

新疆呼图壁县一中 2024 届高三年级第十一次网考数学试题

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，球 O_1 同时与以 A 为公共顶点的三个面相切，球 O_2 同时与以 C_1 为公共顶点的三个面相切，且两球相切于点 F . 若以 F 为焦点， AB_1 为准线的抛物线经过 O_1, O_2 ，设球 O_1, O_2 的半径分别为 r_1, r_2 ，则

$$\frac{r_1}{r_2} = (\quad)$$

- A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B. $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ C. $1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $2-\sqrt{3}$

2. $\triangle ABC$ 中， $AB=3$ ， $BC=\sqrt{13}$ ， $AC=4$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积是 ()

- A. $3\sqrt{3}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C. 3 D. $\frac{3}{2}$

3. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-2y-2 \leq 0 \\ x-y+1 \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$ ，则 $z=3x+2y$ 的最大值为 ()

- A. 5 B. 9 C. 6 D. 12

4. 已知平面 $ABCD \perp$ 平面 $ADEF$, $AB \perp AD$, $CD \perp AD$ ，且 $AB=3$, $AD=CD=6$, $ADEF$ 是正方形，在正方形 $ADEF$ 内部有一点 M ，满足 MB, MC 与平面 $ADEF$ 所成的角相等，则点 M 的轨迹长度为 ()

- A. $\frac{4}{3}$ B. 16 C. $\frac{4}{3}\pi$ D. 8π

5. 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \begin{cases} \log_2(1-x) & x \leq 0 \\ f(x-5) & x > 0 \end{cases}$ ，则 $f(2019) = ()$

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

6. 定义域为 R 的偶函数 $f(x)$ 满足任意 $x \in R$ ，有 $f(x+2) = f(x) - f(1)$ ，且当 $x \in [2, 3]$ 时，

$f(x) = -2x^2 + 12x - 18$. 若函数 $y = f(x) - \log_a(x+1)$ 至少有三个零点，则 a 的取值范围是 ()

- A. $\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ B. $\left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ C. $\left(0, \frac{\sqrt{5}}{5}\right)$ D. $\left(0, \frac{\sqrt{6}}{6}\right)$

7. 现有甲、乙、丙、丁 4 名学生平均分成两个志愿者小组到校外参加两项活动,则乙、丙两人恰好参加同一项活动的概率为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{12}$

8. 已知集合 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{3\}$ B. $\{5\}$ C. $\{3, 5\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

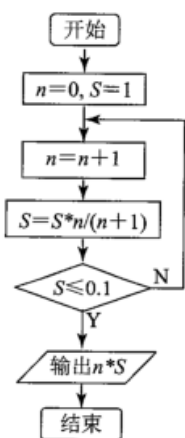
9. 设函数 $f(x)$, $g(x)$ 的定义域都为 R , 且 $f(x)$ 是奇函数, $g(x)$ 是偶函数, 则下列结论正确的是 ()

- A. $f(x) \cdot g(x)$ 是偶函数 B. $|f(x)| \cdot g(x)$ 是奇函数
C. $f(x) \cdot |g(x)|$ 是奇函数 D. $|f(x) \cdot g(x)|$ 是奇函数

10. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , $M\left(\frac{1}{2}, y_0\right)$ 为该抛物线上一点, 以 M 为圆心的圆与 C 的准线相切于点 A , $\angle AMF = 120^\circ$, 则抛物线方程为 ()

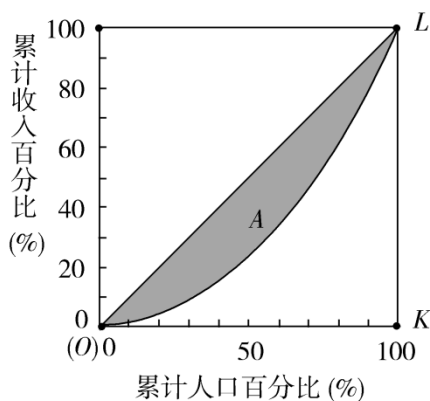
- A. $y^2 = 2x$ B. $y^2 = 4x$ C. $y^2 = 6x$ D. $y^2 = 8x$

11. 阅读下面的程序框图, 运行相应的程序, 程序运行输出的结果是 ()



- A. 1. 1 B. 1 C. 2. 9 D. 2. 8

12. 为了研究国民收入在国民之间的分配, 避免贫富过分悬殊, 美国统计学家劳伦茨提出了著名的劳伦茨曲线, 如图所示. 劳伦茨曲线为直线 OL 时, 表示收入完全平等. 劳伦茨曲线为折线 OKL 时, 表示收入完全不平等. 记区域 A 为不平等区域, a 表示其面积, S 为 $\triangle OKL$ 的面积, 将 $Gini = \frac{a}{S}$ 称为基尼系数.



对于下列说法：

- ① Gini 越小，则国民分配越公平；
- ② 设劳伦茨曲线对应的函数为 $y = f(x)$ ，则对 $\forall x \in (0,1)$ ，均有 $\frac{f(x)}{x} > 1$ ；
- ③ 若某国家某年的劳伦茨曲线近似为 $y = x^2 (x \in [0,1])$ ，则 $\text{Gini} = \frac{1}{4}$ ；
- ④ 若某国家某年的劳伦茨曲线近似为 $y = x^3 (x \in [0,1])$ ，则 $\text{Gini} = \frac{1}{2}$ 。

其中正确的是：

- A. ①④ B. ②③ C. ①③④ D. ①②④

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，若 $2c \cos B = 2a + b$ ，则 $\angle C =$ _____。

14. 已知向量 $\vec{a} = (\cos 5^\circ, \sin 5^\circ)$ ， $\vec{b} = (\cos 65^\circ, \sin 65^\circ)$ ，则 $|\vec{a} + \vec{b}| =$ _____。

15. 过动点 M 作圆 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$ 的切线 MN ，其中 N 为切点，若 $|MN| = |MO|$ (O 为坐标原点)，则 $|MN|$ 的最小值是_____。

16. 已知 $t > 0$ ，记 $f(t) = \int_0^t (1 - C_8^1 2x + C_8^2 4x^2 - C_8^3 8x^3 + \dots - C_8^7 128x^7 + C_8^8 256x^8) dx$ ，则 $f(t)$ 的展开式中各项系数和为_____。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中，设 a, b, c 分别为角 A, B, C 的对边，记 $\triangle ABC$ 的面积为 S ，且 $2S = \vec{AB} \cdot \vec{AC}$ 。

(1) 求角 A 的大小；

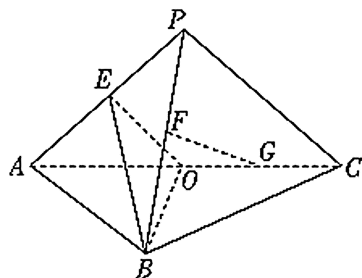
(2) 若 $c = 7$ ， $\cos B = \frac{4}{5}$ ，求 a 的值。

18. (12 分) 设函数 $f(x) = |x+a| + |x-a^2-a| (a \in \mathbf{R})$ 。

(1) 当 $a = 1$ 时，求不等式 $f(x) \leq 5$ 的解集；

(2) 若存在 $a \in [-1, 0]$ ，使得不等式 $f(x) \geq b$ 对一切 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立，求实数 b 的取值范围。

19. (12分) 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, 平面 $PAC \perp$ 平面 ABC , $AB=BC$, $PA \perp PC$. 点 E, F, O 分别为线段 PA, PB, AC 的中点, 点 G 是线段 CO 的中点.



(1) 求证: $PA \perp$ 平面 EBO .

(2) 判断 FG 与平面 EBO 的位置关系, 并证明.

20. (12分) 已知函数 $f(x) = x^2 - a \ln x, a \in R$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极值, 求 a 的值;

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上的最小值;

(3) 在 (1) 的条件下, 若 $h(x) = x^2 - f(x)$, 求证: 当 $1 < x < e^2$ 时, 恒有 $x < \frac{4+h(x)}{4-h(x)}$ 成立.

21. (12分) 某商店举行促销反馈活动, 顾客购物每满 200 元, 有一次抽奖机会 (即满 200 元可以抽奖一次, 满 400 元可以抽奖两次, 依次类推). 抽奖的规则如下: 在一个不透明口袋中装有编号分别为 1, 2, 3, 4, 5 的 5 个完全相同的小球, 顾客每次从口袋中摸出一个小球, 共摸三次, 每次摸出的小球均不放回口袋, 若摸得的小球编号一次比一次大 (如 1, 2, 5), 则获得一等奖, 奖金 40 元; 若摸得的小球编号一次比一次小 (如 5, 3, 1), 则获得二等奖, 奖金 20 元; 其余情况获得三等奖, 奖金 10 元.

(1) 某人抽奖一次, 求其获奖金额 X 的概率分布和数学期望;

(2) 赵四购物恰好满 600 元, 假设他不放弃每次抽奖机会, 求他获得的奖金恰好为 60 元的概率.

22. (10分) 某校共有学生 2000 人, 其中男生 900 人, 女生 1100 人, 为了调查该校学生每周平均体育锻炼时间, 采用分层抽样的方法收集该校 100 名学生每周平均体育锻炼时间 (单位: 小时).

(1) 应抽查男生与女生各多少人?

(2) 根据收集 100 人的样本数据, 得到学生每周平均体育锻炼时间的频率分布表:

时间 (小时)	[0,1]	(1,2]	(2,3]	(3,4]	(4,5]	(5,6]
频率	0.05	0.20	0.30	0.25	0.15	0.05

若在样本数据中有 38 名男学生平均每周课外体育锻炼时间超过 2 小时, 请完成每周平均体育锻炼时间与性别的列联表, 并判断是否有 95% 的把握认为“该校学生的每周平均体育锻炼时间与性别有关”?

	男生	女生	总计
每周平均体育锻炼时间不超过 2 小时			
每周平均体育锻炼时间超过 2 小时			
总计			

附： $K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P\left(K^2\geq k_0\right)$	0.100	0.050	0.010	0.005
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

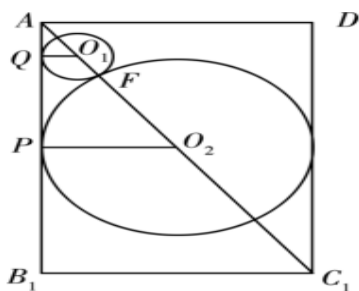
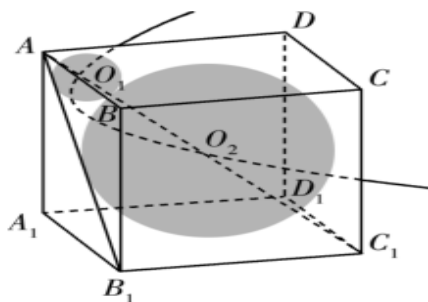
【解析】

由题先画出立体图，再画出平面 AB_1C_1D 处的截面图，由抛物线第一定义可知，点 O_2 到点 F 的距离即半径 r_2 ，也即点 O_2 到面 CDD_1C_1 的距离，点 O_2 到直线 AB_1 的距离即点 O_2 到面 ABB_1A_1 的距离因此球 O_2 内切于正方体，设 $r_2=1$ ，两球球心和公切点都在体对角线 AC_1 上，通过几何关系可转化出 r_1 ，进而求解

【详解】

根据抛物线的定义，点 O_2 到点 F 的距离与到直线 AB_1 的距离相等，其中点 O_2 到点 F 的距离即半径 r_2 ，也即点 O_2 到面 CDD_1C_1 的距离，点 O_2 到直线 AB_1 的距离即点 O_2 到面 ABB_1A_1 的距离，因此球 O_2 内切于正方体，不妨设 $r_2=1$ ，两个球心 O_1 ， O_2 和两球的切点 F 均在体对角线 AC_1 上，两个球在平面 AB_1C_1D 处的截面如图所示，则

$O_2F = r_2 = 1$, $AO_2 = \frac{AC_1}{2} = \sqrt{3}$, 所以 $AF = AO_2 - O_2F = \sqrt{3} - 1$. 又因为 $AF = AO_1 + O_1F = \sqrt{3}r_1 + r_1$, 因此 $(\sqrt{3} + 1)r_1 = \sqrt{3} - 1$, 得 $r_1 = 2 - \sqrt{3}$, 所以 $\frac{r_1}{r_2} = 2 - \sqrt{3}$.



故选：D

【点睛】

本题考查立体图与平面图的转化，抛物线几何性质的使用，内切球的性质，数形结合思想，转化思想，直观想象与数学运算的核心素养

2、A

【解析】

由余弦定理求出角 A ，再由三角形面积公式计算即可.

【详解】

由余弦定理得： $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{1}{2}$,

又 $A \in (0, \pi)$ ，所以得 $A = \frac{\pi}{3}$,

故 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A = 3\sqrt{3}$.

故选：A

【点睛】

本题主要考查了余弦定理的应用，三角形的面积公式，考查了学生的运算求解能力.

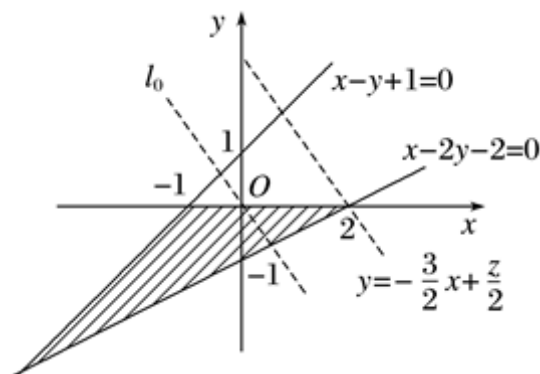
3、C

【解析】

作出不等式组所表示的可行域，平移直线 $z = 3x + 2y$ ，找出直线在 y 轴上的截距最大时对应的最优解，代入目标函数计算即可.

【详解】

作出满足约束条件 $\begin{cases} x-2y-2 \leq 0 \\ x-y+1 \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$ 的可行域如图阴影部分（包括边界）所示.



由 $z = 3x + 2y$, 得 $y = -\frac{3}{2}x + \frac{z}{2}$, 平移直线 $y = -\frac{3}{2}x + \frac{z}{2}$, 当直线 $y = -\frac{3}{2}x + \frac{z}{2}$ 经过点 $(2, 0)$ 时, 该直线在 y 轴上的截距最大, 此时 z 取最大值,

即 $z_{\max} = 3 \times 2 + 2 \times 0 = 6$.

故选: C.

【点睛】

本题考查简单的线性规划问题, 考查线性目标函数的最值, 一般利用平移直线的方法找到最优解, 考查数形结合思想的应用, 属于基础题.

4、C

【解析】

根据 MB, MC 与平面 $ADEF$ 所成的角相等, 判断出 $MD = 2AM$, 建立平面直角坐标系, 求得 M 点的轨迹方程, 由此求得点 M 的轨迹长度.

【详解】

由于平面 $ABCD \perp$ 平面 $ADEF$, 且交线为 AD , $AB \perp AD, CD \perp AD$, 所以 $AB \perp$ 平面 $ADEF$, $CD \perp$ 平面 $ADEF$. 所以 $\angle BMA$ 和 $\angle CMD$ 分别是直线 MB, MC 与平面 $ADEF$ 所成的角, 所以 $\angle BMA = \angle CMD$, 所以

$\tan \angle BMA = \tan \angle CMD$, 即 $\frac{AB}{AM} = \frac{CD}{MD}$, 所以 $MD = 2AM$. 以 A 为原点建立平面直角坐标系如下图所示, 则

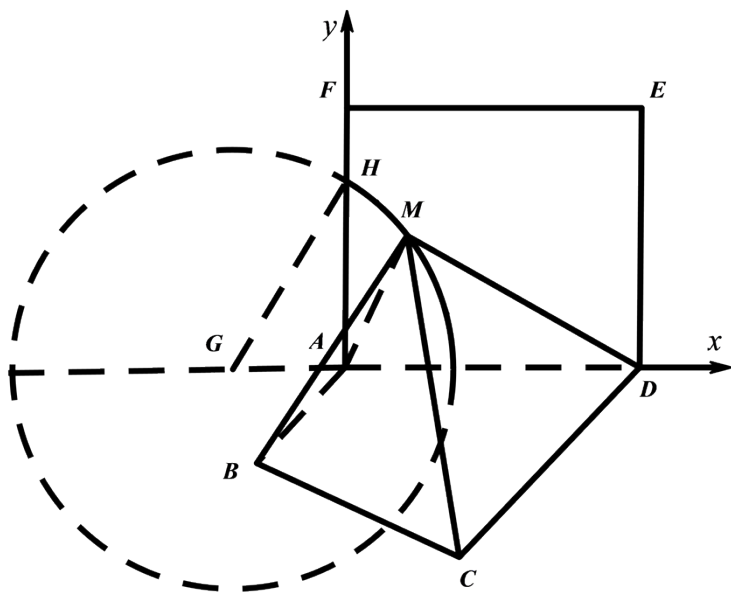
$A(0, 0)$, $D(6, 0)$, 设 $M(x, y)$ (点 M 在第一象限内), 由 $MD = 2AM$ 得 $MD^2 = 4AM^2$, 即

$(x-6)^2 + y^2 = 4(x^2 + y^2)$, 化简得 $(x+2)^2 + y^2 = 4^2$, 由于点 M 在第一象限内, 所以 M 点的轨迹是以 $G(-2, 0)$ 为

圆心, 半径为 4 的圆在第一象限的部分. 令 $x = 0$ 代入原的方程, 解得 $y = \pm 2\sqrt{3}$, 故 $H(0, 2\sqrt{3})$, 由于 $GA = 2$, 所以

$\angle HGA = \frac{\pi}{3}$, 所以点 M 的轨迹长度为 $\frac{\pi}{3} \times 4 = \frac{4\pi}{3}$.

故选：C



【点睛】

本小题主要考查线面角的概念和运用，考查动点轨迹方程的求法，考查空间想象能力和逻辑推理能力，考查数形结合的数学思想方法，属于难题.

5、C

【解析】

推导出 $f(2019)=f(403\times 5+4)=f(4)=f(-1)=\log_2 2$ ，由此能求出 $f(2019)$ 的值.

【详解】

∵定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=\begin{cases} \log_2(1-x) & x\leq 0 \\ f(x-5) & x>0 \end{cases}$,

∴ $f(2019)=f(403\times 5+4)=f(4)=f(-1)=\log_2 2=1$ ，故选 C.

【点睛】

本题主要考查函数值的求法，解题时要认真审题，注意函数性质的合理运用，属于中档题.

6、B

【解析】

由题意可得 $f(x)$ 的周期为 2，当 $x\in[2,3]$ 时， $f(x)=-2x^2+12x-18$ ，令 $g(x)=\log_a(x+1)$ ，则 $f(x)$ 的图像和 $g(x)$ 的图像至少有 3 个交点，画出图像，数形结合，根据 $g(2)>f(2)$ ，求得 a 的取值范围.

【详解】

$f(x)$ 是定义域为 R 的偶函数，满足任意 $x\in R$ ，

$$f(x+2) = f(x) - f(1), \text{ 令 } x = -1, f(1) = f(-1) - f(1),$$

$$\text{又 } f(-1) = f(1), \therefore f(1) = 0, f(x+2) = f(x),$$

$\therefore f(x)$ 为周期为 2 的偶函数,

$$\text{当 } x \in [2, 3] \text{ 时, } f(x) = -2x^2 + 12x - 18 = -2(x-3)^2,$$

$$\text{当 } x \in [0, 1], x+2 \in [2, 3], f(x) = f(x+2) = -2(x-1)^2,$$

$$\text{当 } x \in [-1, 0], -x \in [0, 1], f(x) = f(-x) = -2(x+1)^2,$$

作出 $f(x), g(x)$ 图像, 如下图所示:

函数 $y = f(x) - \log_a(x+1)$ 至少有三个零点,

则 $f(x)$ 的图像和 $g(x)$ 的图像至少有 3 个交点,

Q $f(x) \leq 0$, 若 $a > 1$,

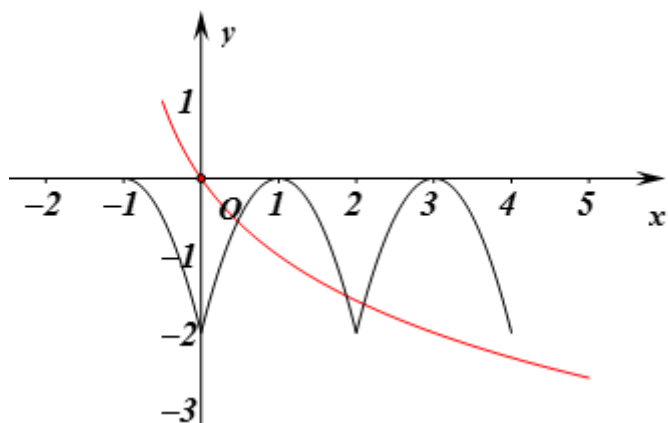
$f(x)$ 的图像和 $g(x)$ 的图像只有 1 个交点, 不合题意,

所以 $0 < a < 1$, $f(x)$ 的图像和 $g(x)$ 的图像至少有 3 个交点,

则有 $g(2) > f(2)$, 即 $\log_a(2+1) > f(2) = -2, \therefore \log_a 3 > -2$,

$$\therefore \frac{1}{a^2} > 3, a^2 < \frac{1}{3}, \text{Q } 0 < a < 1, \therefore 0 < a < \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

故选:B.



【点睛】

本题考查函数周期性及其应用, 解题过程中用到了数形结合方法, 这也是高考常考的热点问题, 属于中档题.

7、B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/018006134134007003>