

一、选择题

1. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \ln x, & x > 0, \\ kx, & x \leq 0. \end{cases}$ ，若 $\exists x_0 \in \mathbf{R}$ 使得 $f(-x_0) = f(x_0)$ 成立，则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 1]$ B. $\left(-\infty, \frac{1}{e}\right]$ C. $[-1, +\infty)$ D. $\left[-\frac{1}{e}, +\infty\right)$

2. 已知奇函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递减，且 $f(1) = -1$ ，则“ $x > -1$ ”是“ $|xf(x)| < 1$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件.

3. 已知函数 $f(x) = -x^2 - 8x - 5$ ， $g(x) = \frac{e^x + ex}{ex}$ ，实数 m, n 满足 $m < n < 0$ ，若

$\forall x_1 \in [m, n], \exists x_2 \in (0, +\infty)$ ，使得 $f(x_1) = g(x_2)$ 成立，则 $n - m$ 的最大值为 ()

- A. 7 B. 6 C. $2\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{3}$

4. 已知函数 $f(x) = ax^2 - x - \ln x$ 有两个零点，则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(0, 1)$ C. $\left(-\infty, \frac{1+e}{e^2}\right)$ D. $\left(0, \frac{1+e}{e^2}\right)$

5. 已知 $a \in \mathbf{R}$ ， $b \neq 0$ ，若 $x = b$ 是函数 $f(x) = (x-b)(x^2 + ax + b)$ 的极小值点，则实数 b 的取值范围为 ()

- A. $b < 1$ 且 $b \neq 0$ B. $b > 1$ C. $b < 2$ 且 $b \neq 0$ D. $b > 2$

6. 设 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上的函数， $f'(x)$ 为其导函数，已知 $f(1-2x) = f(2x-1)$ ， $f(-2) = 0$ ，当 $x > 0$ 时， $-xf'(x) < f(x)$ ，则使得 $f(x) > 0$

成立的 x 的取值范围是 ()

- A. $(-2, 0) \cup (0, 2)$ B. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
C. $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$ D. $(0, 2) \cup (2, +\infty)$

7. 已知定义在 \mathbf{R} 上函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$ ， $\forall x \in (0, \pi)$ ，有

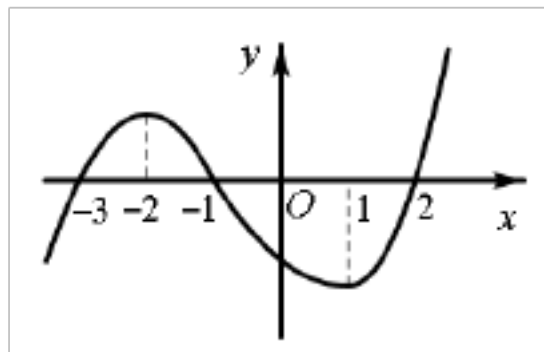
$f'(x)\sin x < f(x)\cos x$ ，且 $f(x) + f(-x) = 0$. 设 $a = \sqrt{2}f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ，

$b = -\frac{2\sqrt{3}}{3}f\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ ， $c = f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ ，则 () .

- A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $a < c < b$ D. $c < b < a$

8. 设函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上可导，其导函数为 $f'(x)$ ，且函数 $y = (1+x) \cdot f'(x)$ 的图象如图

所示，则下列结论中一定成立的是 ()



- A. 函数 $f(x)$ 有极大值 $f(-3)$ 和极小值 $f(2)$
- B. 函数 $f(x)$ 有极大值 $f(-1)$ 和极小值 $f(2)$
- C. 函数 $f(x)$ 在 $x \in (-3, -2)$ 单调递增
- D. 函数 $f(x)$ 在 $x \in (1, 2)$ 单调递增

9. 若函数 $f(x) = 3x - x^3$ 在区间 $(a-5, 2a+1)$ 上有最小值，则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-1, 4]$
- B. $(-1, 4)$
- C. $(-1, \frac{1}{2}]$
- D. $(-1, \frac{1}{2})$

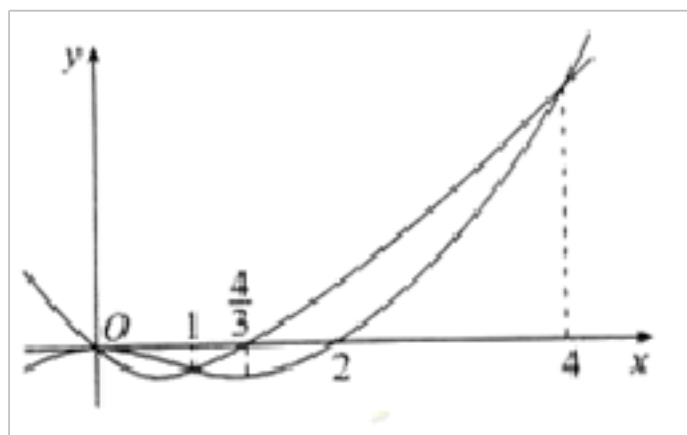
10. 函数 $f(x) = x - g(x)$ 的图象在点 $x=2$ 处的切线方程是 $y = -x - 1$ ，则 $g(2) + g'(2) = ()$

- A. 7
- B. 4
- C. 0
- D. -4

11. 已知 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$ ， f, x 为 $f(x)$ 的导函数，且满足 $f(x) < -xf'(x)$ ，则不等式 $f(x+1) > (x-1)f(x^2-1)$ 的解集是 ()

- A. $0, 1$
- B. $2, +\infty$
- C. $1, 2$
- D. $1, +\infty$

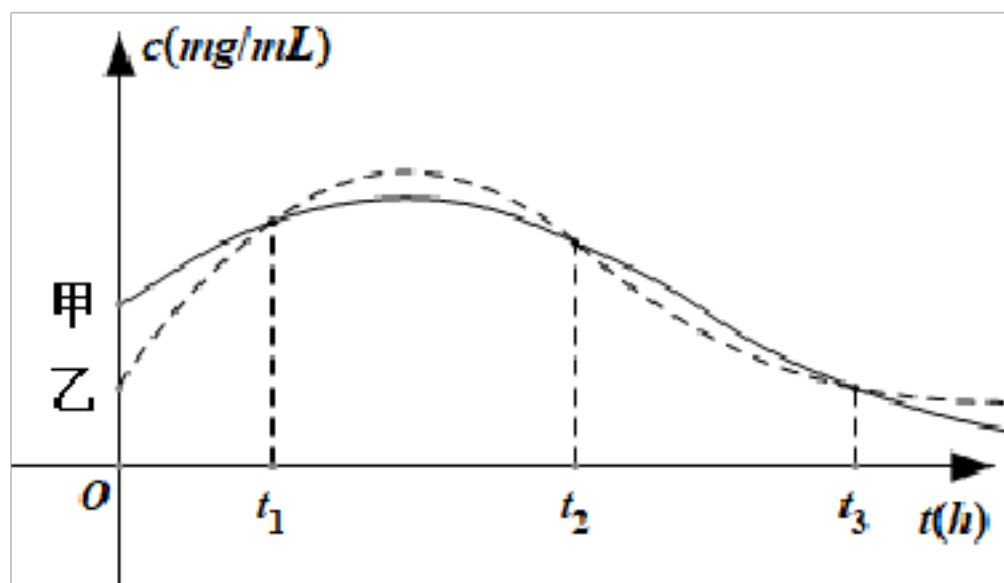
12. 已知函数 $f(x)$ 与 $f'(x)$ 的图象如图所示，则函数 $g(x) = \frac{f(x)}{e^x}$ (其中 e 为自然对数的底数) 的单调递减区间为 ()



- A. $(-\infty, 1), (\frac{4}{3}, 4)$
- B. $(0, 1), (4, +\infty)$
- C. $(0, \frac{4}{3})$
- D. $(0, 4)$

二、填空题

13. 为了评估某种治疗肺炎药物的疗效，现有关部门对该药物在人体血管中的药物浓度进行测量. 设该药物在人体血管中药物浓度 c 与时间 t 的关系为 $c = f(t)$ ，甲、乙两人服用该药物后，血管中药物浓度随时间 t 变化的关系如下图所示.



给出下列四个结论:

- ① 在 t_1 时刻，甲、乙两人血管中的药物浓度相同;
- ② 在 t_2 时刻，甲、乙两人血管中药物浓度的瞬时变化率相同;
- ③ 在 $[t_2, t_3]$ 这个时间段内，甲、乙两人血管中药物浓度的平均变化率相同;
- ④ 在 $[t_1, t_2], [t_2, t_3]$ 两个时间段内，甲血管中药物浓度的平均变化率不相同.

其中所有正确结论的序号是_____.

14. 已知定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $xf'(x) - f(x) < 0$ ，其中 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数. 若 $2f(m-2020) > (m-2020)f(2)$ ，则实数 m 的取值范围为_____.

15. 已知 $f'(x)$ 是函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x + n$ 的导函数，若函数 $y = f[f'(x)]$ 在区间 $[m, m+1]$ 上单调递减，则实数 m 的范围是_____.

16. 若点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) (x_1 < x_2)$ 是函数 $f(x) = \begin{cases} -e^x + 1, & x < 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$ 的图象上任意两点，

且函数 $f(x)$ 分别在点 A 和点 B 处的切线互相垂直，则 $x_1 x_2$ 的最小值为_____.

17. 已知函数 $f(x) = -x \ln x + 2$ ，存在 $x_0 \in (0, 4]$ ，使得 $f(x_0) \geq m$ 成立，则实数 m 的取值范围是_____.

18. 若 $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + b \ln(x+2)$ 在 $(-1, +\infty)$ 上是减函数，则 b 的取值范围是_____.

19. 已知函数 $f(x) = e^x - ax (a \leq 0)$ ，函数 $g(x) = -\frac{x^3}{3} - ax^2$ ，若不存在 $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ ，使 $f'(x_1) = g'(x_2)$ ，则实数 a 的取值范围为_____.

20. 已知函数 $f(x) = x^2 + 2xf'(1)$ ，则 $f(1)$ 的值为_____.

三、解答题

21. 已知函数 $f(x) = (2-a)\ln x + \frac{1}{x} + 2ax$,

(1) 当 $a=2$ 时, 求函数 $f(x)$ 的极值;

(2) 当 $a < 0$ 时, 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(3) 若对 $\forall a \in (-3, -2)$, $x_1, x_2 \in [1, 3]$, 不等式 $(m + \ln 3)a - 2\ln 3 > |f(x_1) - f(x_2)|$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

22. 已知函数 $f(x) = xe^x - a\left(\frac{x^2}{2} + x\right)$ ($a \in \mathbf{R}$).

(1) 当 $a=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的极值;

(2) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性.

23. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 在 x_0 处取得极小值 $-\frac{3}{2}$, 其导函数为 $f'(x)$. 当 x 变化时, $f'(x)$ 变化情况如下表:

x	$(-\infty, -\frac{2}{3})$	$-\frac{2}{3}$	$(-\frac{2}{3}, 1)$	1	$(1, +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

(1) 求 x_0 的值;

(2) 求 a, b, c 的值.

24. 设函数 $f(x) = 2x^3 - 3(a+1)x^2 + 6ax + b$, 其中 $a, b \in \mathbf{R}$.

(1) 若曲线 $y = f(x)$ 在 $(-1, f(-1))$ 的切线方程为 $y = 12x + 3$, 求 a, b 的值;

(2) 若 $f(x)$ 在 $x=3$ 处取得极值, 求 a 的值;

(3) 若 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上为增函数, 求 a 的取值范围.

25. 已知函数 $f(x) = \frac{x}{e^x}$ ($x > 0$).

(1) 求函数 $f(x)$ 的最大值;

(2) 若函数 $g(x) = f(x) - m$ 有两个零点, 求实数 m 的取值范围;

(3) 若不等式 $f^2(x) - af(x) > 0$ 仅有一个整数解, 求实数 a 的取值范围.

26. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - a\ln x - \frac{1}{2}$ ($a \in \mathbf{R}, a \neq 0$).

(1) 当 $a=2$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(3) 若对任意的 $x \in [1, +\infty)$, 都有 $f(x) \geq 0$ 成立, 求 a 的取值范围.

【参考答案】 ***试卷处理标记, 请不要删除

一、选择题

1. D

解析: D

【分析】

由已知建立方程, 反解出 k , 将问题转化为求函数值域问题, 然后利用函数的性质求出最值即可求解.

【详解】

由题意可得: 存在实数 $x_0 \neq 0$, 使得 $f(-x_0) = f(x_0)$ 成立,

假设 $x_0 > 0$, 则 $-x_0 < 0$,

所以有 $-kx_0 = \ln x_0$,

则 $k = -\frac{\ln x_0}{x_0}$,

令 $h(x) = -\frac{\ln x}{x}$,

则 $h'(x) = \frac{\ln x - 1}{x^2}$,

令 $h'(x) > 0$, 即 $\ln x > 1$,

解得 $x > e$,

令 $h'(x) < 0$, 即 $\ln x < 1$,

解得 $0 < x < e$,

则 $h(x)$ 在 $(0, e)$ 上单调递减, 在 $(e, +\infty)$ 上单调递增,

所以 $h(x) \geq h(x)_{\min} = h(e) = -\frac{\ln e}{e} = -\frac{1}{e}$,

所以 $k \geq -\frac{1}{e}$,

故选: D.

【点睛】

关键点睛: 本题考查了分段函数的存在性问题, 构造函数, 利用导函数求最值是解决本题的关键.

2. B

解析: B

【分析】

根据奇函数的定义和单调性可确定 $f(x)$ 和 $f'(x)$ 的符号, 由奇偶性定义可知 $g(x)$ 为偶函

数, 利用导数可确定 $g(x)$ 单调性; 根据 $g(1) = g(-1) = 1$, 利用单调性可求得 $|xf(x)| < 1$ 的解集, 根据推出关系可确定结论.

【详解】

$f(x)$ 为 $(-\infty, +\infty)$ 上的奇函数, $\therefore f(0) = 0$,

又 $f(x)$ 单调递减, \therefore 当 $x < 0$ 时, $f(x) > 0$; 当 $x > 0$ 时, $f(x) < 0$, 且 $f'(x) \leq 0$,

\therefore 令 $g(x) = |xf(x)|$, 则 $g(-x) = |-xf(-x)| = |xf(x)| = g(x)$, $\therefore g(x)$ 为偶函数,

当 $x \geq 0$ 时, $xf(x) \leq 0$; 当 $x < 0$ 时, $xf(x) < 0$; $\therefore g(x) = -xf(x)$,

$\therefore g'(x) = -f(x) - xf'(x) = -[f(x) + xf'(x)]$

当 $x \geq 0$ 时, $f(x) \leq 0$, $\therefore g'(x) \geq 0$, $\therefore g(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增,

由偶函数对称性知: $g(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上单调递减;

$g(1) = g(-1) = f(-1) = 1$, \therefore 由 $g(x) = |xf(x)| < 1$ 得: $-1 < x < 1$,

$(-1, 1) \subsetneq (-1, +\infty)$, \therefore “ $x > -1$ ” 是 “ $|xf(x)| < 1$ ” 的必要不充分条件.

\therefore 故选: B.

【点睛】

结论点睛: 本题考查充分条件与必要条件的判断, 一般可根据如下规则判断:

- (1) 若 p 是 q 的必要不充分条件, 则 q 对应集合是 p 对应集合的真子集;
- (2) 若 p 是 q 的充分不必要条件, 则 p 对应集合是 q 对应集合的真子集;
- (3) 若 p 是 q 的充分必要条件, 则 p 对应集合与 q 对应集合相等;
- (4) 若 p 是 q 的既不充分又不必要条件, 则 q 对应的集合与 p 对应集合互不包含.

3. B

解析: B

【分析】

先用导数法研究 $y = g(x)$, 然后在同一坐标系中作出函数 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 的图象,

根据 $\forall x_1 \in [m, n], \exists x_2 \in (0, +\infty)$, 使得 $f(x_1) = g(x_2)$ 成立求解.

【详解】

因为 $g(x) = \frac{e^x + ex}{ex}$,

所以 $g'(x) = \left(\frac{e^x}{ex} + 1 \right)' = \frac{e^x(x-1)}{ex^2}$,

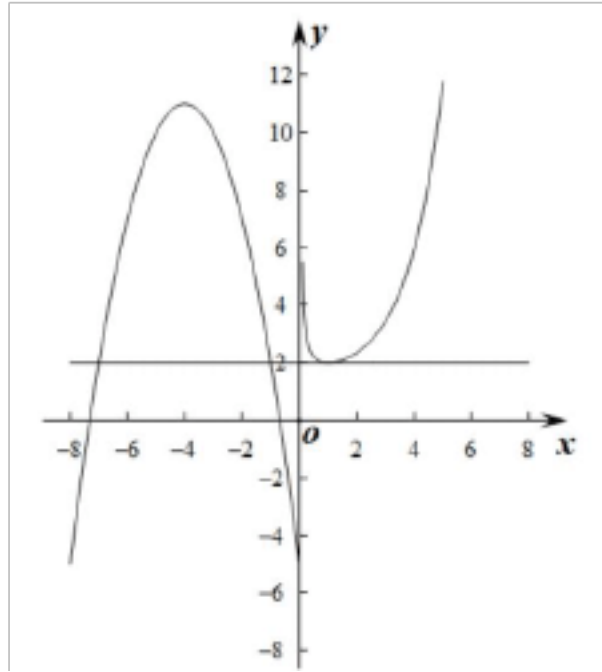
当 $0 < x < 1$ 时, $g'(x) < 0$, 当 $x > 1$ 时, $g'(x) > 0$, $g'(1) = 0$,

所以 $g(x)$ 在 $x = 1$ 处取得极小值, 且为定义域内唯一极值,

$\therefore g(x)_{\min} = g(1) = 2$. $f(x) = -x^2 - 8x - 5 = -(x+4)^2 + 11 \leq 11$,

作函数 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 的图象,

如图所示:



当 $f(x) = 2$ 时, 方程两根分别为 -7 和 -1 ,

则 $n - m$ 的最大值为: $-1 - (-7) = 6$.

故选: B

【点睛】

关键点睛: 利用导数和二次函数的性质, 作出图像, 利用数形结合进行求解, 考查了转化化归的思想、运算求解, 以及数形结合的能力, 属于中档题.

4. B

解析: B

【分析】

函数 $f(x) = ax^2 - x - \ln x (x > 0)$ 有两个零点, 即方程 $a = \frac{\ln x + x}{x^2}$ 有两个根, 设

$g(x) = \frac{\ln x + x}{x^2}$, 求出 $g'(x)$, 研究出函数 $g(x)$ 的单调性, 由 $g(x)$ 的图象与 $y = a$ 有两

个交点, 得出 a 参数的范围, 即得结果.

【详解】

函数 $f(x) = ax^2 - x - \ln x (x > 0)$ 有两个零点,

由题意得方程 $a = \frac{\ln x + x}{x^2}$ 有两个根, 设 $g(x) = \frac{\ln x + x}{x^2}$, 则 $y = a$ 与 $y = g(x)$ 有两个不

同的交点, 又 $g'(x) = \frac{(\frac{1}{x} + 1)x^2 - (\ln x + x)(2x)}{x^4} = \frac{1 - 2\ln x - x}{x^3}$,

设 $h(x) = 1 - 2\ln x - x$, 则 $h'(x) = -\frac{2}{x} - 1 < 0$

所以 $h(x) = 1 - 2\ln x - x$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 又 $h(1) = 0$

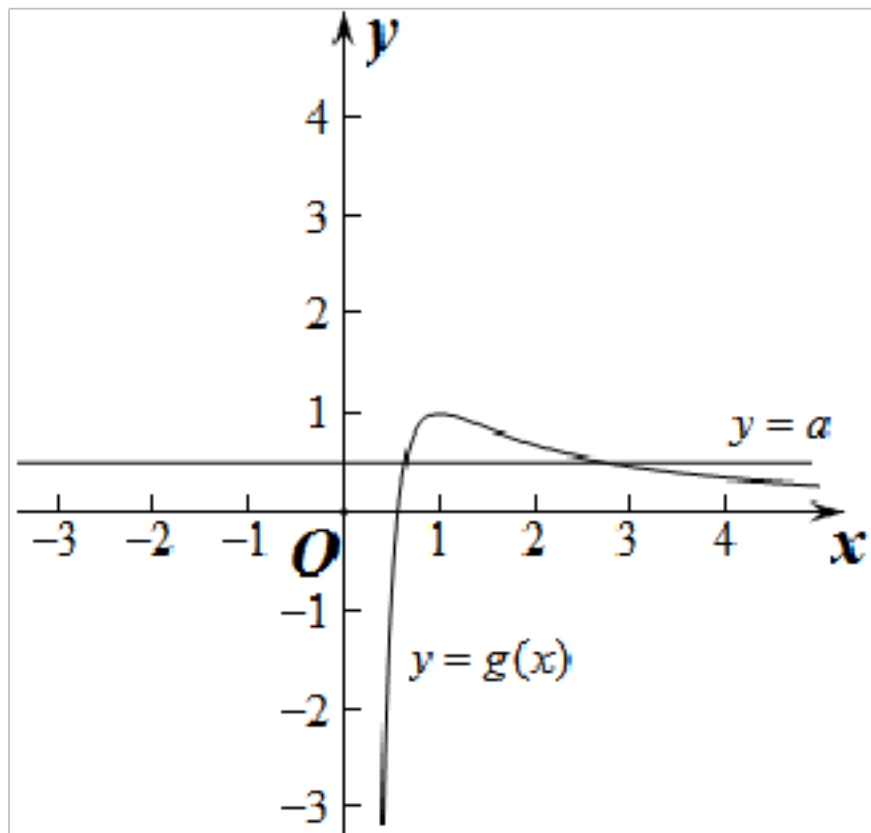
当 $x \in (0, 1)$, $h(x) > 0$, $g'(x) > 0$, 所以 $g(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增,

当 $x \in (1, +\infty)$, $h(x) < 0$, $g'(x) < 0$, 所以 $g(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减,

$$\text{又 } g(1) = 1, \quad g\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{\frac{1}{e} - 1}{\left(\frac{1}{e}\right)^2} = e - e^2 < 0, \quad \text{当 } x \in (1, +\infty) \text{ 时, } \ln x + x > 0, \quad \text{则 } g(x) > 0,$$

即 $g(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减, 但恒正.

作出函数 $y = g(x)$ 的大致图象如下:



要使 $y = g(x)$ 的图象与 $y = a$ 有两个交点,

所以实数 a 的取值范围是 $(0, 1)$.

故选: B.

【点睛】

方法点睛: 已知函数有零点(方程有根)求参数值(取值范围)常用的方法:

- (1) 直接法: 直接求解方程得到方程的根, 再通过解不等式确定参数范围;
- (2) 分离参数法: 先将参数分离, 转化成求函数的值域问题加以解决;
- (3) 数形结合法: 先对解析式变形, 进而构造两个函数, 然后在同一平面直角坐标系中画出函数的图象, 利用数形结合的方法求解.

5. B

解析: B

【分析】

由 $x = b$ 既是 $f(x)$ 的极小值点, 又是零点, 且 $f(x)$ 的最高次项系数为 1, 因此可设

$f(x) = (x - b)^2(x + m)$, 这样可求得 $m = -1$, 然后求出 $f'(x)$, 求得 $f'(x)$ 的两个零点,

一个零点是 b , 另一个零点 x_2 必是极大值点, 由 $b > x_2$ 可得 b 的范围.

【详解】

因为 $f(b) = 0$, $x = b$ 是函数 $f(x)$ 的极小值点, 结合三次函数的图象可设

$f(x) = (x - b)^2(x + m)$, 又 $f(x) = (x - b)(x^2 + ax + b)$,

令 $x=0$ 得 $b^2m = -b^2$, $m = -1$, 即 $f(x) = (x-1)(x-b)^2$,

$f'(x) = 3x^2 - (4b+2)x + b^2 + 2b = (x-b)(3x-b-2)$, 由 $f'(x) = 0$ 得 $x_1 = b$,

$$x_2 = \frac{b+2}{3},$$

$x = b$ 是极小值点, 则 $\frac{b+2}{3}$ 是极大值点, $b > \frac{b+2}{3}$, 所以 $b > 1$.

故选: B.

【点睛】

本题考查导数与极值点的关系, 解题关键是结合零点与极值点, 设出函数表达式, 然后再求极值点, 由极小值点大于极大值点可得所求范围.

6. B

解析: B

【分析】

由已知条件得函数 $f(x)$ 为偶函数, 引入 $g(x) = xf(x)$, 利用导数可得 $(0, +\infty)$ 上 $g(x)$ 为增函数, 结合 $g(2) = 0$ 可解不等式 $g(x) > 0$, 从而得 $f(x) > 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上的解, 再由偶函数得出结论.

【详解】

由 $f(1-2x) = f(2x-1)$, 可知 $f(x)$ 为偶函数,

构造新函数 $g(x) = xf(x)$, 则 $g'(x) = xf'(x) + f(x)$, 当 $x > 0$ 时 $g'(x) > 0$.

所以 $g(x) = xf(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 又 $f(2) = 0$, 即 $g(2) = 0$.

所以由 $g(x) = xf(x) > 0$ 可得 $x > 2$, 此时 $f(x) > 0$.

又 $f(x)$ 为偶函数, 所以 $f(x) > 0$ 在 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上的解集为 $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$.

故选: B.

U

【点睛】

本题考查的奇偶性与单调性, 考查由导数确定函数的单调性, 具有奇偶性的函数的不等式求解时, 如果是偶函数, 可利用单调性求出 $(0, +\infty)$ 上的解, 然后再利用奇偶性得出 $\{x | x \neq 0\}$ 上的解集, 如果是奇函数可由奇函数定义得出函数在 R 上的单调性, 然后由单调性解不等式.

7. D

解析: D

【分析】

首先设函数 $g(x) = \frac{f(x)}{\sin x}$, 判断函数的单调性, 和奇偶性, 利用函数的性质比较大小.

【详解】

设 $g(x) = \frac{f(x)}{\sin x}$,

$$g(-x) = \frac{f(-x)}{\sin(-x)} = \frac{-f(x)}{-\sin x} = \frac{f(x)}{\sin x} = g(x), \text{ 即 } g(-x) = g(x),$$

所以函数 $g(x)$ 是偶函数,

并且 $g'(x) = \frac{f'(x)\sin x - f(x)\cos x}{\sin^2 x} < 0$, 所以函数 $g(x)$ 在 $(0, \pi)$ 单调递减,

$$a = \sqrt{2}f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{f\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\sin\frac{\pi}{4}} = g\left(\frac{\pi}{4}\right),$$

$$b = -\frac{2\sqrt{3}}{3}f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{f\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)} = g\left(-\frac{\pi}{3}\right) = g\left(\frac{\pi}{3}\right),$$

$$c = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{f\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\sin\frac{\pi}{2}} = g\left(\frac{\pi}{2}\right),$$

因为 $0 < \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{3} < \frac{\pi}{2} < \pi$, 所以 $g\left(\frac{\pi}{4}\right) > g\left(\frac{\pi}{3}\right) > g\left(\frac{\pi}{2}\right)$,

即 $a > b > c$.

故选: D

【点睛】

本题考查导数与函数性质的综合应用, 重点考查构造函数, 利用函数的性质比较大小, 属于中档题型.

8. A

解析: A

【分析】

根据图象判断出导函数 $f'(x)$ 的符号, 由此求得 $f(x)$ 的单调区间、极大值、极小值.

【详解】

当 $x < -3$ 时, $\begin{cases} (1+x)f'(x) < 0 \\ 1+x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) > 0, f(x)$ 递增;

当 $-3 < x < -1$ 时, $\begin{cases} (1+x)f'(x) > 0 \\ 1+x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) < 0, f(x)$ 递减;

当 $-1 < x < 2$ 时, $\begin{cases} (1+x)f'(x) < 0 \\ 1+x > 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) < 0$; 当 $x > 2$ 时

$\begin{cases} (1+x)f'(x) > 0 \\ 1+x > 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) > 0, f(x)$ 递增;

综上：函数 $f(x)$ 有极大值 $f(-3)$ 和极小值 $f(2)$ 。

故选：A

【点睛】

本小题主要考查利用图象判断函数的单调性和极值，属于中档题。

9. C

解析：C

【分析】

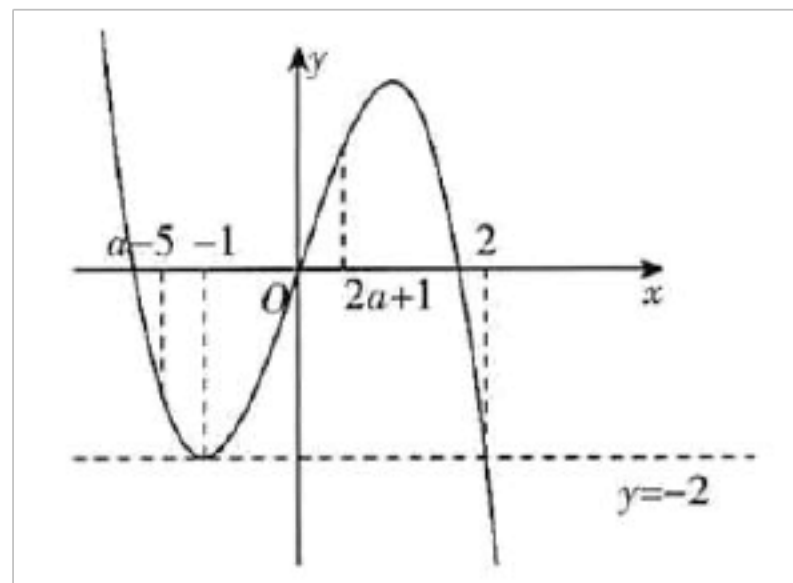
对函数 $f(x)$ 进行求导，可得函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, -1)$ 上单调递减，在区间 $(-1, 1)$ 上单调递增，在区间 $(1, +\infty)$ 上单调递减，可得 $f(-1) = -2$ ，令 $f(x) = -2$ ，可得 $x = -1$ 或 $x = 2$ ，可得 $f(x)$ 的图像，由函数在区间 $(a-5, 2a+1)$ 上有最小值，数形结合可得关于 a 的不等式，计算可得答案。

【详解】

解：由 $f(x) = 3x - x^3$ ，可得 $f'(x) = -3x^2 + 3 = -3(x-1)(x+1)$ ，

当 $-1 < x < 1$ ， $f'(x) > 0$ ，当 $x < -1$ 或 $x > 1$ 时， $f'(x) < 0$ ，

所以函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, -1)$ 上单调递减，在区间 $(-1, 1)$ 上单调递增，在区间 $(1, +\infty)$ 上单调递减，可得 $f(-1) = -2$ ，令 $f(x) = -2$ ，可得 $x = -1$ 或 $x = 2$ ，则 $f(x)$ 的图像如图所示，



因为函数在区间 $(a-5, 2a+1)$ 上有最小值，故 $a-5 < -1 < 2a+1 < 2$ ，

解得： $-1 < a < \frac{1}{2}$ ，

故选：C.

【点睛】

本题主要考查利用导数研究含参函数的最值问题，体现了数形结合的数学思想，考查学生的计算能力，属于中档题。

10. A

解析：A

【解析】

$f(x) = x - g(x), \therefore f'(x) = 1 - g'(x)$, 因为函数 $f(x) = x - g(x)$ 的图像在点 $x = 2$ 处的切线方程是 $y = -x - 1$, 所以 $f(2) = -3, f'(2) = -1$,
 $\therefore g(2) + g'(2) = 2 - f(2) + 1 - f'(2) = 7$, 故选 A.

11. B

解析: B

【分析】

构造函数 $F(x) = xf(x)$, 再根据单调性解不等式, 即得结果.

【详解】

令 $F(x) = xf(x)$, 则 $F'(x) = f(x) + xf'(x) < 0$, 所以 $F(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减

$$f(x+1) > (x-1)f(x^2-1), \therefore (x+1)f(x+1) > (x^2-1)f(x^2-1),$$

$$\therefore F(x+1) > F(x^2-1),$$

$$\therefore 0 < x+1 < x^2-1, \therefore x > 2,$$

故选: B

【点睛】

本题考查利用导数解不等式, 考查基本分析求解能力, 属中档题.

12. B

解析: B

【分析】

结合函数图象比较 $f(x)$ 与 $f'(x)$ 的大小, 求出 $f'(x) - f(x) < 0$ 成立的 x 的范围, 求出 $g(x)$ 的导数, 判断其与 0 的关系即可.

【详解】

结合图象: $x \in (0, 1)$ 和 $x \in (4, +\infty)$ 时, $f'(x) < f(x)$, 即 $f'(x) - f(x) < 0$,

而 $g'(x) = \frac{f'(x) - f(x)}{e^x} < 0$, 故 $g(x)$ 在 $(0, 1)$, $(4, +\infty)$ 递减,

故选 B.

【点睛】

本题主要考查了数形结合思想, 考查函数的单调性与导数的关系, 判断 $f(x)$ 与 $f'(x)$ 的大小是解题的关键, 属于中档题.

二、填空题

13. ①③④ 【分析】理解平均变化率和瞬时变换率的意义结合图象判断选项

【详解】①在时刻为两图象的交点即此时甲乙两人血管中的药物浓度相同故

①正确; ②甲乙两人在时刻的切线的斜率不相等即两人的不相同所以甲乙两人血

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/018000070101006025>