

2024 年八年级（下）第一次学情调查

数学试卷

（本试卷共 23 道题满分 120 分考试时间 120 分钟）

考生注意：所有试题必须在答题卡指定区域内作答，在本试卷上作答无效

第一部分选择题（共 30 分）

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 要使二次根式 $\sqrt{x-1}$ 有意义，则 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \geq 1$ B. $x > 1$ C. $x \leq 1$ D. $x < 1$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了二次根式有意义的条件，根据二次根式有意义的条件可得 $x-1 \geq 0$ ，解不等式即可求解。

【详解】解：∵二次根式 $\sqrt{x-1}$ 有意义，

∴ $x-1 \geq 0$ ，

解得： $x \geq 1$ 。

故选 A。

2. 下列各组数中，以它们为边长的线段能构成直角三角形的是（ ）

- A. 2, 4, 4, B. $\sqrt{3}$, 2, 2 C. 3, 4, 5 D. 5, 12, 14

【答案】C

【解析】

【分析】根据勾股定理的逆定理，只需验证两小边的平方和是否等于最长边的平方即可解答。

【详解】解：A. ∵ $2^2 + 4^2 = 20 \neq 4^2$ ，∴不能构成直角三角形，故本选项不符合题意；

B. ∵ $(\sqrt{3})^2 + 2^2 = 7 \neq 2^2$ ，∴不能构成直角三角形，故本选项不符合题意；

C. ∵ $3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$ ，∴能够构成直角三角形，故本选项符合题意；

D. ∵ $5^2 + 12^2 = 169 \neq 14^2$ ，∴不能构成直角三角形，故本选项不符合题意。

故选：C。

【点睛】本题考查的是勾股定理的逆定理，即如果三角形的三边长 a , b , c 满足 $a^2 + b^2 = c^2$

，那么这个三角形就是直角三角形.

3. 下列计算正确的是 ()

A. $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{7}$

B. $2 + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

C. $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3$

D. $\sqrt{2} - \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】直接利用二次根式的加减运算法则计算得出答案.

【详解】解：A. $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ 无法计算，故此选项错误；

B. $2 + \sqrt{2}$ 无法计算，故此选项错误；

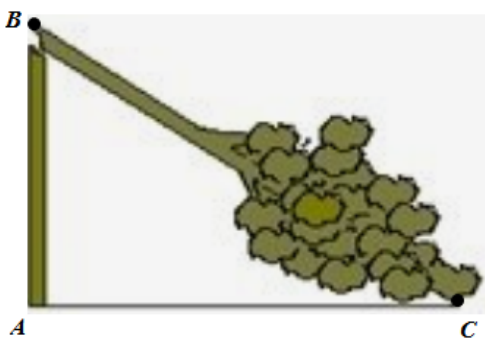
C. $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ ，故此选项错误；

D. $\sqrt{2} - \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，故此选项正确.

故选：D.

【点睛】此题主要考查了二次根式的加减，正确掌握相关运算法则是解题关键.

4. 如图，一棵大树（树干与地面垂直）在一次强台风中于离地面 6 米 B 处折断倒下，倒下后的树顶 C 与树根 A 的距离为 8 米，则这棵大树在折断前的高度为 ()



A. 10 米

B. 12 米

C. 14 米

D. 16 米

【答案】D

【解析】

【分析】根据勾股定理求解即可， $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 10$ ，进而可得 $AB + BC$ 即这棵大树在折断前的高度.

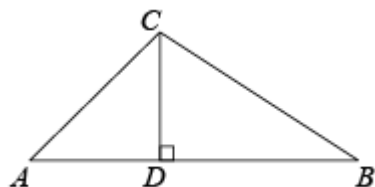
【详解】根据题意， $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 10$ 米

$$\therefore AB + BC = 6 + 10 = 16 \text{ 米}$$

故选 D

【点睛】本题考查了勾股定理的应用，掌握勾股定理是解题的关键。

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为 D ， $AD = 1$ ，则 BD 的长为()



A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $\sqrt{3}$

D. 3

【答案】C

【解析】

【详解】在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 45^\circ$ ， $CD \perp AB$

$\therefore \triangle ACD$ 是等腰直角三角形

$$\therefore CD = AD = 1$$

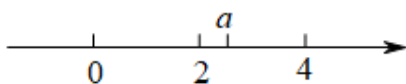
$$\text{又} \because \angle B = 30^\circ$$

$$\therefore \text{在 } Rt\triangle BCD \text{ 中, } BC = 2CD = 2$$

$$\therefore BD = \sqrt{BC^2 - CD^2} = \sqrt{3}$$

故选 C.

6. 已知实数 a 在数轴上的位置如图所示，则化简： $|a-2| + \sqrt{(a-4)^2}$ 的结果为 ()



A. 2

B. -2

C. $2a-6$

D. $-2a+6$

【答案】A

【解析】

【分析】根据数轴即可确定 a 的范围，然后根据绝对值和二次根式的性质得出 $a-2 > 0$ ， $a-4 < 0$ ，再化简即可。

【详解】解：根据数轴可以得到： $2 < a < 4$ ，

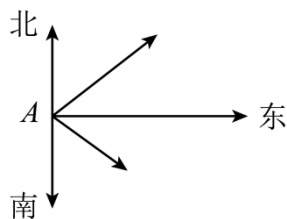
$$\therefore a-2 > 0, \quad a-4 < 0,$$

$$\therefore |a-2| + \sqrt{(a-4)^2} = a-2 + (4-a) = 2$$

故选：A.

【点睛】本题主要考查了二次根式的化简，以及绝对值的性质，得出 $a-2>0$ ， $a-4<0$ 是解题的关键.

7. 已知，如图，一轮船以 16 海里/时的速度从港口 A 出发向东北方向航行，另一轮船以 12 海里/时的速度同时从港口 A 出发向东南方向航行，离开港口 2 小时后，则两船相距（ ）



A. 25 海里

B. 30 海里

C. 35 海里

D. 40 海里

【答案】D

【解析】

【分析】根据方位角可知两船所走的方向正好构成了直角. 然后根据路程=速度×时间，得两条船分别走了 32，24. 再根据勾股定理，即可求得两条船之间的距离.

【详解】解：∵两船行驶的方向是东北方向和东南方向，

∴ $\angle BAC=90^\circ$,

两小时后，两艘船分别行驶了 $16 \times 2=32$ 海里， $12 \times 2=24$ 海里，

根据勾股定理得： $\sqrt{32^2+24^2}=40$ （海里）.

故选：D

【点睛】本题考查了勾股定理，方位角问题，解题的关键是熟练运用勾股定理进行计算，基础知识，比较简单.

8. 已知 $x=1+\sqrt{5}$ ，则代数式 x^2-2x-6 的值是（ ）

A. $-2\sqrt{5}-8$

B. -10

C. -2

D. $2\sqrt{5}$

【答案】C

【解析】

【分析】现将多项式化简，然后代入求解即可.

【详解】解： $x^2-2x-6=(x-1)^2-7$ ，

当 $x=1+\sqrt{5}$ 时，

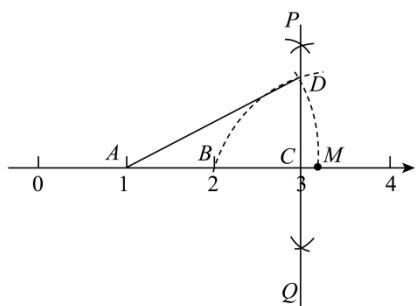
原式 $= (1+\sqrt{5}-1)^2-7$

$=-2$ ，

故选：C.

【点睛】题目主要考查整式的化简求值及完全平方公式与二次根式的运算，熟练掌握各个运算法则是解题关键.

9. 如图，数轴上点 A 、 B 、 C 分别对应 1 、 2 、 3 ，过点 C 作 $PQ \perp AB$ ，以点 C 为圆心， BC 长为半径画弧，交 PQ 于点 D ，以点 A 为圆心， AD 长为半径画弧，交数轴于点 M ，则点 M 对应的数是 ()



A. $\sqrt{3}+1$

B. $\sqrt{5}+1$

C. $\sqrt{3}$

D. $\sqrt{5}$

【答案】B

【解析】

【分析】直接利用勾股定理得出 AD 的长，进而得出答案.

【详解】解：根据数轴可知： $AC=3-1=2$ ， $BC=CD=3-2=1$ ，

由勾股定理得： $AD=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$ ，

$\therefore AM=AD=\sqrt{5}$ ，

$\therefore AO=1$ ，

$\therefore OM=1+\sqrt{5}$ ，

$\therefore$ 点 M 对应的数是 $\sqrt{5}+1$.

故选：B.

【点睛】此题主要考查了勾股定理，根据题意得出 AD 的长是解题关键.

10. 把四张形状大小完全相同，宽为 1cm 的小长方形卡片（如图 1）不重叠地放在一个底面为长方形，长为 $\sqrt{30}\text{cm}$ ，宽为 5cm 盒子底部（如图 2），盒子底面未被卡片覆盖的部分用阴影表示. 则图 2 中两块阴影部分的周长和是 ()

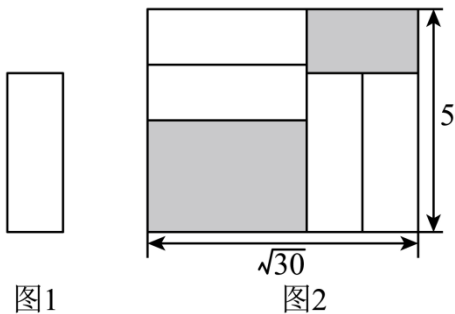


图1

图2

- A. 20cm B. $5\sqrt{30}$ cm C. $(2\sqrt{30} + 5)$ cm D. $5(\sqrt{30} - 1)$ cm

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查二次根式的应用，长方形周长等．根据题意表示阴影周长计算即可．

【详解】解：由题意知，两块阴影周长可表示为：

$$(\sqrt{30} - 2 + 5 - 2) \times 2 + [2 + 5 - (\sqrt{30} - 2)] \times 2,$$

$$= (\sqrt{30} + 1) \times 2 + (9 - \sqrt{30}) \times 2,$$

$$= 2\sqrt{30} + 2 + 18 - 2\sqrt{30},$$

$$= 20\text{cm},$$

故选：A.

第二部分非选择题（共 90 分）

二、填空题（本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

11. 计算： $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $\sqrt{2}$

【解析】

【分析】根据二次根式的性质运算求值即可．

【详解】 $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{6}{3}} = \sqrt{2}.$

故答案为： $\sqrt{2}.$

【点睛】本题主要考查二次根式的性质，熟记二次根式的性质是解题关键．

12. 据研究，高空抛物下落的时间（单位：s）和高度 h （单位：m）近似满足公式 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ ($g \approx 10\text{m/s}^2$),

从 60m 高空抛物到落地的时间为 $\underline{\hspace{2cm}}$ s.

【答案】 $2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的应用；

直接把 $h = 60$ 代入计算即可．

【详解】 解：当 $h = 60$ 时， $t = \sqrt{\frac{2 \times 60}{10}} = 2\sqrt{3}\text{s}$ ，

故答案为： $2\sqrt{3}$ ．

13. 计算： $(\sqrt{5} - 2)^{2024} (\sqrt{5} + 2)^{2023} = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

【答案】 $\sqrt{5} - 2$

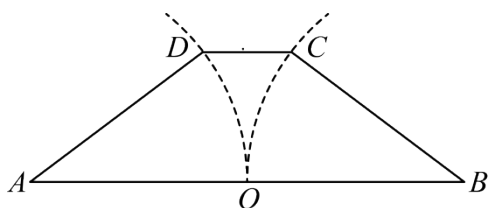
【解析】

【分析】 本题考查了二次根式的混合运算等知识，先逆用同底数幂的乘法公式化为 $(\sqrt{5} - 2) \cdot (\sqrt{5} - 2)^{2023} \cdot (\sqrt{5} + 2)^{2023}$ ，再利用乘法结合律和逆用积的乘方公式得到 $(\sqrt{5} - 2) \cdot [(\sqrt{5} - 2) \cdot (\sqrt{5} + 2)]^{2023}$ ，最后利用平方差公式计算即可求解．

【详解】 解： $(\sqrt{5} - 2)^{2024} (\sqrt{5} + 2)^{2023}$
 $= (\sqrt{5} - 2) \cdot (\sqrt{5} - 2)^{2023} \cdot (\sqrt{5} + 2)^{2023}$
 $= (\sqrt{5} - 2) \cdot [(\sqrt{5} - 2) \cdot (\sqrt{5} + 2)]^{2023}$
 $= (\sqrt{5} - 2) \times 1$
 $= \sqrt{5} - 2$ ．

故答案为： $\sqrt{5} - 2$ ．

14. 在我国古代数学著作《九章算术》“勾股”章有一题：“今有开门去闾一尺，不合二寸，问门广几何．”大意是说：如图，推开两扇门（ AD 和 BC ），门边缘 D 、 C 两点到门槛 AB 的距离为 1 尺（1 尺 = 10 寸）两扇门间的缝隙 CD 为 2 寸，那么门的宽度（两扇门宽度）的和 AB 为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 寸．

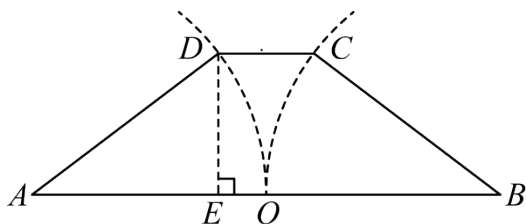


【答案】 101

【解析】

【分析】过 D 作 $DE \perp AB$ 于 E ，构建直角三角形，根据勾股定理计算求解即可．

【详解】解：过 D 作 $DE \perp AB$ 于 E ，



设 $OA = OB = AD = BC = r$ ，

则 $DE = 10$ ， $OE = \frac{1}{2}CD = 1$ ， $AE = r - 1$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中，可有 $AE^2 + DE^2 = AD^2$ ，即 $(r - 1)^2 + 10^2 = r^2$ ，

解得 $2r = 101$ ，

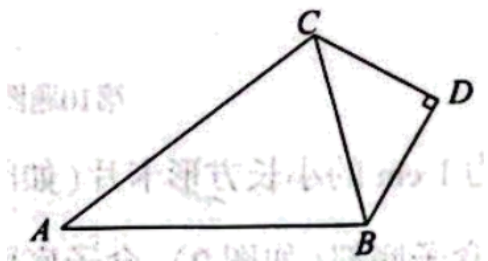
所以门的宽度的和 AB 为 101 寸．

故答案为：101．

【点睛】本题主要考查了勾股定理的实际应用问题，构建直角三角形是解答此题的关键．

15. 如图，线段 AB 的长为 4， $\triangle BCD$ 是等腰直角三角形， $\angle BDC = 90^\circ$ ， $BD = CD$ ， BC 的长为 $2\sqrt{2}$ ，

将 $\triangle BCD$ 绕点 B 旋转一周，连接 AC ，当 A, C, D 三点共线时，线段 AC 的长为_____．



【答案】 $2\sqrt{3} - 2$ 或 $2\sqrt{3} + 2$

【解析】

【分析】本题考查了等腰直角三角形的性质，勾股定理；

①当 AD 在线段 AB 上方，点 C 在线段 AD 上时，首先求出 $BD = CD = 2$ ，然后利用勾股定理求出 AD ，再根据 $AC = AD - CD$ 计算即可；②当 AD 在线段 AB 下方，点 C 在线段 AD 的延长线上时，由①知 $BD = CD = 2$ ，然后利用勾股定理求出 AD ，再根据 $AC = AD + CD$ 计算即可．

【详解】解：①如图 1，当 AD 在线段 AB 上方，点 C 在线段 AD 上时，

$\because \triangle BCD$ 是等腰直角三角形， $\angle BDC = 90^\circ$ ， $BD = CD$ ， $BC = 2\sqrt{2}$ ，

$$\therefore BD = CD = 2,$$

$$\because AB = 4,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, 根据勾股定理得: } AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore AC = AD - CD = 2\sqrt{3} - 2;$$

②如图 2, 当 AD 在线段 AB 下方, 点 C 在线段 AD 的延长线上时,

由①知 $BD = CD = 2,$

$$\text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, 根据勾股定理得: } AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore AC = AD + CD = 2\sqrt{3} + 2;$$

故答案为: $2\sqrt{3} - 2$ 或 $2\sqrt{3} + 2$.

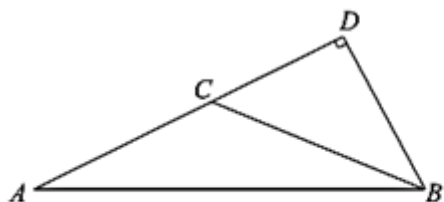


图 1

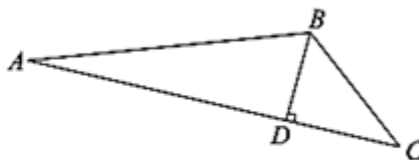


图 2

三、解答题 (本题共 8 小题, 共 75 分, 解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程)

16. 计算

$$(1) \sqrt{24} \div \sqrt{3} - \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{18} + \sqrt{32};$$

$$(2) (\sqrt{5} + 1)^2 - \sqrt{2} \times \sqrt{10}.$$

【答案】 (1) $6\sqrt{2} - 3$

(2) 6

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式的混合计算:

(1) 先计算二次根式乘除法, 再计算二次根式加减法即可得到答案;

(2) 先根据完全平方公式去括号, 再计算二次根式乘法, 最后计算二次根式加减法即可得到答案.

【小问 1 详解】

$$\text{解: 原式} = \sqrt{24} \div 3 - \sqrt{\frac{1}{2}} \times 18 + 4\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{8} - \sqrt{9} + 4\sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{2} - 3 + 4\sqrt{2}$$

$$= 6\sqrt{2} - 3;$$

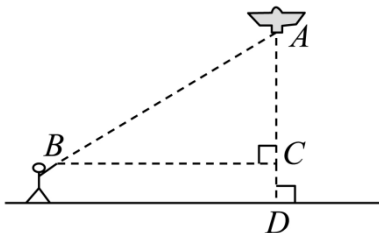
【小问 2 详解】

$$\text{解：原式} = 5 + 2\sqrt{5} + 1 - \sqrt{20}$$

$$= 6 + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$$

$$= 6.$$

17. 小龙在放风筝时想测量风筝离地面的垂直高度，通过勘测，得到如下记录表：

测量示意图	
测量数据	①测得水平距离 BC 的长为 24 米.
	②根据手中剩余线的长度计算出风筝线 AB 的长为 25 米.
	③小龙牵线放风筝的手到地面的距离 CD 长为 1.6 米.

(1) 求风筝到地面的距离线段 AD 的长；

(2) 如果小龙想要风筝沿 CA 方向再上升 11 米， BC 和 CD 的长度不变，则他应该再放出多少米线？

【答案】(1) 8.6 米

(2) 5 米

【解析】

【分析】 本题考查的是勾股定理的应用，从题中抽象出勾股定理这一数学模型，领会数形结合的思想的应用.

(1) 根据勾股定理求出 AC ，进而求出 AD ；

(2) 先根据勾股定理求出风筝线的长, 再根据题意计算, 得到答案.

【小问 1 详解】

解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 24$, $AB = 25$,

$$\because AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7,$$

则 $AD = AC + CD = 7 + 1.6 = 8.6$;

答: 风筝到地面的距离线段 AD 的长为 8.6 米;

【小问 2 详解】

风筝沿 CA 方向再上升 11 米后, 则 $AC = 11 + 7 = 18$,

此时在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 24$, $AC = 18$,

$$\because AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

$$\therefore \text{风筝线的长 } AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{24^2 + 18^2} = 30,$$

$$\therefore 30 - 25 = 5 \text{ (米)},$$

答: 他应该再放出 5 米的风筝线.

18. 著名的赵爽弦图 (如图 1, 其中四个直角三角形较大的直角边长都为 a , 较小的直角边长都为 b , 斜边长都为 c), 大正方形的面积可以表示为 c^2 , 也可以表示为 $4 \times \frac{1}{2}ab + (a-b)^2$, 由此推导出重要的勾股定理:

如果直角三角形两条直角边长为 a, b , 斜边长为 c , 则 $a^2 + b^2 = c^2$.



图 1

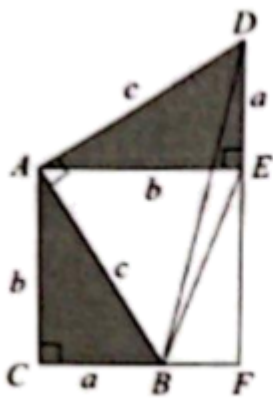


图 2

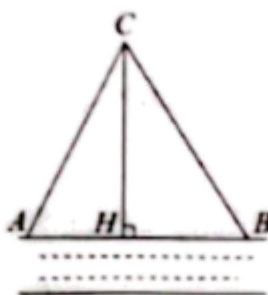


图 3

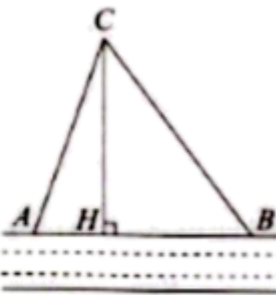


图 4

(1) 在图 2 中, 四边形 $ACFE$ 是正方形, 利用两种不同的方法表示出四边形 $ABED$ 的面积, 也可以证明勾股定理, 请你利用图 2 推导勾股定理;

(2) 如图 3, 在一条东西走向河流的一侧有一村庄 C , 河边原有两个取水点 A, B , $AB = AC$, 由于某种原因, 由 C 到 A 的路现在已经不通, 该村为方便村民取水决定在河边新建一个取水点 H (A, H, B

在同一条直线上)，并新修一条路 CH ，且 $CH \perp AB$ ．测得 $CH = 1.2$ 千米， $HB = 0.8$ 千米，求新路 CH 比原路 CA 少多少千米？

(3) 在第 (2) 问中，若 $AB \neq AC$ ，如图 4， $CH \perp AB$ ， $AC = 1$ 千米， $BC = 1.7$ 千米， $AB = 2.1$ 千米，求 CH 的长．

【答案】(1) 证明见详解

(2) 新路 CH 比原路 CA 少 0.1 千米

(3) CH 的长是 0.8 千米．

【解析】

【分析】此题主要考查了勾股定理的证明与应用，一元一次方程，熟练掌握相关定理是解答此题的关键．

(1) 梯形的面积可以由梯形的面积公式求出，也可利用三个直角三角形面积求出，两次求出的面积相等列出关系式，化简即可得证；

(2) 设 $AB = AC = x$ 千米，则 $AH = (x - 0.6)$ 千米，根据勾股定理列方程，解得即可得到结果；

(3) 在 $\text{Rt}\triangle ACH$ 和 $\text{Rt}\triangle BCH$ 中，由勾股定理得求出 $CH^2 = CA^2 - AH^2 = CB^2 - BH^2$ ，列出方程求解即可得到结果．

【小问 1 详解】

证明：由题意知 $BF = b - a$ ，

$$\because S_{\text{四边形}ABED} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}ab, \quad S_{\text{四边形}ABED} = S_{\triangle ADB} + S_{\triangle DEB} = \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}a(b-a),$$

$$\therefore \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}a(b-a),$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2;$$

【小问 2 详解】

设 $AB = AC = x$ 千米，

$$\therefore AH = AB - BH = (x - 0.8) \text{ 千米},$$

在 $\text{Rt}\triangle ACH$ 中， $CA^2 = CH^2 + AH^2$ ，

$$\therefore x^2 = 1.2^2 + (x - 0.8)^2,$$

解得 $x = 1.3$ ，

即 $CA = 1.3$ 千米，

$$\therefore CA - CH = 1.3 - 1.2 = 0.1 \text{ (千米)},$$

答：新路 CH 比原路 CA 少 0.1 千米；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/016013221243010113>