PAR = \angle PAS$, 再利用三角形外角的性质可得 $\angle PQC = 2\angle PAC$, 从而可得 $\angle PQC = \angle BAC$, 再根据平行线的判定可得 $QP \parallel AR$, 根据全等三角形的判定

即可得出 $\triangle BRP$ 和 $\triangle CSP$ 不全等.

【详解】解: $\because PR \perp AB, PS \perp AC$,

在 $Rt\triangle ASP$ 和 $Rt\triangle ARP$ 中,

$$\begin{cases} PR = PS \\ AP = AP \end{cases},$$

$\therefore Rt\triangle ASP \cong Rt\triangle ARP (HL)$,

$\therefore AS = AR$, 故 A 正确,

$\therefore \angle PAR = \angle PAS$,

$\therefore AP$ 平分 $\angle BAC$, $\angle BAC = 2\angle PAC$, 故 B 正确;

$\because \angle PAQ = \angle APQ$,

$\therefore \angle PQC = 2\angle PAC$,

又 $\because \angle BAC = 2\angle PAC$,

$\therefore \angle PQC = \angle BAC$,

$\therefore QP \parallel AR$, 故 C 正确;

$\because PR \perp AB, PS \perp AC$,

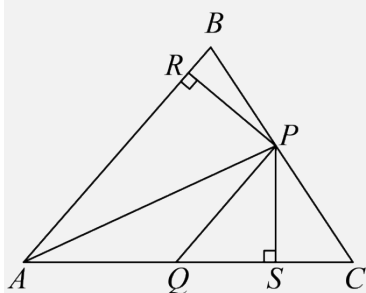
$\therefore \angle PRB = \angle PSC = 90^\circ$,

$\because AR = AS, AB \neq AC$,

$\therefore BR \neq CS$,

$\therefore \triangle BRP$ 和 $\triangle CSP$ 不全等, 故 D 错误,

故选: D.



【点睛】本题考查全等三角形的判定与性质、角平分线的定义、平行线的判定、三角形外角的性质, 熟练掌握全等三角形的判定与性质是解题的关键.

9. (2023 上·黑龙江齐齐哈尔·八年级校考期中) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, 延长 AD 至 E , 使得 $DE = AD$, 连接 BE , 下列结论① $AC = BE$, ② $\triangle ADC \cong \triangle EDB$, ③ $AC \parallel BE$, ④ $AB + AC > 2AD$, 其中正确的是 ()

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/016004044241011013>