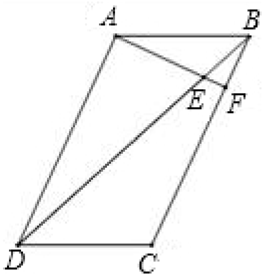
人教版八年级下册第18章《平行四边形》培优提升训练题

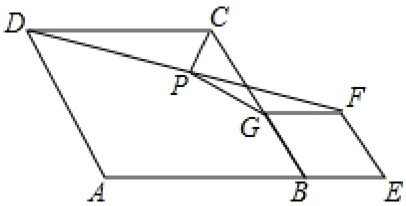
一．选择题

1．如图，▱$ABCD$中，$\angle ABC=75°$，$AF\perp BC$于F，AF交BD于E，若$DE=2AB$，则$\angle AED$的大小是（　　）



A．60°　　B．65°　　C．70°　　D．75°

2．如图，在菱形$ABCD$和菱形$BEFG$中，点A、B、E在同一直线上，P是线段DF的中点，连接PG，PC．若$\angle ABC=\angle BEF=60°$，则$\frac{PG}{PC}=$（　　）



A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

3．如图，在矩形$ABCD$中，点E是AD的中点，$\angle EBC$的平分线交CD于点F，将△DEF沿EF折叠，点D恰好落在BE上M点处，延长BC、EF交于点N．有下列四个结论：

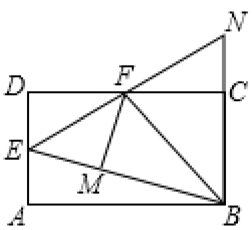
①$DF=CF$；

②$BF\perp EN$；

③△BEN是等边三角形；

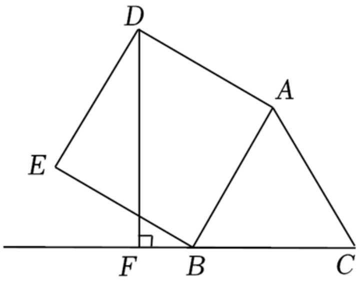
④$S_{\triangle BEF}=3S_{\triangle DEF}$．

其中，将正确结论的序号全部选对的是（　　）



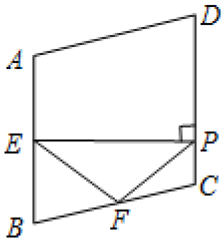
A．①②③　　B．①②④　　C．②③④　　D．①②③④

4．如图，在边长为2的等边三角形ABC的外侧作正方形$ABED$，过点D作$DF\perp BC$，垂足为F，则DF的长为（　　）



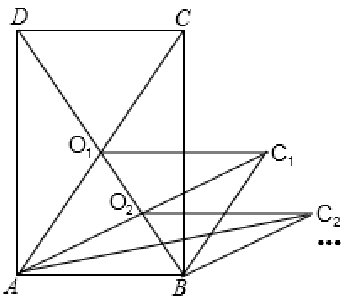
A．$2\sqrt{3}+2$　　B．$5-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$3-\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{3}+1$

5．如图，在菱形 $ABCD$ 中，$\angle A=100°$，E，F 分别是边 AB 和 BC 的中点，$EP\perp CD$ 于点 P，则 $\angle FPC=$（　　）



A．$35°$　　B．$45°$　　C．$50°$　　D．$55°$

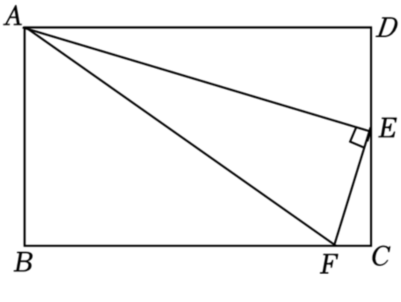
6．如图，矩形 $ABCD$ 的面积为 5，它的两条对角线交于点 O_1，以 AB、AO_1 为两邻边作平行四边形 ABC_1O_1，平行四边形 ABC_1O_1 的对角线交于点 O_2，同样以 AB、AO_2 为两邻边作平行四边形 ABC_2O_2，…，依此类推，则平行四边形 ABC_nO_n 的面积为（　　）



A．$(\frac{1}{2})^n$　　B．$5\times(\frac{1}{2})^{n+1}$

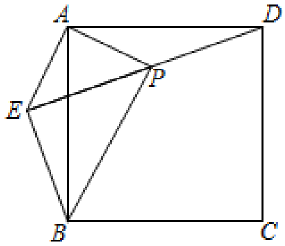
C．$5\times(\frac{1}{2})^n$　　D．$5\times(\frac{1}{2})^{n-1}$

7．如图，矩形 $ABCD$ 中，点 E 为 CD 边的中点，连接 AE，过 E 作 $EF\perp AE$ 交 BC 于点 F，连接 AF，若 $\angle EFC=\alpha$，则 $\angle BAF$ 的度数为（　　）



A．$2\alpha-90°$　　B．$45°+\frac{\alpha}{2}$　　C．$45°-\frac{\alpha}{2}$　　D．$90°-\alpha$

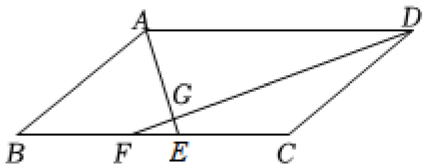
8．如图，正方形 $ABCD$ 外取一点 E，连接 AE、BE、DE．过点 A 作 AE 的垂线交 DE 于点 P，若 AE＝AP＝1，PB＝$\sqrt{3}$．下列结论：①$EB\perp ED$；②点 B 到直线 DE 的距离为$\frac{\sqrt{2}}{2}$； ③$S_{\triangle APD}+S_{\triangle APB}=\frac{\sqrt{2}+1}{2}$； ④$S_{正方形ABCD}=2+\sqrt{2}$．其中正确结论的序号是（　　）



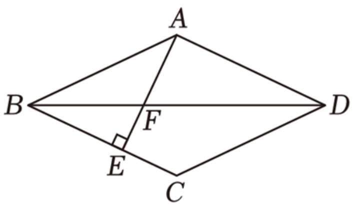
A．①③④　　B．①②③　　C．②③④　　D．①②③④

二．填空题

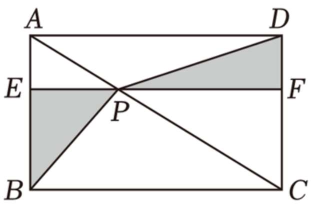
9．如图，四边形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD$，$AD\parallel BC$，且∠BAD、∠ADC 的角平分线 AE、DF 分别交 BC 于点 E、F．若 EF＝2，AB＝5，则 AD 的长为 ________．



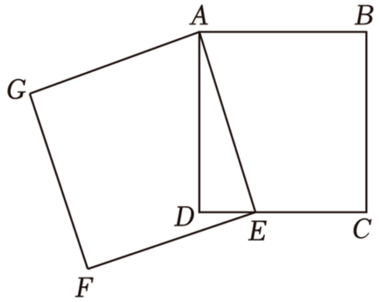
10．如图，在菱形 $ABCD$ 中，$AE\perp BC$ 于点 E，交 BD 于点 F，若 E 为 BC 的中点，且 AB＝4，则 AF 的长等于 ________________________．



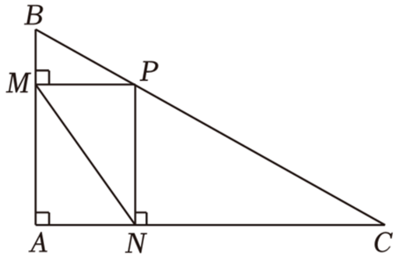
11．如图，点 P 是矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 上一点，过点 P 作 $EF\parallel BC$，分别交 AB，CD 于点 E、F，连接 PB、PD，若 AE＝2，PF＝9，则图中阴影面积为 __________．



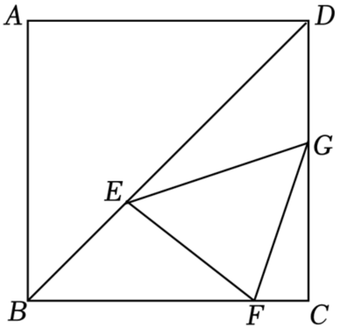
12．如图，四边形 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形，点 E 在边 CD 所在直线上，连接 AE，以 AE 为边，作正方形 $AEFG$（点 A，E，F，G 按顺时针排列）．当正方形 $AEFG$ 中的某一顶点落在直线 BD 上时（不与点 D 重合），则正方形 $AEFG$ 的面积为 _____________．



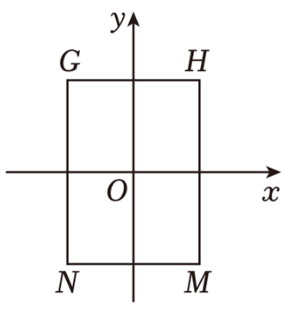
13．如图，在 Rt△ABC 中，$\angle BAC=90^\circ$，$AB=3$，$AC=4$，点 P 是 BC 边上的一个动点，$PM\perp AB$ 于点 M，$PN\perp AC$ 于点 N，则 MN 的最小值为 ____________________.



14．如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 3，△EFG 是等边三角形，点 E，F，G 分别在线段 BD．BC，CD 上，且 $GC=\sqrt{3}$，则 DE 的长为 ____________________.

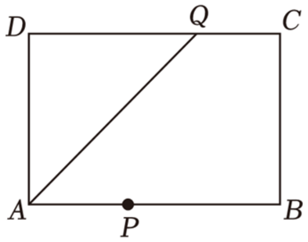


15．新定义：若点 P（m，n），点 Q（p，q），如果 $m+n=p+q$，那么点 P 与点 Q 就叫作“和等点”，$m+n=p+q=k$，称 k 为等和．例如：点 P（4，2），点 Q（1，5），因 4+2＝1+5＝6，则点 P 与点 Q 就是和等点，6 为等和．如图在长方形 $GHMN$ 中，点 H（2，3），点 N（－2，－3），$MN\perp y$ 轴，$HM\perp x$ 轴，若长方形 $GHMN$ 的边上存在不同的两个点 P、Q，这两个点为和等点，等和为 4，则 PQ 的长为 ____________________.



16．如图，在长方形 $ABCD$ 中，$AB=DC=3cm$，$BC=AD=2cm$，现有一动点 P 从点 A 出发，以 $1cm/s$ 的速度沿长方形的边 $A\to B\to C\to D\to A$ 运动，到达点 A 时停止；点 Q 在边 DC 上，$DQ=BC$，连接

AQ．设点 P 的运动时间为 t s，则当 $t=$____________s 时，以长方形的两个顶点及点 P 为顶点的三角形与△ADQ 全等．（不考虑两个三角形重合的情况）

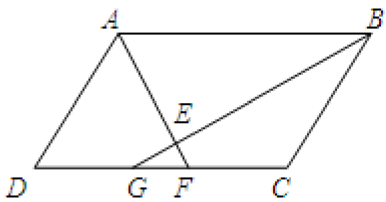


三．解答题

17．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，∠BAD、∠ABC 的平分线 AF、BG 分别与线段 CD 交于点 F、G，AF 与 BG 交于点 E．

（1）求证：$AF\perp BG$，$DF=CG$；

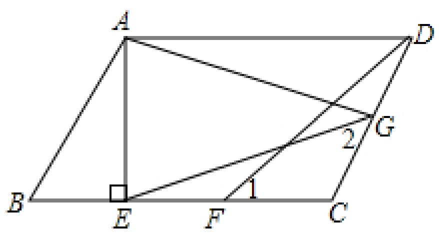
（2）若 $AB=10$，$AD=6$，$AF=8$，求 FG 和 BG 的长度．



18．已知，如图，在▱$ABCD$ 中，$AE\perp BC$，垂足为 E，$CE=CD$，点 F 为 CE 的中点，点 G 为 CD 上的一点，连接 DF、EG、AG，∠1＝∠2．

（1）若 $CF=2$，$AE=3$，求 BE 的长；

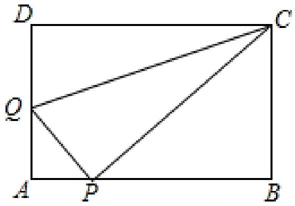
（2）求证：$\angle CEG=\dfrac{1}{2}\angle AGE$．



19．如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=5$，$AD=3$，点 P 是 AB 边上一点（不与 A，B 重合），连接 CP，过点 P 作 $PQ\perp CP$ 交 AD 边于点 Q，连接 CQ．

（1）当△CDQ≌△CPQ 时，求 AQ 的长；

（2）取 CQ 的中点 M，连接 MD，MP，$MD\perp MP$，求 AQ 的长．

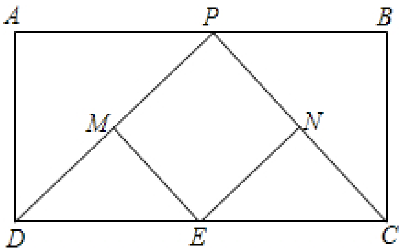


20．如图，已知矩形 $ABCD$，$AD=4$，$CD=10$，P 是 AB 上一动点，M、N、E 分别是 PD、PC、CD 的中点．

（1）求证：四边形 $PMEN$ 是平行四边形；

（2）请直接写出当 AP 为何值时，四边形 $PMEN$ 是菱形；

（3）四边形 $PMEN$ 有可能是矩形吗？若有可能，求出 AP 的长；若不可能，请说明理由．



21．如图，点 M 是正方形 $ABCD$ 的边 BC 上一点，连接 AM，点 E 是线段 AM 上一点，$\angle CDE$ 的平分线交 AM 延长线于点 F．

（1）如图 1，若点 E 为线段 AM 的中点，BM：$CM=1$：2，$BE=\sqrt{10}$，求 AB 的长；

（2）如图 2，若 $DA=DE$，求证：$BF+DF=\sqrt{2}AF$．

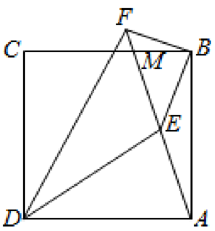


图1

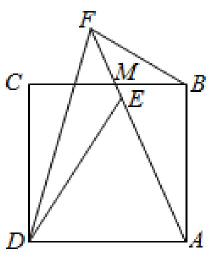
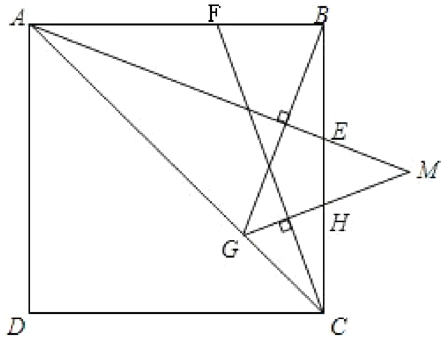


图2

22．如图，在正方形 $ABCD$ 中，E、F 分别为 BC、AB 上两点，且 $BE=BF$，过点 B 作 AE 的垂线交 AC 于点 G，过点 G 作 CF 的垂线交 BC 于点 H 延长线段 AE、GH 交于点 M．

（1）求证：$\angle BFC=\angle BEA$；

（2）求证：$AM=BG+GM$.



参考答案

一．选择题

1．解：取 DE 中点 O，连接 AO，

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AD\parallel BC$，

∴$\angle DAB=180^\circ-\angle ABC=105^\circ$，

∵$AF\perp BC$，

∴$AF\perp AD$，

∴$\angle DAE=90^\circ$，

∴$OA=\frac{1}{2}DE=OD=OE$，

∵$DE=2AB$，

∴$OA=AB$，

∴$\angle AOB=\angle ABO$，$\angle ADO=\angle DAO$，$\angle AED=\angle EAO$，

∵$\angle AOB=\angle ADO+\angle DAO=2\angle ADO$，

∴$\angle ABD=\angle AOB=2\angle ADO$，

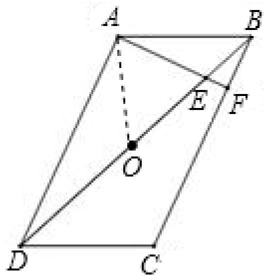
∴$\angle ABD+\angle ADO+\angle DAB=180^\circ$，

∴$\angle ADO=25^\circ$，$\angle AOB=50^\circ$，

∵$\angle AED+\angle EAO+\angle AOB=180^\circ$，

∴$\angle AED=65^\circ$．

故选：B．



2．解：如图，

延长 GP 交 DC 于点 H，

∵P 是线段 DF 的中点，

∴$FP=DP$，

由题意可知 $DC\parallel GF$，

∴$\angle GFP=\angle HDP$，

∵$\angle GPF=\angle HPD$，

∴$\triangle GFP\cong\triangle HDP$，

∴$GP=HP$，$GF=HD$，

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$CD=CB$，

∴$CG=CH$，

∴$\triangle CHG$ 是等腰三角形，

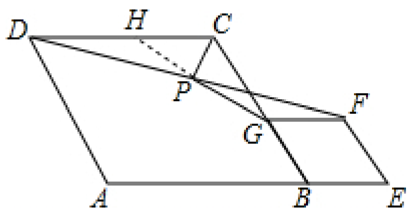
∴$PG\perp PC$，（三线合一）

又∵$\angle ABC=\angle BEF=60^\circ$，

∴$\angle GCP=60^\circ$，

∴$\frac{PG}{PC}=\sqrt{3}$；

故选：B．



3．解：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$\angle D=\angle BCD=90^\circ$，$DF=MF$，

由折叠的性质可得：$\angle EMF=\angle D=90^\circ$，

即 $FM\perp BE$，$CF\perp BC$，

∵BF 平分 $\angle EBC$，

$\therefore CF=MF$，

$\therefore DF=CF$；故①正确；

$\because \angle BFM=90°-\angle EBF$，$\angle BFC=90°-\angle CBF$，

$\therefore \angle BFM=\angle BFC$，

$\because \angle MFE=\angle DFE=\angle CFN$，

$\therefore \angle BFE=\angle BFN$，

$\because \angle BFE+\angle BFN=180°$，

$\therefore \angle BFE=90°$，

即 $BF\perp EN$，故②正确；

$\because$在$\triangle DEF$和$\triangle CNF$中，

$$\begin{cases}\angle D=\angle FCN=90° \\ DF=CF \\ \angle DFE=\angle CFN\end{cases},$$

$\therefore \triangle DEF\cong\triangle CNF$（$ASA$），

$\therefore EF=FN$，

$\therefore BE=BN$，

假设$\triangle BEN$是等边三角形，则$\angle EBN=60°$，$\angle EBA=30°$，

则 $AE=\frac{1}{2}BE$，又$\because AE=\frac{1}{2}AD$，则 $AD=BC=BE$，

而明显 $BE=BN>BC$，

$\therefore \triangle BEN$不是等边三角形；故③错误；

$\because \angle BFM=\angle BFC$，$BM\perp FM$，$BC\perp CF$，

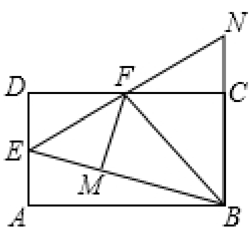
$\therefore BM=BC=AD=2DE=2EM$，

$\therefore BE=3EM$，

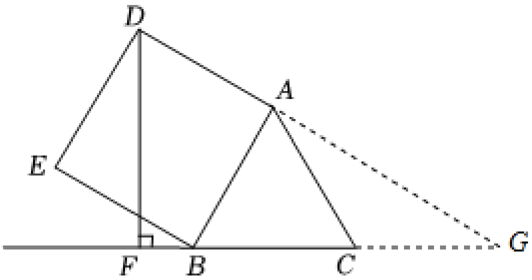
$\therefore S_{\triangle BEF}=3S_{\triangle EMF}=3S_{\triangle DEF}$；

故④正确．

故选：B．



4．解：方法一：如图，延长 DA、BC 交于点 G，



∵四边形 $ABED$ 是正方形，

∴$\angle BAD=90°$，$AD=AB$，

∴$\angle BAG=180°-90°=90°$，

∵$\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形，

∴$AB=2$，$\angle ABC=60°$，

∴$AG=AB\cdot\tan\angle ABC=2\times\tan60°=2\sqrt{3}$，

∴$DG=AD+AG=2+2\sqrt{3}$，

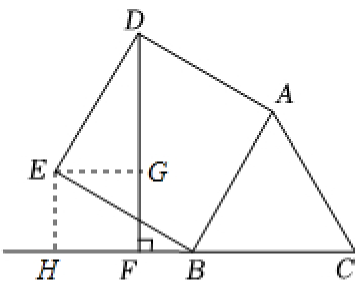
∵$\angle G=90°-60°=30°$，$DF\perp BC$，

∴$DF=\frac{1}{2}DG=\frac{1}{2}\times(2+2\sqrt{3})=1+\sqrt{3}$，

故选 D．

方法二：如图，过点 E 作 $EG\perp DF$ 于点 G，作 $EH\perp BC$ 于点 H，

则$\angle BHE=\angle DGE=90°$，



∵$\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形，

∴$AB=2$，$\angle ABC=60°$，

∵四边形 $ABED$ 是正方形，

∴$BE=DE=2$，$\angle ABE=\angle BED=90°$，

∴$\angle EBH=180°-\angle ABC-\angle ABE=180°-60°-90°=30°$，

∴$EH=BE\cdot\sin\angle EBH=2\cdot\sin30°=2\times\frac{1}{2}=1$，$BH=BE\cdot\cos\angle EBH=2\cos30°=\sqrt{3}$，

∵$EG\perp DF$，$EH\perp BC$，$DF\perp BC$，

∴$\angle EGF=\angle EHB=\angle DFH=90°$，

∴四边形 $EGFH$ 是矩形，

∴$FG=EH=1$，$\angle BEH+\angle BEG=\angle GEH=90°$，

∵$\angle DEG+\angle BEG=90°$，

∴$\angle BEH=\angle DEG$，

在$\triangle BEH$和$\triangle DEG$中，

$$\begin{cases}\angle BHE=\angle DGE\\ \angle BEH=\angle DEG,\\ BE=DE\end{cases}$$

∴$\triangle BEH\cong\triangle DEG$（$AAS$），

∴$DG=BH=\sqrt{3}$，

∴$DF=DG+FG=\sqrt{3}+1$，

故选：D.

5．解：延长EF交DC的延长线于H点.

∵在菱形$ABCD$中，$\angle A=100°$，E，F分别是边AB和BC的中点，

∴$\angle B=80°$，$BE=BF$.

∴$\angle BEF=(180°-80°)\div 2=50°$.

∵$AB\parallel DC$，∴$\angle FHC=\angle BEF=50°$.

又∵$BF=FC$，$\angle B=\angle FCH$，

∴$\triangle BEF\cong\triangle CHF$.

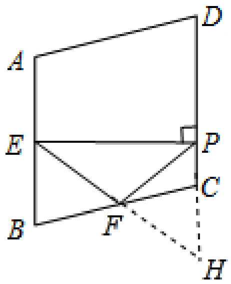
∴$EF=FH$.

∵$EP\perp DC$，

∴$\angle EPH=90°$.

∴$FP=FH$，则$\angle FPC=\angle FHP=\angle BEF=50°$.

故选：C.



6．解：根据矩形的对角线相等且互相平分，

平行四边形ABC_1O_1底边AB上的高为$\frac{1}{2}BC$，

平行四边形ABC_2O_2底边AB上的高为$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}BC=(\frac{1}{2})^2BC$，

所以平行四边形ABC_nO_n底边AB上的高为$(\frac{1}{2})^nBC$，

∵$S_{矩形ABCD}=AB\cdot BC=5$，

$\therefore S_{\text{平行四边形}ABCnOn}=AB\times(\frac{1}{2})^{n}BC=5\times(\frac{1}{2})^{n}$.

故选：C.

7．解：延长 AE，交 BC 的延长线于点 G，如图所示：

在矩形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=\angle ADC=\angle DCB=90^\circ$，$AD\parallel BC$，

$\therefore \angle ECG=90^\circ$，

$\because E$ 为 CD 边中点，

$\therefore DE=CE$，

在△ADE 和△GCE 中，

$$\begin{cases}\angle D=\angle ECG\\ DE=CE\\ \angle AED=\angle GEC\end{cases},$$

$\therefore \triangle ADE\cong\triangle GCE$（$ASA$），

$\therefore AE=GE$，

$\because EF\perp AE$，

$\therefore EF$ 垂直平分 AG，

$\therefore AF=GF$，

$\therefore \angle FAE=\angle G$，

$\because AD\parallel BC$，

$\therefore \angle DAE=\angle G$，

$\therefore \angle DAE=\angle FAE$，

$\therefore \angle DAE=\frac{90^\circ-\angle BAF}{2}$，

$\because \angle DAE+\angle AED=90^\circ$，$\angle AED+\angle FEC=90^\circ$，

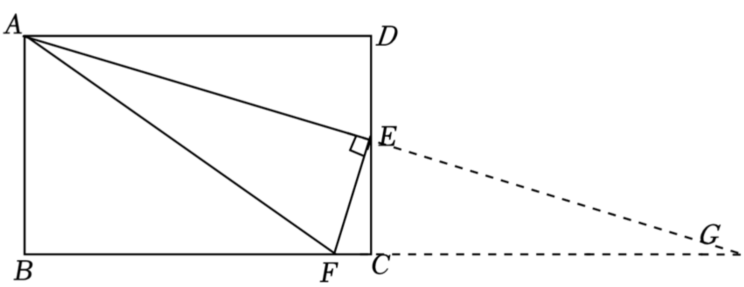
$\therefore \angle FEC=\angle DAE=\frac{90^\circ-\angle BAF}{2}$，

$\because \angle FEC+\angle EFC=90^\circ$，

$\therefore \angle EFC=90^\circ-\frac{90^\circ-\angle BAF}{2}=\alpha$，

$\therefore \angle BAF=2\alpha-90^\circ$，

故选：A.



8．解：如图，∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AD=AB$，$\angle BAD=ADC=90°$，

∵$AE\perp AP$，

∴$\angle EAP=90°$，

∴$\angle BAE+\angle BAP=\angle BAP+\angle DAP=90°$，

∴$\angle BAE=\angle DAP$，

∵$AE=AP=1$，

∴$\triangle ABE\cong\triangle ADP$（SAS），

∴$\angle AEB=\angle APD$，$BE=DP$，

∵$\triangle AEP$ 是等腰直角三角形，

∴$\angle AEP=\angle APE=45°$，$EP=\sqrt{2}AE=\sqrt{2}$，

∴$\angle APD=180°-\angle APE=180°-45°=135°$，

∴$\angle AEB=135°$，

∴$\angle BED=\angle AEB-\angle AEP=135°-45°=90°$，

∴$EB\perp ED$，

∴①正确；

∴$BE=\sqrt{BP^2-EP^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}=1=AE$，

∴②不正确；

∵$\triangle ABE\cong\triangle ADP$，

∴$S_{\triangle ABE}=S_{\triangle ADP}$，

∵$\angle BAP=90°$，$AE=AP=1$，$PB=\sqrt{3}$，

∴$EP=\sqrt{2}$，$\angle AEP=45°$，

∵$\angle AEB=135°$，

∴$\angle BEP=135°-45°=90°$，

∴$S_{\triangle APD}+S_{\triangle APB}=S_{\triangle AEB}+S_{\triangle APB}=S_{\triangle AEP}+S_{\triangle EPB}=\frac{1}{2}AE\times AP+\frac{1}{2}EP\times BE=\frac{1}{2}\times1\times1+\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times1=\frac{\sqrt{2}+1}{2}$，

∴③正确；

如图，过点 B 作 $BO\perp AE$，交 AE 的延长线于点 O，

则$\angle O=90°$，

∵$\angle BEO=180°-\angle AEB=180°-135°=45°$，

∴$\triangle BOE$ 是等腰直角三角形，

$\therefore OE=OB=\frac{\sqrt{2}}{2}BE=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

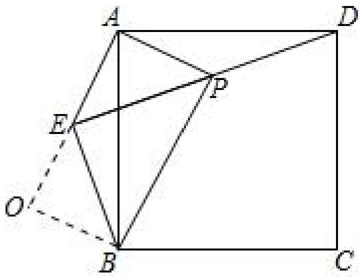
$\therefore AO=AE+OE=1+\frac{\sqrt{2}}{2}$,

在 Rt△ABO 中，$\because AB^2=AO^2+OB^2=(1+\frac{\sqrt{2}}{2})^2+(\frac{\sqrt{2}}{2})^2=2+\sqrt{2}$,

$\therefore S_{\text{正方形}ABCD}=AB^2=2+\sqrt{2}$;

∴④正确；

故选：A.



二．填空题

9．解：$\because AD\parallel BC$,

$\therefore \angle ADF=\angle DFC$,

$\because DF$ 平分 $\angle ADC$,

$\therefore \angle ADF=\angle CDF$,

$\therefore \angle DFC=\angle CDF$,

$\therefore CF=CD$,

同理 $BE=AB$,

$\because AB\parallel CD$，$AD\parallel BC$,

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB=CD$，$AD=BC$,

$\therefore AB=BE=CF=CD=5$,

$\therefore BC=BE+CF-EF=5+5-2=8$,

$\therefore AD=BC=8$,

故答案为：8.

10．解：如图，连接 AC 交 BD 于点 O，