第 07 讲 实数

模块导航

模块一　思维导图串知识
模块二　基础知识全梳理（吃透教材）
模块三　核心考点举一反三
模块四　小试牛刀过关测

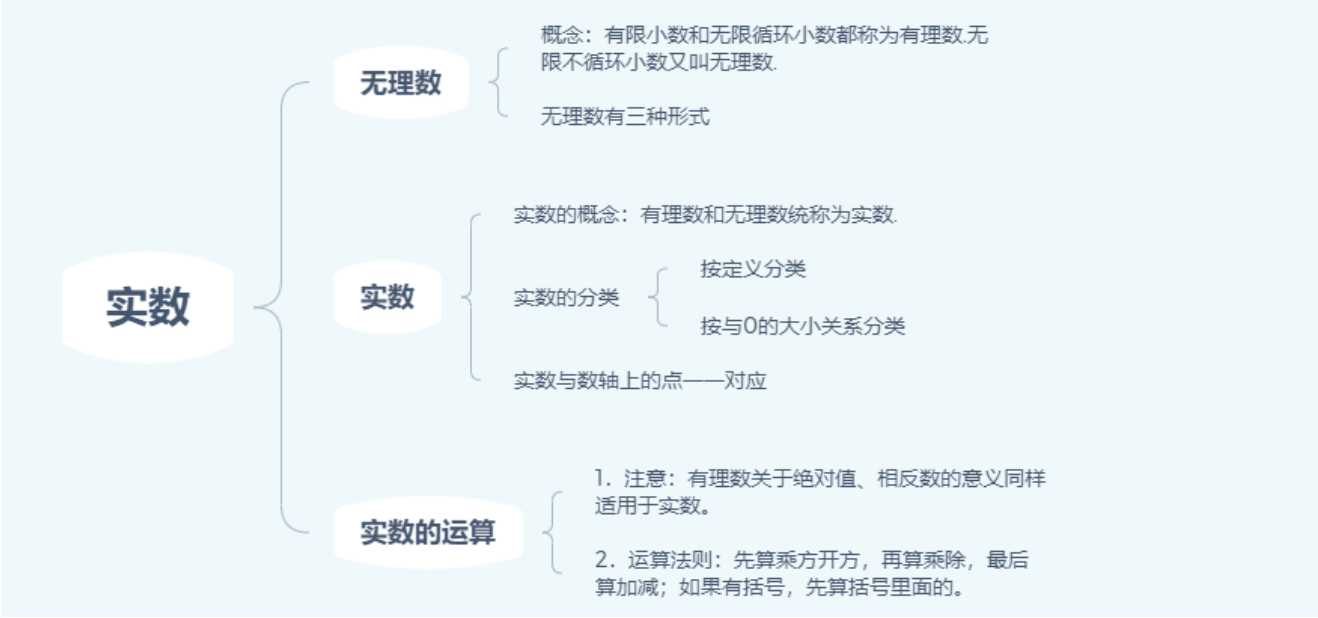
素养目标

1．了解无理数的概念，能识别无理数及分类；

2．掌握实数的概念及分类，掌握实数在数轴上的表示；

3．熟练掌握实数的运算的法则及相关运算.

模块一 思维导图串知识



模块二 基础知识全梳理

知识点 1：无理数

概念：有限小数和无限循环小数都称为有理数. 无限不循环小数又叫无理数.

注意：(1)无理数的特征：无理数的小数部分位数无限. 无理数的小数部分不循环，不能表示成分数的形式

(2)常见的无理数有三种形式：①含 π 类. ②看似循环而实质不循环的数，如：1. 313113111……. ③带有根号的数，但根号下的数字开方开不尽，如 $\sqrt{5}$.

知识点 2 ：实数

1. 实数的概念：有理数和无理数统称为实数.

2. 实数的分类

按定义分：　　按与 0 的大小关系分：

实数$\begin{cases}\text{有理数：有限小数或无限循环小数}\\ \text{无理数：无限不循环小数}\end{cases}$

实数$\begin{cases}\text{正数}\begin{cases}\text{正有理数}\\ \text{正无理数}\end{cases}\\ 0\\ \text{负数}\begin{cases}\text{负有理数}\\ \text{负无理数}\end{cases}\end{cases}$

3. 实数与数轴上的点一一对应.

数轴上的任何一个点都对应一个实数，反之任何一个实数都能在数轴上找到一个点与之对应.

知识点 3：实数的运算

1. **注意**：有理数关于绝对值、相反数的意义同样适用于实数。

2. **运算法则**：先算乘方开方，再算乘除，最后算加减；如果有括号，先算括号里面的。

模块三 核心考点举一反三

考点一：无理数的概念

例 1.（23-24 七年级下·内蒙古赤峰·期中）下列各数中，无理数的个数是（　）

$-\frac{22}{7}$，3.141，$\sqrt[3]{-27}$，π，0，5，0.21，0.1010010001…（每两个相邻的 1 之间依次多一个 0）

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

【变式 1-1】（23-24 七年级下·四川泸州·期中）在实数$\frac{\pi}{3}$，$\sqrt[3]{8}$，1.313313331…，$\frac{22}{7}$，$\sqrt{10}$ 中无理数有（　　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【变式 1-2】（23-24 七年级下·山东德州·期中）实数 0.321，4.2，$\frac{\pi}{2}$，$\sqrt{0.4}$，$-\sqrt[3]{0.001}$，0，$\frac{1}{7}$，0.121121112L（每两个 2 之间依次多一个 1），其中无理数有（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【变式 1-3】（23-24 七年级下·内蒙古通辽·期中）在实数$\sqrt[3]{2}$，$\frac{22}{7}$，–0.1010010001…，$\sqrt{49}$，$\frac{\pi}{3}$，$\sqrt{5}+1$，0 中，无理数有（　　）个

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

考点二：实数概念理解

例 2.（22-23 七年级下·河南许昌·期中）下列说法正确的是（　）

A．无理数都是无限小数　　B．无理数都是带根号的数

C．无理数的和还是无理数　　D．实数包括有理数、无理数和 0

【变式 2-1】（22-23 七年级下·福建福州·期末）下列说法正确的是(　)

A．实数分为正实数和负实数　　B．无限小数都是无理数

C．带根号的数都是无理数　　D．无理数都是无限不循环小数

【变式 2-2】（22-23 七年级下·上海杨浦·期末）下列说法中，错误的是（　）

A．实数可分为有理数和无理数　　B．无理数可分为正无理数和负无理数；

C．无理数都是无限小数　　D．无限小数都是无理数．

【变式 2-3】（22-23 七年级下·上海嘉定·阶段练习）下列说法中，正确的是（　　）

A．无限小数都是无理数　　B．无理数都是带有根号的数

C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$、$\frac{\pi}{3}$都是分数　　D．实数分为正实数，负实数和零

考点三：实数的分类



例 3.（23-24 七年级下·河南安阳·期中）把下列各数的序号分别填入相应的集合内：①$-\frac{11}{12}$，②$\sqrt[3]{2}$，③$1-\sqrt{4}$，④0，⑤$-\sqrt{0.4}$，⑥$\sqrt[3]{-125}$，⑦$-\frac{\pi}{4}$，⑧0.13030030003…（相邻的两个 3 之间依次多 1 个 0），⑨0.23，⑩3.14

(1)整数集合：（　　）

(2)分数集合：（　　）

(3)无理数集合：（　　）

【变式 3-1】（23-24 七年级下·湖北·期中）选择下列各数对应的序号填入相应的集合里

①$-\frac{1}{2}$，②$-\sqrt{3}$，③$\frac{\sqrt{2}}{3}$，④$\frac{9}{2}$，⑤$-\sqrt[3]{-8}$，⑥0，⑦$-\pi$，⑧$-\frac{119}{3}$，⑨$-4.20\dot{1}$，⑩3.1010010001L（每相邻两个 1 之间 0 的个数逐次加 1）

无理数集合：{_____．．．}

分数集合：{_____．．．}

负实数集合：{_____．．．}

【变式 3-2】（23-24 七年级下·陕西渭南·期中）把下列各数填入相应的集合内：

0，$\frac{24}{7}$，$-\frac{\sqrt{5}}{3}$，$\frac{\pi}{3}$，$-\sqrt{\frac{1}{16}}$，$\sqrt[3]{-8}$，$\sqrt{49}$，3.1011．

(1)整数集合{_____}；

(2)分数集合{_____}；

(3)无理数集合{_____}.

【变式 3-3】（23-24 七年级下·广东广州·期中）把下列各数的序号分别填入相应的集合内：

①$-\frac{11}{12}$，②$\sqrt[3]{2}$，③$1-\sqrt{4}$，④0，⑤$\sqrt{0.4}$，⑥$\sqrt[3]{-125}$，⑦$-\frac{\pi}{4}$，⑧0.13030030003…（相邻的两个 3 之间依次多 1 个 0），⑨$0.\dot{2}\dot{3}$，⑩3.14.

(1)整数集合：{　　}；

(2)分数集合：{　　}，

(3)无理数集合：{　　}.

考点四：实数的性质

例 4.（2024·四川广元·一模）$-\sqrt{23}$ 的相反数是（　）

A．$-\sqrt{23}$　　B．$-\frac{\sqrt{23}}{23}$　　C．$\sqrt{23}$　　D．23

【变式 4-1】（2024·湖北宜昌·二模）实数 $\sqrt{5}$ 的绝对值是（　）.

A．$\sqrt{5}$　　B．$-\sqrt{5}$　　C．$\pm\sqrt{5}$　　D．$\frac{1}{\sqrt{5}}$

【变式 4-2】（23-24 七年级下·甘肃平凉·期中）下列各组数中互为相反数的一组是（　）.

A．$-|-2|$ 与 $\sqrt[3]{-8}$　　B．-4 与 $\sqrt{(-4)^2}$　　C．$-\sqrt[3]{27}$ 与 -3　　D．$-\sqrt{2}$ 与 $\frac{1}{\sqrt{2}}$

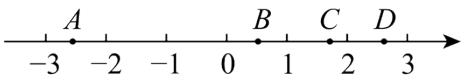
【变式 4-3】（23-24 七年级下·天津河西·期中）下列说法正确的是（　）

A．$\sqrt{2}-\sqrt{3}$ 的相反数为 $\sqrt{3}-\sqrt{2}$　　B．$\pi-3.14$ 的绝对值是 $3.14-\pi$

C．若 $x^2=6$，则 $x=\sqrt{6}$　　D．若 $x^3=6$，则 $x=\pm\sqrt[3]{6}$

考点五：实数的数轴

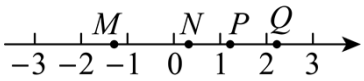
例 5.（2024·江苏南通·模拟预测）实数与数轴上的点一一对应，请观察如图所示的数轴，无理数 $\sqrt{3}+1$ 在数轴上对应的点可能是（　　）



A．点 A　　B．点 B　　C．点 C　　D．点 D

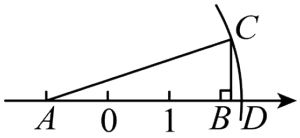
【变式 5-1】（23-24 七年级下·福建福州·期中）点 M，N，P，Q

在数轴上的位置如图所示，这四个点中有一个点表示实数$\sqrt{5}-1$，这个点是（　）



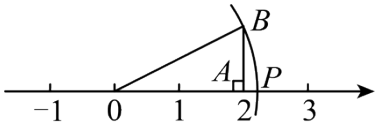
A．M　　B．N　　C．P　　D．Q

【变式 5-2】（23-24 八年级下·辽宁抚顺·期中）如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ABC=90°$，$AB=3$，$BC=1$，AB在数轴上，点B对应的数是 2，以点A为圆心，AC长为半径画弧，交数轴的正半轴于点D，则点D表示的数为（　）



A．2.1　　B．$\sqrt{10}+1$　　C．$\sqrt{10}$　　D．$\sqrt{10}-1$

【变式 5-3】（23-24 八年级下·新疆和田·期中）小明学了在数轴上表示无理数的方法后，进行了练习：首先画数轴，原点为O，在数轴上找到表示数 2 的点A，然后过点A作$AB\perp OA$，使$AB=1$；再以O为圆心，OB的长为半径作弧，交数轴正半轴于点P，那么点P表示的数是（　）



A．2.2　　B．$\sqrt{5}$　　C．$1+\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{6}$

考点六：实数的大小比较

例 6.（23-24 八年级下·贵州遵义·阶段练习）比较大小：$2\sqrt{5}$_____5（填>、=或<）

【变式 6-1】（23-24 七年级下·辽宁大连·期中）比较大小：$\sqrt{78}$_____9（填“>”，“<”或“=”）.

【变式 6-2】（2024·陕西咸阳·模拟预测）比较大小：$-\sqrt{5}$_____$-\sqrt{3}$.（填“>”“<”或“=”）

【变式 6-3】（23-24 七年级下·山东滨州·期中）比较大小：$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$____0.5，$\sqrt[3]{9}$____2.5，$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$____$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

考点七：实数的混合运算

例 7.（23-24 七年级下·广西南宁·期中）计算：$\sqrt[3]{-27}+\sqrt{(-2)^2}+\left|-\sqrt{2}\right|$.

【变式 7-1】（23-24 七年级下·广西南宁·期中）计算：$\sqrt{4}+\sqrt[3]{-27}-\left|2-\sqrt{3}\right|+(-1)^2$.

【变式 7-2】（23-24 七年级下·湖北恩施·期中）计算：

(1) $\left|-1\right|+\sqrt[3]{-8}-\sqrt{(-3)^2}$；

(2) $\sqrt{81}+\sqrt[3]{-27}+\sqrt{4}-\left|\sqrt{3}-2\right|$.

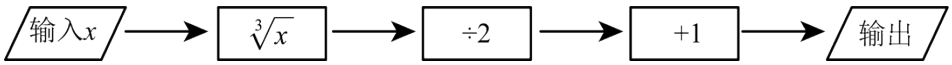
【变式 7-3】（23-24 七年级下·黑龙江哈尔滨·阶段练习）计算

(1) $\sqrt{0.04}+\sqrt[3]{-8}-\sqrt{\dfrac{9}{4}}$

(2) $\left|\sqrt{3}-2\right|-\left(3-\sqrt{3}\right)+\sqrt[3]{-64}$

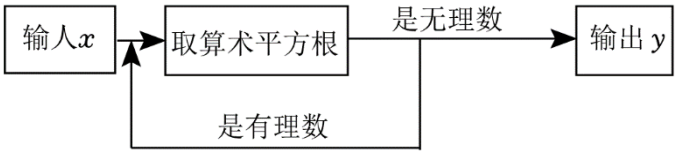
考点八：程序设计与实数运算

例 8.（23-24 七年级下·四川南充·期中）下面是一个简单的数值运算程序：



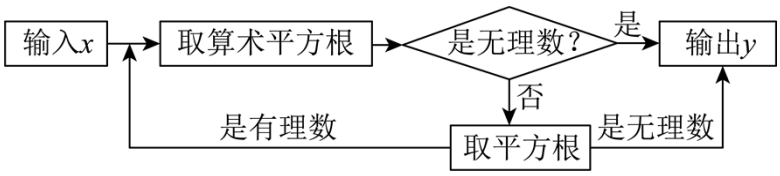
当输入 x 的值是 -125 时，输出的结果是___

【变式 8-1】（23-24 九年级下·湖北襄阳·阶段练习）有一个数值转换器，原理如图：

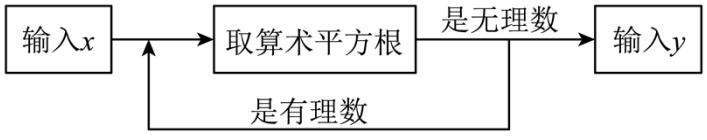


当输入的 $x=64$ 时，输出的 y 等于_____.

【变式 8-2】（23-24 八年级下·山东潍坊·阶段练习）按如图所示的程序计算，若开始输入的值为 25，则最后输出的 y 值是_____.



【变式 8-3】（23-24 七年级下·河北石家庄·阶段练习）有一个数值转换器，原理如图.



（1）当输入的 x 为 16 时，输出的 $y=$_____.

（2）若始终输不出 y 值、则输入的 $x=$_____.

考点九：新定义下的实数运算

例 9.（23-24 七年级下·内蒙古赤峰·期中）用“@”表示一种新运算；对于任意正实数 a，b，都有 $a@b=\sqrt{b}+1$，如 $8@9=\sqrt{9}+1$，则 $m@(m@9)$ 的结果是_____.

【变式 9-1】（23-24 七年级下·云南昆明·期中）两头牛背上的架子称为轭，轭使两头牛同步行走．共轭即为按一定的规律相配的一对，在数学中有共轭复数、共轭根式、共轭双曲线、共轭矩阵等．

共轭实数定义：把形如 $a+b\sqrt{m}$ 和 $a-b\sqrt{m}$（a，b 有理数且 $b\neq0$，m 为正整数且开方开不尽）的两个实数称为共轭实数．

在学习了第六章《实数》的内容后，数学兴趣小组设计了如下问题：

(1)根据共轭实数定义我们可以判定：$8+3\sqrt{2}$ 与 $8-2\sqrt{3}$ _共轭实数；$8-2\sqrt{3}$ 与 $8+2\sqrt{3}$ _共轭实数（填“是”或“不是”）；

(2)请你设计并写出一对共轭实数．它们是_与_；

(3)小明发现共轭实数 $a+b\sqrt{m}$ 和 $a-b\sqrt{m}$ 运算结果（如：和、差、积、商等）都有一定的规律．请你求共轭实数 $5+7\sqrt{3}$ 与 $5-7\sqrt{3}$ 的和与差．

①$(5+7\sqrt{3})+(5-7\sqrt{3})$；

②$(5+7\sqrt{3})-(5-7\sqrt{3})$.

【变式 9-2】（23-24 七年级下·湖北荆州·期中）给出定义如下：若点 (a,b) 满足 $\sqrt{a}-b=\left(\sqrt{b}\right)^2-a$，（$a\geq0$，$b\geq0$），则称这个点为“秀点”如：$\sqrt{9}-6=(\sqrt{6})^2-9$，故点 $(9,6)$ 是“秀点”.

(1)点 $A(16,8)$，点 $B(12,15)$，点 $C\left(\frac{4}{9},\frac{5}{9}\right)$ 中，是“秀点“的是_；

(2)若点 $D\left(\frac{9}{49},x\right)$ 是“秀点”，求 x 的值；

(3)是否存在点 $M(m,m)$，使点 M 是“秀点”，若存在，求出 $-m^2+\sqrt[3]{-m}$ 的值；若不存在，说明理由．

【变式 9-3】（23-24 七年级下·北京·期中）我们规定用 (a,b) 表示一对数对，给出如下定义：记 $m=\frac{1}{\sqrt{a}}$，$n=\sqrt{b}$（其中 $a>0$，$b>0$），将 (m,n) 与 (n,m) 称为数对 (a,b) 的一对“和谐数对”．例如：$(4,1)$

的一对“和谐数对”为$\left(\frac{1}{2},1\right)$和$\left(1,\frac{1}{2}\right)$.

(1)数对$(9,5)$的一对“和谐数对”是_____；

(2)若数对$(16,b)$的一对“和谐数对”相同，则b的值为_____；

(3)若数对(a,b)的一个“和谐数对”是$(5,4)$，直接写出ab的值_____.

考点十：与实数运算相关的规律题

例 10. （23-24 八年级下·四川绵阳·期中）已知数列：$\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{6}}{6}$，$\frac{\sqrt{2}}{4}$，$\frac{\sqrt{10}}{10}$，……那么第 6 个数是_____.

【变式 10-1】（23-24 七年级下·湖北咸宁·期中）已知按照一定规律排成的一列实数：-1，$\sqrt{2}$，$\sqrt[3]{3}$，-2，$\sqrt{5}$，$\sqrt[3]{6}$，$-\sqrt{7}$，$\sqrt{8}$，$\sqrt[3]{9}$，$-\sqrt{10}$，…则按此规律可推得这一列数中的第 100 个数是_____

【变式 10-2】（23-24 七年级下·北京·期中）将 1，$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{5}$，$\sqrt{6}$ 按如图方式排列．若规定(m,n)表示第m排从左向右第n个数，则$(7,3)$所表示的数是_____；$(5,2)$与$(20,17)$表示的两数之积是_____.

1	第1排
$\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$	第2排
$\sqrt{5}$ $\sqrt{6}$ 1	第3排
$\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{5}$ $\sqrt{6}$	第4排
1 $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{5}$ $\sqrt{6}$	第5排
……	……

【变式 10-3】（23-24 八年级下·河北承德·开学考试）将$1,\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{6}$按如图所示方式排列，若规定$(m,n)$表示第$m$排从左往右第$n$个数.

1	第1排
$\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$	第2排
$\sqrt{6}$ 1 $\sqrt{2}$	第3排
$\sqrt{3}$ $\sqrt{6}$ 1 $\sqrt{2}$	第4排
$\sqrt{3}$ $\sqrt{6}$ 1 $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$	第5排
……	……

（1）当$m=4$，$n=3$时，(m,n)为_____；

（2）则$(7,6)$表示的数是_____.

模块四 小试牛刀过关测

一、单选题

1．（22-23 七年级上·浙江杭州·期中）$-\sqrt{3}$ 的绝对值是（　　）

A．$-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$　　B．$-\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．5

2．（2024 七年级下·安徽·专题练习）在下列四个说法中，正确的有（　）个：

①不带根号的数一定是有理数；

②$\sqrt[3]{5}$ 是一个负数；

③已知 a 是实数，则 $\sqrt{a^2}=|a|$；

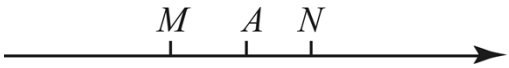
④全体实数和数轴上的点是一一对应．

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

3．（23-24 七年级下·黑龙江·期中）在实数 $\sqrt{3}$，$\sqrt[3]{8}$，$\dfrac{22}{7}$，$\dfrac{\pi}{3}$，0.2020020002…（每两个相邻的 2 中间依次多一个 0）中，无理数有（　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

4．（2024·辽宁大连·二模）如图，数轴上点 M，N 表示两个连续整数，点 A 表示的数是 $\sqrt{13}$，则点 N 表示的数是（　）



A．3　　B．4　　C．5　　D．6

5．（23-24 七年级下·广东韶关·期中）按一定规律排列的一列数 $\sqrt{3}$，$\dfrac{\sqrt{7}}{2}$，$\dfrac{\sqrt{11}}{3}$，$\dfrac{\sqrt{15}}{4}$，其第 8 个数为（　）

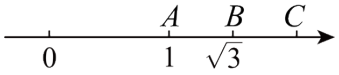
A．$\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$　　B．$\dfrac{\sqrt{29}}{8}$　　C．$\dfrac{\sqrt{31}}{8}$　　D．$\dfrac{\sqrt{35}}{8}$

二、填空题

6．（2024·重庆·二模）计算：$\left|\sqrt{3}-1\right|+\sqrt[3]{8}=$_____．

7．（23-24 八年级下·重庆永川·期中）比较大小：$2\sqrt{3}$ ____ $3\sqrt{2}$，$-\sqrt{5}$ ____ $-\pi$．

8．（23-24 七年级下·河北沧州·阶段练习）如图，数轴上 A，B 点对应的实数分别是 1 和 $\sqrt{3}$．若点 A 关于点 B 的对称点为点 C（即 $2AB=BC$），则点 C 所对应的实数为_____．



9．（23-24 七年级下·湖北荆门·期中）对于任意不相等的两个数 a，b．定义一种运算※如下：

$a※b=\dfrac{\sqrt{a+b}}{a-b}$，如 $3※2=\dfrac{\sqrt{3+2}}{3-2}=\sqrt{5}$，那么 $6※3=$____．

10．（23-24 七年级下·山东济宁·期中）任何实数 a，可用 $[a]$ 表示不超过 a 的最大整数，如 $[4]=4$，$[\sqrt{3}]=1$，现对 72 进行如下操作，这样对 72 只需进行 3 次操作后变为 1，只需进行 3 次操作后变为 1 的所有正整数中，最大的是_____.

$$72\xrightarrow{\text{第一次}}[\sqrt{72}]=8\xrightarrow{\text{第二次}}[\sqrt{8}]=2\xrightarrow{\text{第三次}}[\sqrt{2}]=1$$

三、解答题

11．（23-24 七年级下·河南新乡·期中）计算：

(1) $\sqrt{4}+\sqrt[3]{-8}-\sqrt{\dfrac{1}{4}}$.　　(2) $-\left(-\sqrt[3]{64}\right)-\left|\sqrt{2}-\sqrt{9}\right|+\sqrt{2}-2\sqrt{2}$.

12．（23-24 七年级下·广东珠海·期中）把下列各数的序号分别填入相应的集合内：

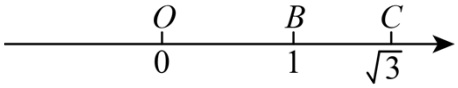
①$-\dfrac{11}{12}$，②$\sqrt[3]{2}$，③$1-\sqrt{4}$，④0，⑤$-\sqrt{0.4}$，⑥$\sqrt[3]{-125}$，⑦$-\dfrac{\pi}{4}$，⑧0.13030030003…（相邻的两个 3 之间依次多 1 个 0），⑨$0.2\dot{5}$，⑩3.14.

(1)负实数集合：（　）

(2)分数集合：（　）

(3)无理数集合：（　）

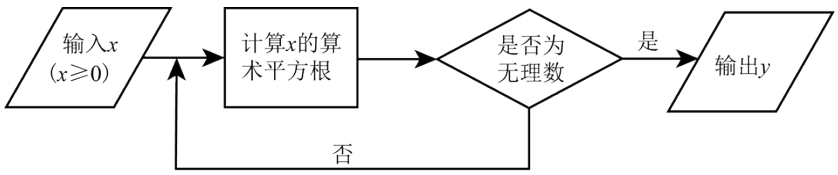
13．（23-24 七年级下·河北廊坊·期中）如图，数轴上点 O，B，C 所表示的数分别为 0，1，$\sqrt{3}$，且点 A 在原点 O 的左侧，点 A 到点 O 的距离与点 B 到点 C 的距离相等，设点 A 所表示的实数为 x.



(1)求实数 x 的值；

(2)求 $|x|+|x+1|$ 的值.

14．（23-24 七年级下·江苏南通·期中）如图是一个数值转换器示意图：



(1)当输入的 x 为 36 时，输出的 y 的值是_____；

(2)若输入 x 值后，始终输不出 y 的值，则满足题意的 x 值是_____；

(3)若输出的$y>2$，则x的最小整数值是_____.

15．（23-24八年级下·河南驻马店·期中）我们知道，任意一个有理数与无理数的和为无理数，任意一个不为零的有理数与一个无理数的积为无理数，而零与无理数的积为零，由此可得：如果$mx+n=0$，其中m，n为有理数，x为无理数，那么$m=0$，$n=0$，运用上述知识解决下列问题：

(1)若m，n为有理数，且$(m+1)\times\sqrt{3}+n-2=0$，求$m$，$n$的值；

(2)若m，n为有理数，且$3m-n+(2m+4)\times\sqrt{5}=2$，求$n-4m$的立方根；

(3)若m，n为有理数，且$(m+1)\times\sqrt{2}+m-17=2\sqrt{2}-n^2$，则$|m+n|=$_____.

第 07 讲 实数

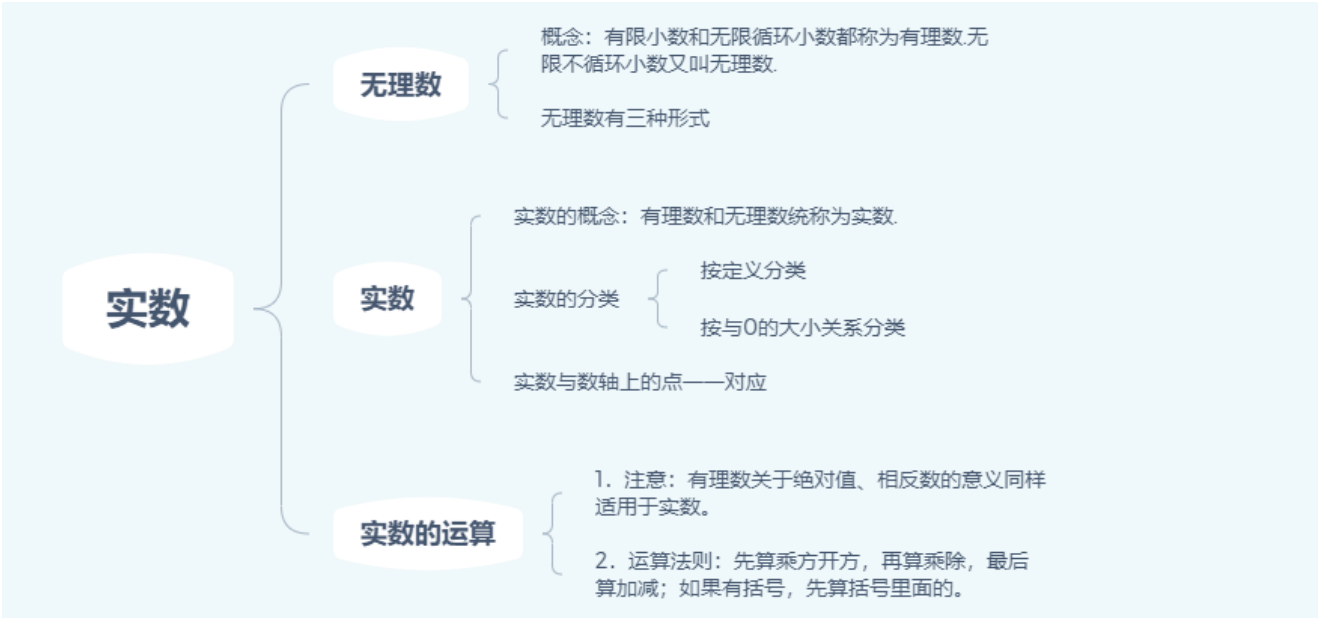
模块导航

模块一　思维导图串知识
模块二　基础知识全梳理（吃透教材）
模块三　核心考点举一反三
模块四　小试牛刀过关测

素养目标

1．了解无理数的概念，能识别无理数及分类；
2．掌握实数的概念及分类，掌握实数在数轴上的表示；
3．熟练掌握实数的运算的法则及相关运算.

模块一 思维导图串知识



模块二 基础知识全梳理

知识点 1：无理数

概念：有限小数和无限循环小数都称为有理数. 无限不循环小数又叫无理数.

注意：(1)无理数的特征：无理数的小数部分位数无限. 无理数的小数部分不循环，不能表示成分数的形式

(2)常见的无理数有三种形式：①含 π 类. ②看似循环而实质不循环的数，如：1. 313113111……. ③带有根号的数，但根号下的数字开方开不尽，如 $\sqrt{5}$.

知识点 2 ：实数

1. **实数的概念：**有理数和无理数统称为实数.

2. **实数的分类**

按定义分：　　按与 0 的大小关系分：

实数$\begin{cases}\text{有理数：有限小数或无限循环小数}\\ \text{无理数：无限不循环小数}\end{cases}$

实数$\begin{cases}\text{正数}\begin{cases}\text{正有理数}\\ \text{正无理数}\end{cases}\\ 0\\ \text{负数}\begin{cases}\text{负有理数}\\ \text{负无理数}\end{cases}\end{cases}$

3. 实数与数轴上的点一一对应.

数轴上的任何一个点都对应一个实数，反之任何一个实数都能在数轴上找到一个点与之对应.

知识点 3：实数的运算

1. **注意**：有理数关于绝对值、相反数的意义同样适用于实数。

2. **运算法则**：先算乘方开方，再算乘除，最后算加减；如果有括号，先算括号里面的。

模块三 核心考点举一反三

考点一：无理数的概念

例 1.（23-24 七年级下·内蒙古赤峰·期中）下列各数中，无理数的个数是（　）

$-\frac{22}{7}$，3.141，$\sqrt[3]{-27}$，π，0，5，0.21，0.1010010001…（每两个相邻的 1 之间依次多一个 0）

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

【答案】A

【分析】本题考查了无理数的定义，根据无限不循环小数是无理数进行逐项分析，即可作答.

【详解】解：$\because\sqrt[3]{-27}=-3$，

$\therefore-\frac{22}{7}$，3.141，$\sqrt[3]{-27}$，0，5，0.21 都不是无理数

$\therefore\pi$，0.1010010001…（每两个相邻的 1 之间依次多一个 0）是无理数，

故选：A.

【变式 1-1】（23-24 七年级下·四川泸州·期中）在实数$\frac{\pi}{3}$，$\sqrt[3]{8}$，1.313313331…，$\frac{22}{7}$，$\sqrt{10}$ 中无理数有（　　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【答案】C

【分析】此题考查了无理数，计算立方根，再根据无限不循环小数是无理数进行判断即可.

【详解】解：$\sqrt[3]{8}=2$ 是整数，$\frac{22}{7}$ 是分数，它们不是无理数；

$\frac{\pi}{3}$，1.313313331…，$\sqrt{10}$ 是无限不循环小数，它们是无理数，共 3 个，

故选：C.

【变式 1-2】（23-24 七年级下·山东德州·期中）实数 0.321，4.2，$\frac{\pi}{2}$，$\sqrt{0.4}$，$-\sqrt[3]{0.001}$，0，$\frac{1}{7}$，0.121121112L（每两个 2 之间依次多一个 1），其中无理数有（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【答案】C

【分析】本题考查了无理数的判断，无理数是无限不循环小数，据此逐个判断即可求解.

【详解】解：0.321 是有限小数，是有理数；

4.2 是有限小数，是有理数；

$\frac{\pi}{2}$ 是无限不循环小数，是无理数；

$\sqrt{0.4}$ 是无限不循环小数，是无理数；

$-\sqrt[3]{0.001}=-0.1$，是有限小数，是有理数；

0 是整数，是有理数；

$\frac{1}{7}$ 是分数，是有理数；

0.121121112L（每两个 2 之间依次多一个 1）是无限不循环小数，是无理数

∴有理数共有 3 个.

故选：C

【变式 1-3】（23-24 七年级下·内蒙古通辽·期中）在实数 $\sqrt[3]{2}$，$\frac{22}{7}$，$-0.1010010001\ldots$，$\sqrt{49}$，$\frac{\pi}{3}$，$\sqrt{5}+1$，0 中，无理数有（　　）个

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

【答案】C

【分析】本题考查了无理数的概念，准确掌握无理数的概念是解题的关键.

根据无限不循环的小数是无理数判断即可.

【详解】解：∵$\sqrt{49}=7$

∴$\frac{22}{7}$，$\sqrt{49}$，0 是有理数，

$\sqrt[3]{2}$，$-0.1010010001\ldots$，$\frac{\pi}{3}$，$\sqrt{5}+1$ 是无理数，共 4 个；

故选：C.

考点二：实数概念理解

例 2.（22-23 七年级下·河南许昌·期中）下列说法正确的是（　　）

A．无理数都是无限小数　　B．无理数都是带根号的数

C．无理数的和还是无理数　　D．实数包括有理数、无理数和 0

【答案】A

【分析】利用实数、有理数、无理数的定义判断即可得到结果.

【详解】解：无理数都是无限小数，符合定义，所以 A 选项正确；

带根号的数都是无理数，可以举反例，$\sqrt{4}$ 是有理数，所以 B 选项错误；

无理数的和还是无理数，可以举反例，$\pi+(-\pi)=0$ 是有理数，所以 C 选项错误；

实数包括有理数、无理数，0 也是有理数，所以 D 选项错误；

故选：A.

【点睛】本题考查实数、有理数、无理数的概念，理解无理数的分类中各自的含义是解题的关键.

【变式 2-1】（22-23 七年级下·福建福州·期末）下列说法正确的是(　)

A．实数分为正实数和负实数　　B．无限小数都是无理数

C．带根号的数都是无理数　　D．无理数都是无限不循环小数

【答案】D

【分析】根据实数的分类以及有关概念逐一分析即可解决.

【详解】A.实数分为正实数、负实数和零，故此选项错误；

B.无限不循环小数是无理数，无限循环小数是有理数，故此选项错误；

C.带根号的数不一定是无理数，如$\sqrt{4}$，$\sqrt{9}$等，故此选项错误；

D.无理数都是无限不循环小数，故此选项正确；

故选：D

【点睛】此题考查了实数的分类以及有关概念，掌握实数的分类和相关概念是解答此题的关键.

【变式 2-2】（22-23 七年级下·上海杨浦·期末）下列说法中，错误的是（　）

A．实数可分为有理数和无理数　　B．无理数可分为正无理数和负无理数；

C．无理数都是无限小数　　D．无限小数都是无理数.

【答案】D

【分析】有理数与无理数统称实数，无限不循环小数是无理数，根据概念逐一分析即可.

【详解】解：实数可分为有理数和无理数，原说法正确，故 A 不符合题意；

无理数可分为正无理数和负无理数，原说法正确，故 B 不符合题意；

无理数都是无限小数，原说法正确，故 C 不符合题意；

无限不循环小数都是无理数，原说法错误，故 D 符合题意；

故选：D

【点睛】本题考查的是实数的分类，无理数的含义，熟记概念是解本题的关键.

【变式 2-3】（22-23 七年级下·上海嘉定·阶段练习）下列说法中，正确的是（　　）

A．无限小数都是无理数　　B．无理数都是带有根号的数

C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$、$\frac{\pi}{3}$都是分数　　D．实数分为正实数，负实数和零

【答案】D

【分析】直接利用相关实数的性质分析得出答案.

【详解】解：A、无限不循环小数都是无理数，原说法错误，本选项不符合题意；

B、无理数不一定是带有根号的数，原说法错误，本选项不符合题意；

C、$\frac{\sqrt{2}}{2}$、$\frac{\pi}{3}$都是无理数，不是分数，原说法错误，本选项不符合题意；

D、实数分为正实数．负实数和零，正确，本选项符合题意；

故选：D.

【点睛】本题主要考查了实数的性质，属于基础知识的考查，掌握相关概念或性质解答即可.

考点三：实数的分类

例 3.（23-24 七年级下·河南安阳·期中）把下列各数的序号分别填入相应的集合内：①$-\frac{11}{12}$，②$\sqrt[3]{2}$，③$1-\sqrt{4}$，④0，⑤$-\sqrt{0.4}$，⑥$\sqrt[3]{-125}$，⑦$-\frac{\pi}{4}$，⑧0.13030030003…（相邻的两个 3 之间依次多 1 个 0），⑨0.23，⑩3.14

(1)整数集合：（　　）

(2)分数集合：（　　）

(3)无理数集合：（　　）

【答案】(1)③④⑥

(2)①⑨⑩

(3)②⑤⑦⑧

【分析】本题考查了有理数、实数和无理数的分类，熟练掌握无理数、有理数、实数的分类是解题的关键.

（1）根据整数的定义作答即可；

（2）根据分数的定义作答即可；

（3）根据无理数的定义作答即可.

【详解】（1）解：　③$1-\sqrt{4}=1-2=-1$是整数，④0 是整数，⑥$\sqrt[3]{-125}=-5$是整数，

整数集合：　③④⑥

故答案为：　③④⑥

（2）①$-\frac{11}{12}$是分数，⑨0.23 是分数，⑩3.14 是分数.

分数集合：①⑨⑩

故答案为：①⑨⑩

（3）②$\sqrt[3]{2}$是无理数，⑤$-\sqrt{0.4}$是无理数，⑦$-\frac{\pi}{4}$是无理数，⑧0.13030030003…（相邻的两个 3 之间依次多 1 个 0)是无理数，无理数集合

故答案为：②⑤⑦⑧

【变式 3-1】（23-24 七年级下·湖北·期中）选择下列各数对应的序号填入相应的集合里

①$-\frac{1}{2}$，②$-\sqrt{3}$，③$\frac{\sqrt{2}}{3}$，④$\frac{9}{2}$，⑤$-\sqrt[3]{-8}$，⑥0，⑦$-\pi$，⑧$-\frac{119}{3}$，⑨$-4.20\dot{1}\dot{8}$，⑩3.1010010001L（每相邻两个 1 之间 0 的个数逐次加 1）

无理数集合：{_____…}

分数集合：{_____…}

负实数集合：{_____…}

【答案】②③⑦⑩；①④⑧⑨；①②⑦⑧⑨

【分析】本题考查了实数的分类，根据无理数是无限不循环小数、分数的定义、负实数的定义逐项分析即可得出答案，熟练掌握无理数的定义、分数的定义、负实数的定义是解此题的关键.

【详解】解：由题意得：$-\sqrt[3]{-8}=2$，

无理数集合：{②③⑦⑩}，

分数集合：{①④⑧⑨}，

负实数集合：{①②⑦⑧⑨}.

【变式 3-2】（23-24 七年级下·陕西渭南·期中）把下列各数填入相应的集合内：

0，$\frac{24}{7}$，$-\frac{\sqrt{5}}{3}$，$\frac{\pi}{3}$，$-\sqrt{\frac{1}{16}}$，$\sqrt[3]{-8}$，$\sqrt{49}$，3.1011.

(1)整数集合{_____}；

(2)分数集合{_____}；

(3)无理数集合{_____}.

【答案】(1)$0,\sqrt[3]{-8},\sqrt{49}$

(2)$\frac{24}{7},-\sqrt{\frac{1}{16}},3.1011$

(3)$-\frac{\sqrt{5}}{3},\frac{\pi}{3}$

【分析】本题主要考查了实数的分类：

（1）先计算算术平方根和立方根，再根据整数的定义求解即可；

（2）根据分数的定义求解即可；

（3）无限不循环小数叫无理数，初中范围内常见的无理数有三类：①π类，如2π，$\frac{\pi}{3}$等；②开方开不尽的数，如$\sqrt{2}$，$\sqrt[3]{5}$等；③虽有规律但却是无限不循环的小数，如0.1010010001…（两个1之间依次增加1个0），0.2121121112…（两个2之间依次增加1个1）等，据此求解即可.

【详解】（1）解：$-\sqrt{\frac{1}{16}}=-\frac{1}{4}$，$\sqrt[3]{-8}=-2$，$\sqrt{49}=7$，

∴整数集合：$\left\{0,\sqrt[3]{-8},\sqrt{49}\right\}$，

故答案为：$0,\sqrt[3]{-8},\sqrt{49}$；

（2）解：分数集合：$\left\{\frac{24}{7},-\sqrt{\frac{1}{16}},3.1011\right\}$，

故答案为：$\frac{24}{7},-\sqrt{\frac{1}{16}},3.1011$；

（3）解：无理数集合：$\left\{-\frac{\sqrt{5}}{3},\frac{\pi}{3}\right\}$，

故答案为：$-\frac{\sqrt{5}}{3},\frac{\pi}{3}$.

【变式3-3】（23-24七年级下·广东广州·期中）把下列各数的序号分别填入相应的集合内：

①$-\frac{11}{12}$，②$\sqrt[3]{2}$，③$1-\sqrt{4}$，④0，⑤$\sqrt{0.4}$，⑥$\sqrt[3]{-125}$，⑦$-\frac{\pi}{4}$，⑧0.13030030003…（相邻的两个3之间依次多1个0），⑨$0.2\dot{3}\dot{3}$，⑩3.14.

(1)整数集合：{　　}；

(2)分数集合：{　　}，

(3)无理数集合：{　　}.

【答案】(1)③④⑥

(2)①⑨⑩

(3)②⑤⑦⑧

【分析】本题考查了无理数、有理数、实数的分类．熟练掌握无理数、有理数、实数的分类是解题的关键.

（1）根据整数的定义作答即可；

（2）根据分数的定义作答即可；

（3）根据无理数的定义作答即可.

【详解】（1）①$-\frac{11}{12}$是分数，②$\sqrt[3]{2}$是无理数，③$1-\sqrt{4}=1-2=-1$是整数，④0是整数，⑤$\sqrt{0.4}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/016044204024010201