2024届辽宁省沈阳市高考考前冲刺必刷卷（三）数学试题全国Ⅰ卷

注意事项:

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2．答题时请按要求用笔。

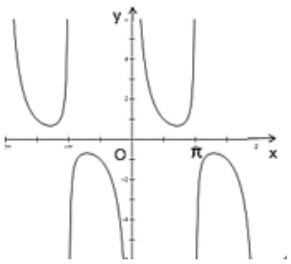
3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

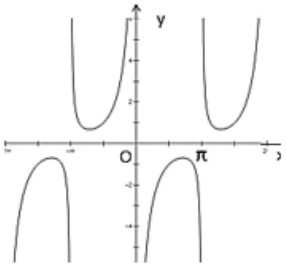
4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

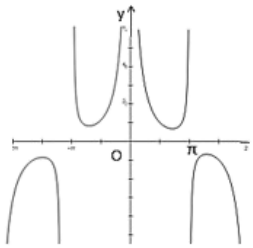
5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

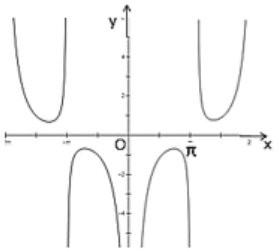
一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．$f\left(x\right)=\dfrac{e^{\cos x}}{\sin x}$在原点附近的部分图象大概是（　　）

A．

B．

C．

D．

2．已知双曲线C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}$=1($a$>0，$b$>0)的右焦点为$F$，过原点$O$作斜率为$\dfrac{4}{3}$的直线交$C$的右支于点$A$，若$|OA|=|OF|$，则双曲线的离心率为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{5}$　　C．2　　D．$\sqrt{3}+1$

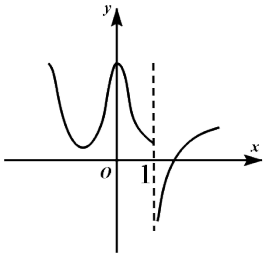
3．已知直线m,n和平面α，若$m\perp\alpha$，则“$m\perp n$”是“$n//\alpha$”的（　　）

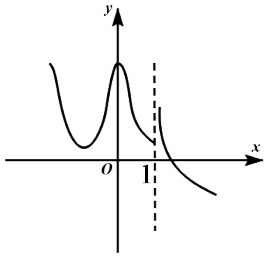
A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充分必要条件　D．不充分不必要

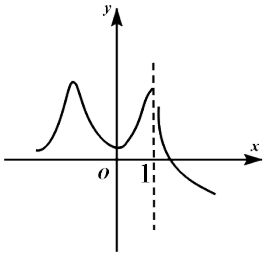
4．已知$a=\log_3\sqrt{2}$，$b=\ln 3$，$c=2^{-0.99}$，则a,b,c的大小关系为（　　）

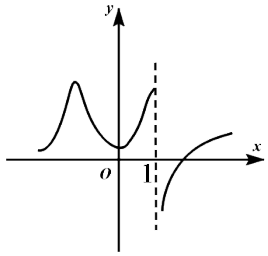
A．$b>c>a$　　B．$a>b>c$　　C．$c>a>b$　　D．$c>b>a$

5．函数$f(x)=\begin{cases}\ln(x-\dfrac{1}{x}),x>1,\\ e^{\cos\pi x},x\le 1\end{cases}$的图象大致是（　　）

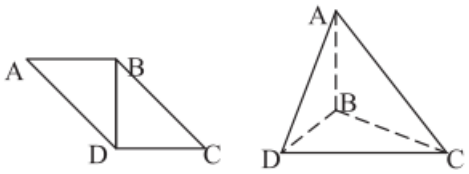
A．

B．

C．

D．

6．如图，将两个全等等腰直角三角形拼成一个平行四边形 $ABCD$，将平行四边形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折起，使平面 $ABD\perp$ 平面 BCD，则直线 AC 与 BD 所成角余弦值为（　　）



A．$\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

7．若双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{4}=1$ 的离心率为 $\sqrt{3}$，则双曲线的焦距为（　　）

A．$2\sqrt{6}$　　B．$2\sqrt{5}$　　C．6　　D．8

8．已知集合 $A=\{1,3,5,7\}$，$B=\{2,3,4,5\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{3\}$　　B．$\{5\}$　　C．$\{3,5\}$　　D．$\{1,2,3,4,5,7\}$

9．若 $a_0+a_1(2x-1)+a_2(2x-1)^2+a_3(2x-1)^3+a_4(2x-1)^4+a_5(2x-1)^5=x^5$，则 a_2 的值为（　　）

A．$\frac{5}{4}$　　B．$\frac{5}{8}$　　C．$\frac{5}{16}$　　D．$\frac{5}{32}$

10．下列四个结论中正确的个数是

（1）对于命题 $p:\exists x_0\in R$ 使得 $x_0^2-1\le 0$，则 $\neg p:\exists x\in R$ 都有 $x^2-1>0$；

（2）已知 $X:\ N(2,\sigma^2)$，则 $P(X>2)=0.5$

（3）已知回归直线的斜率的估计值是 2，样本点的中心为（4,5），则回归直线方程为 $\hat{y}=2x-3$；

（4）“$x\geq 1$”是“$x+\frac{1}{x}\geq 2$”的充分不必要条件.

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

11．设x，y满足约束条件$\begin{cases}3x-4y+10\geq 0\\ x+6y-4\geq 0\\ 2x+y-8\leq 0\end{cases}$，则$z=x+2y$的最大值是（　　）

A．4　　B．6　　C．8　　D．10

12．高三珠海一模中，经抽样分析，全市理科数学成绩X近似服从正态分布$N\left(85,\sigma^2\right)$，且$P(60<X\leq 85)=0.3$．从中随机抽取参加此次考试的学生500名，估计理科数学成绩不低于110分的学生人数约为（　　）

A．40　　B．60　　C．80　　D．100

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．函数$f(x)=\cos^2 x$的最小正周期是_____，单调递增区间是_____.

14．请列举用0,1,2,3这4个数字所组成的无重复数字且比210大的所有三位奇数：_____.

15．函数$y=4x^2+\frac{1}{x}$的单调增区间为_____.

16．已知函数$f(x)=-x^3+\sin x$，若$f(a)=M$，则$f\left(-a\right)=$_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）在某社区举行的2020迎春晚会上，张明和王慧夫妻俩参加该社区的“夫妻蒙眼击鼓”游戏，每轮游戏中张明和王慧各蒙眼击鼓一次，每个人击中鼓则得积分100分，没有击中鼓则扣积分50分，最终积分以家庭为单位计分.已知张明每次击中鼓的概率为$\frac{3}{4}$，王慧每次击中鼓的概率为$\frac{2}{3}$；每轮游戏中张明和王慧击中与否互不影响，假设张明和王慧他们家庭参加两轮蒙眼击鼓游戏.

（1）若家庭最终积分超过200分时，这个家庭就可以领取一台全自动洗衣机，问张明和王慧他们家庭可以领取一台全自动洗衣机的概率是多少？

（2）张明和王慧他们家庭两轮游戏得积分之和ξ的分布列和数学期望$E(\xi)$.

18．（12分）已知函数$f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)\left(A>0,\omega>0,-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$的最小正周期是$\pi$，且当$x=\frac{\pi}{6}$时，$f\left(x\right)$取得最大值$2$.

（1）求$f\left(x\right)$的解析式；

（2）作出$f\left(x\right)$在$\left[0,\pi\right]$上的图象（要列表）.

19．（12分）已知直线$y=x-1$是曲线$f(x)=a\ln x$的切线.

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式，

（2）若 $t \le 3-4\ln 2$，证明:对于任意 $m>0$，$h(x)=mx-\sqrt{x}+f(x)+t$ 有且仅有一个零点.

20.（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1：$\begin{cases} x=1+r\cos\theta, \\ y=\sqrt{3}+r\sin\theta, \end{cases}$（$\theta$ 为参数，$r>0$），曲线 C_2：$\begin{cases} x=5+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t, \\ y=\sqrt{3}+\dfrac{1}{2}t, \end{cases}$（$t$ 为参数）.若曲线 C_1 和 C_2 相切.

（1）在以 O 为极点，x 轴非负半轴为极轴的极坐标系中，求曲线 C_1 的普通方程；

（2）若点 M，N 为曲线 C_1 上两动点，且满足 $\angle MON=\dfrac{\pi}{3}$，求 ΔMON 面积的最大值.

21.（12 分）某商店举行促销反馈活动，顾客购物每满 200 元，有一次抽奖机会（即满 200 元可以抽奖一次，满 400 元可以抽奖两次，依次类推）.抽奖的规则如下：在一个不透明口袋中装有编号分别为 1，2，3，4，5 的 5 个完全相同的小球，顾客每次从口袋中摸出一个小球，共摸三次，每次摸出的小球均不放回口袋，若摸得的小球编号一次比一次大（如 1，2，5），则获得一等奖，奖金 40 元；若摸得的小球编号一次比一次小（如 5，3，1），则获得二等奖，奖金 20 元；其余情况获得三等奖，奖金 10 元.

（1）某人抽奖一次，求其获奖金额 *X* 的概率分布和数学期望;

（2）赵四购物恰好满 600 元，假设他不放弃每次抽奖机会，求他获得的奖金恰好为 60 元的概率.

22.（10 分）已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d\neq 0$，$a_1=25$，且 a_1，a_{11}，a_{13} 成等比数列.

（1）求使不等式 $a_n\ge 0$ 成立的最大自然数 *n*；

（2）记数列 $\left\{\dfrac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$ 的前 *n* 项和为 T_n，求证：$-\dfrac{13}{25}\le T_n\le \dfrac{12}{25}$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

分析函数 $y=f\left(x\right)$ 的奇偶性，以及该函数在区间 $\left(0,\pi\right)$ 上的函数值符号，结合排除法可得出正确选项.

【详解】

令$\sin x \neq 0$，可得$\{x|x \neq k\pi, k \in Z\}$，即函数$y=f(x)$的定义域为$\{x|x \neq k\pi, k \in Z\}$，定义域关于原点对称，

$f(-x)=\frac{e^{\cos(-x)}}{\sin(-x)}=-\frac{e^{\cos x}}{\sin x}=-f(x)$，则函数$y=f(x)$为奇函数，排除 C、D 选项；

当$0<x<\pi$时，$e^{\cos x}>0$，$\sin x>0$，则$f(x)=\frac{e^{\cos x}}{\sin x}>0$，排除 B 选项.

故选：A.

【点睛】

本题考查利用函数解析式选择函数图象，一般要分析函数的定义域、奇偶性、单调性、零点以及函数值符号，考查分析问题和解决问题的能力，属于中等题.

2、B

【解析】

以O为圆心，以$|OF|$为半径的圆的方程为$x^2+y^2=c^2$，联立$\begin{cases}x^2+y^2=c^2\\ \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\end{cases}$，可求出点$A\left(\frac{a\sqrt{c^2+b^2}}{c},\frac{b^2}{c}\right)$，则

$\frac{\frac{b^2}{c}}{\frac{a\sqrt{c^2+b^2}}{c}}=\frac{4}{3}$，整理计算可得离心率.

【详解】

解：以O为圆心，以$|OF|$为半径的圆的方程为$x^2+y^2=c^2$，

联立$\begin{cases}x^2+y^2=c^2\\ \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\end{cases}$，取第一象限的解得$\begin{cases}x=\frac{a\sqrt{c^2+b^2}}{c}\\ y=\frac{b^2}{c}\end{cases}$，

即$A\left(\frac{a\sqrt{c^2+b^2}}{c},\frac{b^2}{c}\right)$，则$\frac{\frac{b^2}{c}}{\frac{a\sqrt{c^2+b^2}}{c}}=\frac{4}{3}$，

整理得$\left(9c^2-5a^2\right)\left(c^2-5a^2\right)=0$，

则$\frac{c^2}{a^2}=\frac{5}{9}<1$（舍去），$\frac{c^2}{a^2}=5$，

$\therefore e=\frac{c}{a}=\sqrt{5}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查双曲线离心率的求解，考查学生的计算能力，是中档题.

3、B

【解析】

由线面关系可知$m\perp n$，不能确定n与平面α的关系，若$n//\alpha$一定可得$m\perp n$，即可求出答案.

【详解】

Q$m\perp\alpha,m\perp n$,

不能确定$n\subset\alpha$还是$n\not\subset\alpha$,

$\therefore m\perp n$¿ $n//\alpha$,

当$n//\alpha$时，存在$a\subset\alpha$， $n//a,$,

由$m\perp\alpha\Rightarrow m\perp a,$

又$n//a,$可得$m\perp n$,

所以“$m\perp n$”是“$n//\alpha$”的必要不充分条件，

故选：*B*

【点睛】

本题主要考查了必要不充分条件，线面垂直，线线垂直的判定，属于中档题.

4、A

【解析】

根据指数函数与对数函数的单调性，借助特殊值即可比较大小.

【详解】

因为$\log_3\sqrt{2}<\log_3\sqrt{3}=\frac{1}{2}$,

所以$a<\frac{1}{2}$.

因为3＞e,

所以$b=\ln 3>\ln e=1$,

因为$0>-0.99>-1$， $y=2^x$为增函数,

所以$\frac{1}{2}<c=2^{-0.99}<1$

所以$b>c>a$，

故选：*A*.

【点睛】

本题主要考查了指数函数、对数函数的单调性，利用单调性比较大小，属于中档题.

5、A

【解析】

根据复合函数的单调性，同增异减以及采用排除法，可得结果.

【详解】

当$x>1$时，$f\left(x\right)=\ln(x-\frac{1}{x})$，

由$y=-\frac{1}{x},y=x$在$(1,+\infty)$递增，

所以$t=x-\frac{1}{x}$在$(1,+\infty)$递增

又$y=\ln t$是增函数，

所以$f\left(x\right)=\ln(x-\frac{1}{x})$在$(1,+\infty)$递增，故排除 B、C

当$x\le 1$时$f\left(x\right)=e^{\cos\pi x}$，若$x\in\left(0,1\right)$，则$\pi x\in\left(0,\pi\right)$

所以$t=\cos\pi x$在$\left(0,1\right)$递减，而$y=e^{t}$是增函数

所以$f\left(x\right)=e^{\cos\pi x}$在$\left(0,1\right)$递减，所以 A 正确，D 错误

故选：A

【点睛】

本题考查具体函数的大致图象的判断，关键在于对复合函数单调性的理解，记住常用的结论：增+增=增，增-减=增，减+减=减，复合函数单调性同增异减，属中档题.

6、C

【解析】

利用建系，假设AB长度，表示向量$\overrightarrow{AC}$与$\overrightarrow{BD}$，利用向量的夹角公式，可得结果.

【详解】

由平面$ABD\perp$平面BCD，$AB\perp BD$

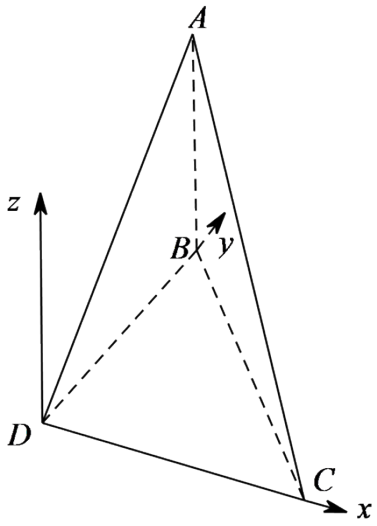
平面$ABD\cap$平面$BCD=BD$，$AB\perp$平面ABD

所以 $AB\perp$ 平面 BCD，又 $DC\subset$ 平面 BCD

所以 $AB\perp DC$，又 $DB\perp DC$

所以作 z 轴// AB ,建立空间直角坐标系 $B-xyz$

如图



设 $AB=1$，所以 $BD=1,DC=1,BC=\sqrt{2}$

则 $A(0,1,1),B(0,1,0),C(1,0,0),D(0,0,0)$

所以 $\overrightarrow{AC}=(1,-1,-1),\overrightarrow{BD}(0,-1,0)$

所以 $\cos\left\langle \overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\right\rangle=\dfrac{\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|\left|\overrightarrow{BD}\right|}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

故选：C

【点睛】

本题考查异面直线所成成角的余弦值，一般采用这两种方法：（1）将两条异面直线作辅助线放到同一个平面，然后利用解三角形知识求解；（2）建系，利用空间向量，属基础题.

7、A

【解析】

依题意可得 $b^2=4$，再根据离心率求出 a^2，即可求出 c，从而得解；

【详解】

解：∵双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{4}=1$ 的离心率为 $\sqrt{3}$，

所以$e^2=1+\frac{4}{a^2}=3$，$\therefore a^2=2$，$\therefore c=\sqrt{6}$，双曲线的焦距为$2\sqrt{6}$.

故选：A

【点睛】

本题考查双曲线的简单几何性质，属于基础题.

8、C

【解析】

分析：根据集合$A=\{1,3,5,7\},B=\{2,3,4,5\}$可直接求解$A\cap B=\{3,5\}$.

详解：$\because A=\{1,3,5,7\},B=\{2,3,4,5\}$,

$\therefore A\cap B=\{3,5\}$,

故选 C

点睛：集合题也是每年高考的必考内容，一般以客观题形式出现，一般解决此类问题时要先将参与运算的集合化为最简形式，如果是“离散型”集合可采用 Venn 图法解决，若是“连续型”集合则可借助不等式进行运算.

9、C

【解析】

根据$x^5=\frac{1}{32}[(2x-1)+1]^5$，再根据二项式的通项公式进行求解即可.

【详解】

因为$x^5=\frac{1}{32}[(2x-1)+1]^5$，所以二项式$[(2x-1)+1]^5$的展开式的通项公式为：

$T_{r+1}=C_5^r\cdot(2x-1)^{5-r}\cdot 1^r=C_5^r\cdot(2x-1)^{5-r}$，令$r=3$，所以$T_3=C_5^2\cdot(2x-1)^2$，因此有

$a_2=\frac{1}{32}\cdot C_5^3=\frac{1}{32}\cdot C_5^2=\frac{1}{32}\times\frac{5\times 4}{2}=\frac{5}{16}$.

故选：C

【点睛】

本题考查了二项式定理的应用，考查了二项式展开式通项公式的应用，考查了数学运算能力

10、C

【解析】

由题意，（1）中，根据全称命题与存在性命题的关系，即可判定是正确的；（2）中，根据正态分布曲线的性质，即可判定是正确的；（3）中，由回归直线方程的性质和直线的点斜式方程，即可判定是正确；（4）中，基本不等式和充要条件的判定方法，即可判定.

【详解】

由题意，（1）中，根据全称命题与存在性命题的关系，可知命题 $p:\exists x_0\in R$ 使得 $x_0^2-1\le 0$，则 $\neg p:\forall x\in R$ 都有 $x^2-1>0$，是错误的；

（2）中，已知 $X\sim N\left(2,\sigma^2\right)$，正态分布曲线的性质，可知其对称轴的方程为 $x=2$，所以 $P(X>2)=0.5$ 是正确的；

（3）中，回归直线的斜率的估计值是 2，样本点的中心为（4,5），由回归直线方程的性质和直线的点斜式方程，可得回归直线方程为 $\hat{y}=2x-3$ 是正确；

（4）中，当 $x\ge 1$ 时，可得 $x+\frac{1}{x}\ge 2\sqrt{x\cdot\frac{1}{x}}=2$ 成立，当 $x+\frac{1}{x}\ge 2$ 时，只需满足 $x>0$，所以“$x\ge 1$”是“$x+\frac{1}{x}\ge 2$”成立的充分不必要条件.

【点睛】

本题主要考查了命题的真假判定及应用，其中解答中熟记含有量词的否定、正态分布曲线的性质、回归直线方程的性质，以及基本不等式的应用等知识点的应用，逐项判定是解答的关键，着重考查了分析问题和解答问题的能力，属于基础题.

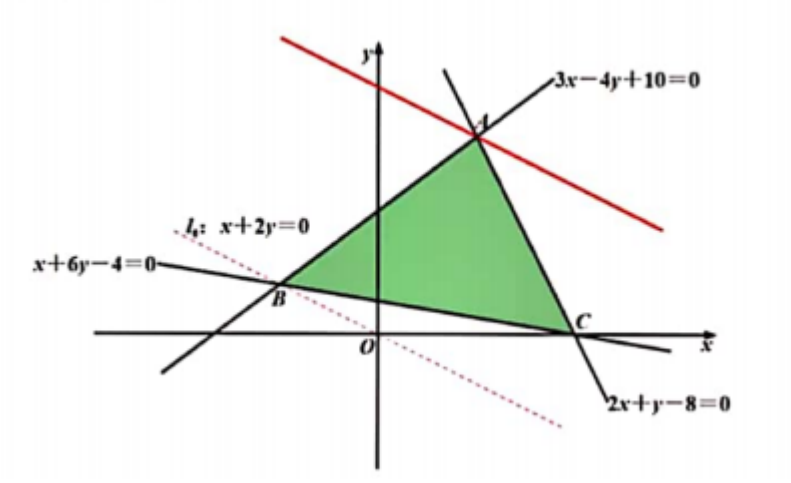
11、D

【解析】

作出不等式对应的平面区域，由目标函数的几何意义，通过平移即可求 z 的最大值.

【详解】

作出不等式组的可行域，如图阴影部分，作直线 l_0：$x+2y=0$ 在可行域内平移当过点 A 时，$z=x+2y$ 取得最大值.



由 $\begin{cases}3x-4y+10\ge 0\\ 2x+y-8\le 0\end{cases}$ 得：$A(2,4)$，$\therefore z_{\max}=10$

故选：D

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/016241132224010210