

中华人民共和国国家标准

GB/T 17989.6—2022

生产过程质量控制统计方法 控制图 第6部分：指数加权移动平均控制图

Statistical method of quality control in production process—
Control charts—Part 6:EWMA control charts

(ISO 7870-6:2016,Control charts—Part 6:EWMA control charts,MOD)

2022-03-09发布

2022-10-01实施

国家市场监督管理总局 发布
国家标准化管理委员会

目 次

前言	I
引言	III
1 范围	1
2 规范性引用文件	1
3 术语和定义、符号、缩略语	1
3.1 术语和定义	1
3.2 符号	1
3.3 缩略语	2
4 计量数据的 EWMA	2
4.1 概述	2
4.2 对加权平均的理解	3
4.3 EWMA 控制图的控制限	3
4.4 EWMA 控制图的构建	4
4.5 示例	6
5 控制图的选用	8
5.1 常规控制图与 EWMA 控制图	8
5.2 平均链长	9
5.3 EWMA 控制图参数的选取	10
6 实施EWMA 控制图的程序	11
7 EWMA 控制图对非正态数据的敏感性	12
8 优点与局限	12
8.1 优点	12
8.2 局限	12
附录A (资料性) EWMA 控制图的应用	13
附录 B(规范性) 用于监控不合格品率的 EWMA 控制图	16
附录C (规范性)用于监控不合格数的 EWMA 控制图	18
附录D (资料性)控制图的有效性	20
参考文献	24

前 言

本文件按照GB/T 1.1—2020《标准化工作导则 第1部分：标准化文件的结构和起草规则》的规定起草。

本文件是GB/T 17989的第6部分。GB/T 17989已经发布了以下部分：

- 控制图 第1部分：通用指南；
- 控制图第2部分：常规控制图；
- 控制图第3部分：验收控制图；
- 控制图第4部分：累积和控制图；
- 生产过程质量控制统计方法控制图第5部分：特殊控制图；
- 生产过程质量控制统计方法 控制图第6部分：指数加权移动平均控制图；
- 生产过程质量控制统计方法 控制图 第7部分：多元控制图；
- 生产过程质量控制统计方法 控制图 第8部分：短周期小批量的控制方法；
- 生产过程质量控制统计方法控制图第9部分：平稳过程控制图。

本文件修改采用ISO 7870-6:2016《控制图 第6部分：指数加权移动平均控制图》。

本文件与ISO 7870-6:2016 相比做了下述结构调整：

- 将第1章中“下列情况推荐使用常规控制图……”整段放入注1中，更符合叙述逻辑；
- 将第3章“符号和缩略语”改为“术语、符号和缩略语”，增加了3.1术语和定义，给出使用术语的说明，“符号和缩略语”分为“3.2符号”和“3.3缩略语”。

本文件与ISO7870-6:2016 的技术差异及其原因如下：

- 将本文件中的符号“N”修改为“n”，其解释“样本中的个体数(样本量)”修改为“子组大小”，与本系列标准其他部分保持一致；
- 将第3章中符号“o。”的解释中“P=po 的二项分布标准差的真值”修改为“概率为p。的二项分布标准差的真值”，解释更加清晰；
- 将第4章中4.1的“当 $\lambda=1$ 时，EWMA 控制图即为均值控制图”修改为“当 $\lambda=1$ 时，EWMA 控制图即为单值X 控制图”，修改原文错误。

本文件做了下列编辑性改动：

- 将标准名称改为《生产过程质量控制统计方法控制图 第6部分：指数加权移动平均控制图》；
- 将3.2.2中“中心线”的英文改为“center line”；

——将第4章中4.3的公式(8)“ $U_{cL} = \mu_0 - L \frac{\sigma}{\sqrt{n} \sqrt{(2-\lambda)}}$ ”修改为“ $U_{cI} = \mu_0 + L \frac{\sigma}{\sqrt{n} \sqrt{(2-\lambda)}}$ ”

——将第4章中4.4表1的表头“EWMA 值”修改为“EWMAzi”；

——将第4章中4.5的“第28点”修改为“第29点和第30点”；

——将第5章中5.2的“需要14.5个样本”修改为“需要14.9个样本”；

——将第5章中5.2的“EWMA 控制图采用 $\pm 3\sigma/\sqrt{n}$ ”修改为“EWMA 控制图采用 $\pm 3\sigma/\sqrt{n}$ 控制限”；

——删除了第5章中5.3.2的注；

——将第5章中公式(21)“ $\delta_1 = \min \left\{ \frac{U_{1/4} - \mu_0}{\sigma_0}, \frac{\mu_0 - L_{1/4}}{\sigma_0} \right\}$ ”修改为“ $\delta_1 = \min \left\{ \frac{U_p - \mu_0}{\sigma_0}, \frac{\mu_0 - L_p}{\sigma_0} \right\}$ ”；

GB/T 17989.6—2022

——将第5章中5.3.4的“ $\delta \sqrt{n=2}$ ”修改为“ $\delta 1 \sqrt{n=2}$ ”;

——将附录A的公式(A.2)“ $L=T_1 - 3\sigma_a=99.5+3\times 0.1=99.8$ ”修改为“ $L=T_1 + 3\sigma_a=99.54$
 $3\times 0.1=99.8$ ”

——将附录C中C.2的“使用表3”修改为“使用表4”。

请注意本文件的某些内容可能涉及专利。本文件的发布机构不承担识别专利的责任。

本文件由全国统计方法应用标准化技术委员会(SAC/TC 21)提出并归口。

本文件起草单位：清华大学、北京航空航天大学、中国标准化研究院、山东省标准化研究院、北京工业大学、中通客车股份有限公司。

本文件主要起草人：孙静、彭思程、杨军、丁文兴、魏洁、孙良泉、谢田法、李梦馨、吴广宇。

引 言

控制图是过程控制中常用的统计工具，用来监测过程中的偏移，保持过程稳定。GB/T 17989 控制图系列标准分为以下9部分：

- 控制图第1部分：通用指南。目的在于给出控制图基本术语、原理及分类，以及选择控制图的指南。
- 控制图第2部分：常规控制图。目的在于确立使用常规控制图进行过程控制的指南。
- 控制图第3部分：验收控制图。目的在于确立验收控制图进行过程控制的使用指南，并规定了确定子组样本量、行动限、和决策准则的一般程序。
- 控制图第4部分：累积和控制图。目的在于确立应用累积和技术进行过程检测、控制和回顾性分析的统计方法。
- 生产过程质量控制统计方法 控制图第5部分：特殊控制图。目的在于确立理解和应用特殊控制图进行统计过程控制的指南。
- 生产过程质量控制统计方法 控制图第6部分：指数加权移动平均控制图。目的在于确立理解和应用指数加权移动平均(EWMA)控制图进行统计过程控制的指南。
- 生产过程质量控制统计方法控制图第7部分：多元控制图。目的在于确立构建和应用多元控制图进行统计过程控制的指南，并建立了使用和理解计量数据多元控制图的常规方法。
- 生产过程质量控制统计方法控制图第8部分：短周期小批量的控制方法。目的在于确立子组大小为1时，应用常规计量控制图检测短周期和小批量生产过程的方法。
- 生产过程质量控制统计方法控制图第9部分：平稳过程控制图。目的在于确立构建和应用控制图对平稳过程进行控制的指南。

常规控制图是过程控制中应用最广泛的统计控制方法，但它对于监测过程的小幅偏移较为迟缓。指数加权移动平均控制图则能够及时迅速地监测过程的小幅和中幅偏移。

常规控制图易于使用，能够迅速监测到过程的大幅偏移，然而它并不能高效地监测过程的小幅、中幅偏移。很多情况下，过程的变化是缓慢、逐渐发生的(尤其是连续生产的情况)。为了防止过程严重偏离目标值，需要尽早监测到这种变化。有两种方法可以提高常规控制图监测小幅和中幅偏移的有效性。

- 最简便的方法是增大抽取的子组大小，但往往不够经济。当生产率较低、耗费时间过长或检测成本过高时，抽取子组大小大于1的子组是不可行的，这一方法无法使用。
- 为了发现生产过程中的异常波动，可以在过程控制中将此前的检测结果考虑在内。常规控制图仅对样本观测值独立地予以考虑，忽视了观测结果整个序列所包含的信息，导致常规控制图对监测过程小幅偏移不灵敏。引入之前观测结果的方法可以提高监测小幅偏移的有效性。

当需要监测过程缓慢、渐进的偏移时，能够考虑以往数据的特殊控制图往往是更好的选择。下面是这种情况下，比常规控制图更有效的控制方法：

- a) 累积和控制图(CUSUM 控制图)：GB/T 17989.4 对此有详细说明。相比于X 控制图，累积和控制图对过程均值在0.5~2倍标准差间的偏移更灵敏。累积和控制图对逐个样本均值和设定目标之间的偏差进行累加。即使过程均值只出现了持续的小幅偏移，都会形成可观的偏差累积和。因此，累积和控制图更适用于X 控制图难以发现的过程持续小幅偏移。
- b) 指数加权移动平均控制图(EWMA 控制图)：本文件将对此进行介绍。指数加权移动平均控制图在形式上与常规控制图相似。二者的区别在于：常规控制图的监测对象是逐个样本均值，而指数加权移动平均控制图的监测对象是当前样本均值与之前样本均值的加权平均。

EWMA 控制图通常用于监测过程均值的小幅偏移。相比于常规控制图，EWMA 控制图能够更灵敏地发现0.5~2倍标准差范围内的偏移，但无法及时发现均值的大幅偏移。当子组大小为1时，建议使用EWMA 控制图。

为了确保及时发现过程小幅和大幅偏移，建议选取 λ 值较小的EWMA 控制图和常规控制图同时使用。EWMA 控制图只能监测过程均值，如果需要监测过程的离散趋势，需要使用其他方法。

生产过程质量控制统计方法 控制图

第6部分：指数加权移动平均控制图

1 范围

本文件给出了理解和应用指数加权移动平均(EWMA)控制图进行统计过程控制的指南。EWMA控制图是一种用于监测过程均值的小幅波动的统计过程控制技术，它能够及时发现过程均值的小幅和中幅波动。EWMA控制图以对全部历史数据的样本均值进行指数加权移动平均的方式，对过程均值进行评价。EWMA按与当前位置由近及远、以几何递减的方式对样本进行加权，离当前越近的样本权重越大影响越大，而越远的样本权重越小影响越小，具体的权重大小取决于平滑参数(λ)。

本文件适用于使用控制图监测过程均值的小幅波动的情形。

注1:EWMA图的主要目标与常规控制图相同。常规控制图的相关内容在GB/T 17989.2中已有说明。下列情况宜使用常规控制图:

- 生产率较低;
- 抽样和检测的过程复杂且耗时较长;
- 检测成本过高;
- 存在安全隐患。

注2:质量工作者能使用生产线中获得的一组单个观测值来制作单值控制图，而无须使用多个观测值构成的样本制作均值控制图。当检测多个观测值构成的样本的成本过高、难于实现时，这一选择是必要的。例如：客户投诉或产品退换的数量往往按月统计，质量管理者需要使用它们制作成图以反映质量问题。这类控制图同样适用于自动检测设备监测每一件产品的情况，质量管理者使用这类控制图来监测产品质量的小幅波动(例如：由于设备磨损，造成产品质量的逐渐下滑)。

2 规范性引用文件

下列文件中的内容通过文中的规范性引用而构成本文件必不可少的条款。其中，注日期的引用文件，仅该日期对应的版本适用于本文件；不注日期的引用文件，其最新版本(包括所有的修改单)适用于本文件。

GB/T 17989.1 控制图第1部分：通用指南(GB/T 17989.1—2020,ISO 7870-1:2014,MOD)

3 术语和定义、符号、缩略语

3.1 术语和定义

GB/T 17989.1界定的术语和定义适用于本文件。

3.2 符号

下列符号适用于本文件。

- | | |
|------------------|-------------|
| ARL。 | 受控状态的平均链长 |
| ARL ₁ | 给定偏移程度的平均链长 |
| c | 平均不合格数 |

c_0	平均不合格数的目标值
C'	平均不合格数的拒绝限
C	第 <i>i</i> 个样本的不合格数
LcL	EWMA 控制图的下控制限(如果为负值, 则取作0)
L	用以构建 z 控制限的系数(以统计量 z 的标准差的倍数表示)
L	均值的下拒绝限
n	子组大小
p	过程的不合格品率
p_0	过程不合格品率的目标值
p'	过程不合格品率的上拒绝限
p_i	第 <i>i</i> 个样本的不合格品率
s	标准差 σ 的估计值
UcL	EWMA控制图的上控制限
U	均值的上拒绝限
X_i	第 <i>i</i> 个子组的子组均值
z_i	EWMA控制图中用于打点的EWMA 统计量的值
z_0	z 的初值
ϕ	均值的偏移(以标准差的倍数表示)
δ_1	均值可接受的最大偏移(以标准差的倍数表示)
λ	平滑参数
μ_0	过程均值的目标值
$\sigma_x; \approx \sigma_0$	随机变量 X 的标准差的真值
σ_0	概率为 p_0 的二项分布标准差的真值
σ_x	n 个观测值的均值的标准差; $\sigma_x = \sigma / \sqrt{n}$
σ	当 i 趋于无穷时 z_i 的标准差

δ_0, ARL, ARL_1

3.3 缩略语

下列缩略语适用于本文件。

ARL 平均链长(Average Run Length)

CL 中心线(Centre line)

MAXRL 最大链长(以整数表示的链长随机变量的95%分位数)(Maximum Run Length)

4 计量数据的EWMA

4.1 概述

EWMA控制图对过去和当前数据进行指数加权移动平均, 而且权重从当前数据到过往数据按照指数递减。故而越是近期的数据对 EWMA 值的影响越明显。指数加权移动平均(EWMA) 的定义见公式(1):

$$z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda) z_{i-1} \dots \dots \dots (1)$$

注1: 若将EWMA 控制图用于控制子组样本数 $n > 1$ 的子组, 只需将 x_i 替换为 \bar{x}_i 。

$0 < \lambda < 1$, 且 λ 为常数。 z_0 的初始值(第一个样本编号 $i=1$) 往往为过程的目标值, 即 $z_0 = \mu_0$ 。

注2:用预备数据的均值估计 μ_0 。

当 $\lambda=1$ 时, EWMA 控制图即为单值 \bar{X} 控制图。

4.2 对加权平均的理解

为了论证EWMA 是所有以往数据的加权平均, 替换公式(1)右侧的 z_{i-1} , 得到公式(2):

$$\begin{aligned} z_i &= \lambda x_i + (1-\lambda)[\lambda x_{i-1} + (1-\lambda)z_{i-2}] \\ &= \lambda x_i + \lambda(1-\lambda)x_{i-1} + (1-\lambda)^2 z_{i-2} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

继续递归替换 z_{i-2} ; ($j=2, 3, \dots$), 可得公式(3):

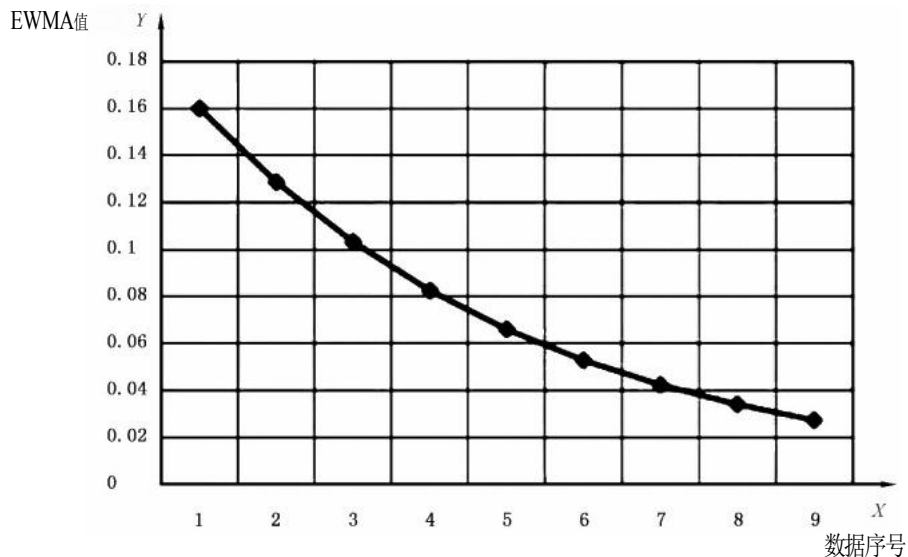
$$z_i = \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j x_{i-j} + (1-\lambda)^i z_0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

当 $i=1, z_1 = \lambda x_1 + (1-\lambda)\mu_0$ 。

权重 $\lambda(1-\lambda)^j$ 随着数据序号 $i-j$ 中 j 的增大呈几何级数递减, 即离当前数据 i 越近(j 越小)的数据权重越大, 离当前数据 i 越远(j 越大)的数据权重越小。且权重之和趋于1, 证明如式(4):

$$\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j = \lambda \left[\frac{1 - (1-\lambda)^i}{1 - (1-\lambda)} \right] = 1 - (1-\lambda)^i \quad \dots\dots\dots (4)$$

若 $\lambda=0.2$, 则当前数据的权重为0.2, 以往数据的权重为0.16、0.128、0.1024, 依此类推, 这些权重如图1所示。因为权重呈几何级数式递减, 故 EWMA 又被称为几何移动平均(GMA)。



标引序号说明:
 X——与当前数据的距离($\text{EWMA}\lambda=0.2$);
 Y——权重 $\lambda(1-\lambda)^j$ 。

图 1 历史数据的权重

EWMA 值可被视作所有以往观测和当前观测的加权平均值, 对正态假设并不敏感。因此, 它是一种较理想的适用于单个观测数据的控制图。

4.3 EWMA控制图的控制限

若观测值 x_i 彼此独立, 方差为 σ^2 , 则 z_i 的方差见公式(5):

$$\sigma_{z_i}^2 = \sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) [1 - (1-\lambda)^{2i}] \quad \dots\dots\dots (5)$$

EWMA 控制图以序号 i (或时间)为横轴, z 为纵轴, 其控制限的计算见公式(6)和公式(7):

中心线= μ_0

$$U_{CL} = \mu_0 + L_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} [1 - (1-\lambda)^{2i}] \dots\dots\dots (6)$$

$$L_{CL} = \mu_0 - L_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} [1 - (1-\lambda)^{2i}] \dots\dots\dots (7)$$

系数 L_2 用来确定控制限的宽度，它的值取决于置信水平。X-R 控制图的置信水平取99.73% (士 3 σ)，因而设定了3 σ 控制限。与之类似，EWMA 控制图的置信水平可根据需要进行调整(例如： $L_2 = 2.7$ 对应的置信水平为99.307%)。

只要 z_i 落在控制限内时，就不需要进行调整。一旦 z_i 落在控制限外，则认为过程处于失控状态。此时，需要对过程进行调整，调整后重新绘制 EWMA 控制图。EWMA 控制图初始化时，不考虑调整前的观测数据。取 z_0 为初始值。

随着 i 增加， $[1 - (1-\lambda)^{2i}]$ 趋近于1。也就是说，EWMA 控制图使用一段时间后，控制限将趋近于稳定值，如公式(8)和公式(9)所示：

中心线= μ

$$U_{CL} = \mu_0 + L_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} \dots\dots\dots (8)$$

$$L_{CL} = \mu_0 - L_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} \dots\dots\dots (9)$$

尽管如此，强烈推荐使用准确的控制限。这样在EWMA 控制图初始化后，能够使监测过程异常的及时性显著提升。

注：在实际工作中，使用样本数据的标准差 s 作为 σ 的估计。

4.4 EWMA 控制图的构建

为了展示 EWMA 控制图的建立过程，先利用历史数据计算下列参数：

$\mu_0 = 50$

$s = 2.0539$

设定 $\lambda = 0.3$ ，同公或(10)可得

$$\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} = \sqrt{\frac{0.3}{1.7}} = 0.4201 \dots\dots\dots (10)$$

控制限的稳定值可通过公式(11)和公式(12)得出：

$$U_{CL} = 50 + 3 \times 0.4201 \times 2.0539 = 52.5885 \dots\dots\dots (11)$$

$$L_{CL} = 50 - 3 \times 0.4201 \times 2.0539 = 47.4115 \dots\dots\dots (12)$$

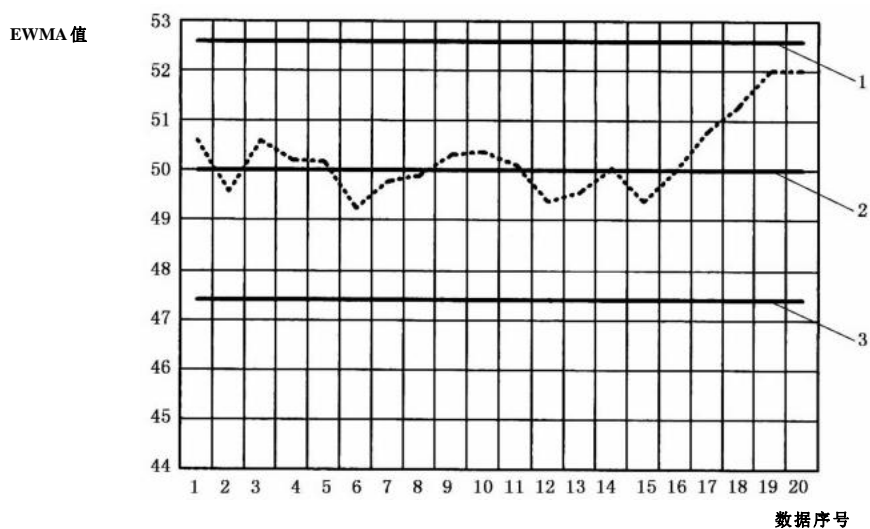
20个观测数据及EWMA 值的计算结果由表1给出。

表1 EWMA 值的计算

序号	T	EWMA z_i
1	52.0	50.6000
2	47.0	49.5200
3	53.0	50.5640

表 1 EWMA 值的计算(续)

序号	C	EWMA z
4	49.3	50.1848
5	50.1	50.1594
6	47.0	49.2116
7	51.0	49.7481
8	50.1	49.8537
9	51.2	50.2576
10	50.5	50.3303
11	49.6	50.1112
12	47.6	49.3578
13	49.9	49.5205
14	51.3	50.0543
15	47.8	49.3780
16	51.2	49.9246
17	52.6	50.7272
18	52.4	51.2291
19	53.6	51.9403
20	52.1	51.9882



标引序号说明:

1——UcL=52.5885;

2——CL=50;

3——Lci.=47.4115。

图 2 EWMA图

在图2所示的EWMA 控制图中,所有的EWMA 数值对应的点子均落在控制限内,表明该过程处于受控状态。

4.5 示例

本示例使用表2给出的观测数据(x_i)。前20个观测值由均值 μ =10、标准差 σ =1的正态分布随机生成，后10个观测值由均值 μ =11、标准差 σ =1的正态分布随机生成，换言之，过程均值出现了一个标准差的偏移。

设定 λ =0.10, L₂ =2.7 对表2中的数据建立EWMA 控制图。

过程均值的目标值 μ =10, 标准差 σ =1。

下面以第一个观测值x₁ =9.45 为例，来说明计算过程。

对应的 EWMA 统计量的第一个值可由公式 (13) 得出：

$$z_1 = \lambda x_1 + (1-\lambda)z_0 = 0.1 \times 9.45 + 0.9 \times 10 = 9.94500 \quad \dots\dots\dots (13)$$

如图3所示，z₁=9.94500 为 EWMA 控制图中第一个点。

EWMA 的第二个值由公式(14)得出：

$$z_2 = \lambda x_2 + (1-\lambda)z_1 = 0.1 \times 7.99 + 0.9 \times 9.945 = 9.74950 \quad \dots\dots\dots (14)$$

以此类推，可计算出 EWMA 统计量的其他值。

控制限由公式(15)和公式(16)得出：

对i=1,

$$U_{CL} = \mu_0 + L_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]} \\ = 10 + 2.7 \times 1 \times \sqrt{\frac{0.1}{(2-0.1)} [1 - (1-0.1)^{2 \times 1}]} \quad \dots\dots\dots (15) \\ = 10.27000$$

且

$$L_{CL} = \mu_0 - L_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]} \\ = 10 - 2.7 \times 1 \times \sqrt{\frac{0.1}{(2-0.1)} [1 - (1-0.1)^{2 \times 1}]} \quad \dots\dots\dots (16) \\ = 9.73000$$

对i=2, 控制限由公式(17)和公式(18)得出：

$$U_{CL} = \mu_0 + L_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]} \\ = 10 + 2.7 \times 1 \times \sqrt{\frac{0.1}{(2-0.1)} [1 - (1-0.1)^{2 \times 2}]} \quad \dots\dots\dots (17) \\ = 10.36325$$

且

$$L_{CL} = \mu_0 - L_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]} \\ = 10 - 2.7 \times 1 \times \sqrt{\frac{0.1}{(2-0.1)} [1 - (1-0.1)^{2 \times 2}]} \quad \dots\dots\dots (18) \\ = 9.63675$$

表2给出了EWMA 控制图控制限的相关计算结果，EWMA 控制图如图3所示。

表2 EWMA 控制图的相关计算结果

序号	T_i	$EWMAz_i$	Uci_i	Lcl_i
1	9.45	9.94500	10.27000	9.73000
2	7.99	9.74950	10.36325	9.63675
3	9.29	9.70355	10.42400	9.57600
4	11.66	9.89920	10.46746	9.53254
5	12.16	10.12528	10.49990	9.50010
6	10.18	10.13075	10.52471	9.47529
7	8.04	9.92167	10.54398	9.45602
8	11.46	10.07551	10.55909	9.44090
9	9.20	9.98796	10.57105	9.42895
10	10.34	10.02316	10.58055	9.41945
11	9.03	9.92384	10.58813	9.41187
12	11.47	10.07846	10.59420	9.40580
13	10.51	10.12161	10.59908	9.40092
14	9.40	10.04945	10.60300	9.39700
15	10.08	10.05251	10.60615	9.39385
16	9.37	9.98426	10.60870	9.39130
17	10.62	10.04783	10.67075	9.38925
18	10.31	10.07405	10.61241	9.87600
19	8.52	9.91864	10.61374	9.38626
20	10.84	10.01078	10.61483	9.38517
21	10.90	10.09970	10.61570	9.38430
22	9.33	10.02773	10.61641	9.38359
23	12.29	10.24946	10.61698	9.38302
24	11.50	10.37451	10.61745	9.38255
25	10.60	10.39706	10.61782	9.38218
26	11.08	10.46535	10.61813	9.38187
27	10.38	10.45682	10.61837	9.38163
28	11.62	10.57314	10.61857	9.38143
29	11.31	10.64682	10.61873	9.38126
30	10.52	10.63414	10.61887	9.38113

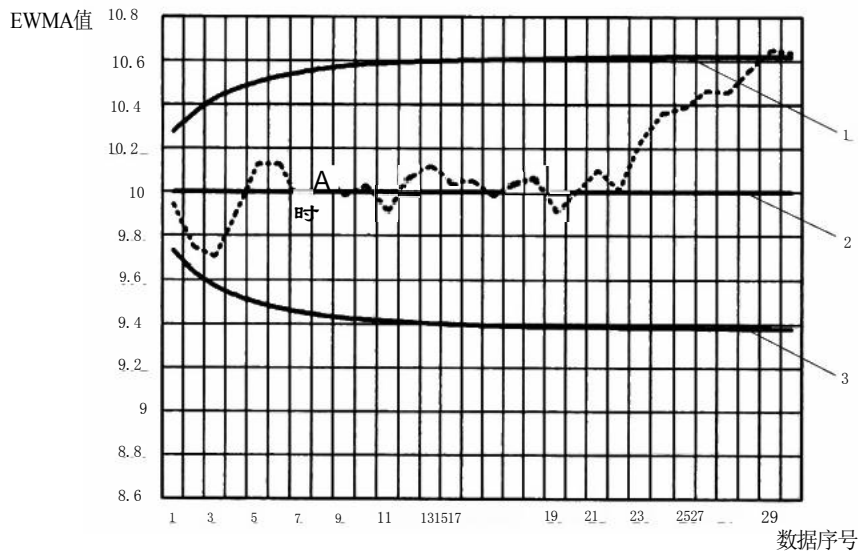
从图3中可以看出，上下控制限之间的宽度随着 i 的增加而增宽，最终逐渐接近稳定值而趋于稳

定。稳定值可由公式(19)和公式(20)得出：

$$\begin{aligned}
 U_{cl} &= \mu_0 + L_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \\
 &= 10 + 2.7 \times 1 \times \sqrt{\frac{0.1}{2-0.1}} \dots\dots\dots (19) \\
 &= 10.61942
 \end{aligned}$$

且

$$\begin{aligned}
 L_{cl} &= \mu_0 - L_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \\
 &= 10 - 2.7 \times 1 \times \sqrt{\frac{0.1}{2-0.1}} \dots\dots\dots (20) \\
 &= 9.38058
 \end{aligned}$$



- 标引序号说明：
 1——Uc=10.62;
 2——CL=10.00;
 3——Lcl=9.38。

图 3 EWMA 控制图

EWMA 控制图的第29点和第30点皆超出上控制限UcL而发出警报，说明过程已失控。

5 控制图的选用

5.1 常规控制图与EWMA 控制图

与常规控制图不同，EWMA 控制图无法基于样本给出检测过程偏移的概率。因为这一概率值不是常数，它受先前样本的影响。针对每个样本都能计算出该概率值，但概率值的变化次数过多，没有实用价值。

因此,用ARL(检测出偏移所需的平均连续样本数)来衡量 EWMA 控制图的有效性。

如果过程处于受控状态,那么,期望虚发警报的概率很低,即虚发警报前的平均样本数应较大(通常 ARL。在100到1000之间取值)。

另一方面,如果过程出现了偏移,期望能尽快发现该偏移,即从偏移发生到出现第一个超出控制限的点之间的样本数应尽可能小(ARL₁ 较小)。

与常规控制图相比,EWMA 控制图对小幅和中等幅度的偏移更为有效:λ 值越小,有效性越高。而常规控制图对于监测突然、大幅的偏移更有效。

EWMA 控制图的有效性与子组大小有关,n 越大,有效性越高(见附录D)。

5.2 平均链长

表3以 δ/\sqrt{n} 作为偏移程度,给出了控制图的 ARL 和 MAXRL。因此,该表提供了对应于各个偏移程度的常规控制图和 EWMA 控制图的有效性。

例如, $\lambda=0.5, L_2=2.979, n=1$ 的 EWMA 控制图,监测到一个标准差的偏移平均需要14.9个样本 ($\delta/\sqrt{n}=1$)。若其他参数不变而 $n=4$, 则平均需要3.2个样本 ($\delta/\sqrt{n}=2$)。

当偏移 $\delta=0$ (此时过程处于受控状态)、ARL 设定为370(与常规控制图保持一致)时,EWMA 控制图采用 $\pm 3\sigma/\sqrt{n}$ 控制限,针对不同的 λ 值计算得到 L_2 值,如表3的表头所示。由于表中所有控制程序的虚发警报前的平均样本数相同,故而能通过直接比较对应六列中的数据,来对比不同控制程序的有效性。如表3所示,较小的 λ 值对监测小幅偏移更有效(例如,当 $\delta/\sqrt{n}=1$, ARL 从14.9降至7.6);而监测大幅偏移时 λ 值的影响不显著(例如,当 $\delta/\sqrt{n}=3$, ARL 仅从1.6降至1.5)。

根据行业的实际需要,事先设定 ARL 作为质量控制的目标。选取 λ 和 L_2 以满足该设定的 ARL,构建控制图。

表 3 EWMA与常规控制图的对比

偏移	常规控制图		EWMA 控制图									
	λ=1.0 L ₂ =3.0		λ=0.5 L ₂ =2.979		λ=0.4 L ₂ =2.961		λ=0.3 L ₂ =2.928		λ=0.2 L ₂ =2.864		λ=0.1 L ₂ =2.715	
δ/\sqrt{n}	ARI	MAXRL	ARL	MAXRL	ARI	MAXRL	ARI	MAXRL	ARL	MAXRL	ARI	MAXRL
0.00	370.4		370.4		370.8		370.9		370		370.9	
0.25	281.2	842	195.7	584	173.8	518	148.5	441	119.6	353	86.3	248
0.50	155.2	464	71.3	211	58.0	170	45.8	132	35.0	97	25.7	66
0.75	81.2	242	29.9	86	24.0	67	19.2	52	15.4	39	12.5	29
1.00	43.9	130	14.9	41	12.3	33	10.3	26	8.8	21	7.6	17
1.25	25.0	74	8.7	23	7.5	18	6.6	15	5.9	13	5.3	11
1.50	15.0	44	5.7	14	5.1	12	4.7	10	4.3	9	3.9	8
1.75	9.5	27	4.1	9	3.8	8	3.6	7	3.4	7	3.1	6
2.00	6.3	18	3.2	7	3.0	6	2.9	6	2.7	5	2.5	5
2.25	4.4	12	2.6	5	2.5	5	2.4	5	2.3	4	2.1	4

表 3 EWMA 与常规控制图的对比(续)

偏移	常规控制图		EWMA控制图									
	λ=1.0 L ₂ =3.0		λ=0.5 L ₂ =2.979		λ=0.4 L ₂ =2.961		λ=0.3 L ₂ =2.928		λ=0.2 L ₂ =2.864		λ=0.1 L ₂ =2.715	
2.50	3.2	9	2.2	4	2.1	4	2.0	4	2.0	4	1.8	3
2.75	2.5	6	1.9	4	1.8	3	1.8	3	1.7	3	1.6	3
3.00	2.0	5	1.6	3	1.6	3	1.6	3	1.5	3	1.5	3

5.3 EWMA 控制图参数的选取

5.3.1 λ 的选取

λ 值越小，赋予过去数据的权重则越大，监测小幅偏移的有效性越好；而监测大幅、突发的偏移的有效性则不佳。

λ 值越大，赋予过去数据的权重则越小，EWMA 控制图就能够更及时地监测大幅、突发的偏移；而监测小幅偏移的有效性则不佳。

λ 的选取应基于对过程积累的过往经验。实际应用中，0.05 ≤ λ ≤ 0.50：

- 当预估会发生缓慢偏移时，λ 宜在0.05~0.25之间取值；
 - 当预估会发生突发的、中等幅度的偏移时，宜选取接近0.5的λ值。
- 最常用的λ值为0.25 ≤ λ ≤ 0.50。若选取λ=1，得到的即是常规控制图。

5.3.2 L₂的选取

参数L₂ 为子组标准差的倍数，用于计算控制限。为了与其他控制图匹配，L₂ 通常设置为3，但当λ 值较小时，L₂ 值也需要适当减小。当λ ≤ 0.1时，L₂ 在2.6~2.8之间取值更为适宜。

5.3.3 n 的确定

表4给出了特定有效性对应的EWMA 控制图参数。换言之，给定过程处于受控状态的ARL。和发生幅度为δ 1的偏移时的ARL₁，表4给出了对应的L₂ 和λ值。

可接受的最大偏移幅度δ 1的计算如公式(21)所示：

$$\delta_1 = \min\left\{\frac{U_p - \mu_0}{\sigma_0}, \frac{\mu_0 - L_p}{\sigma_0}\right\} \dots\dots\dots (21)$$

具体过程如下：

- 步骤1: 选定两次虚发警报之间的平均样本数(即ARL₀)，通常为100~1000，从而选择表4中的某一行；
- 步骤2: 选定监测到可接受最大偏移幅度为δ 1所需的平均样本数(即ARL₁)，然后在步骤1中所选定的某一行中找到最接近这一ARL₁ 的值，得出对应的L₂ 和λ值，同时对应行得到δ₁、√n，进而计算出n；
- 步骤3: 若由于实际操作限制(成本、可行性等)，得出的n 值过大而无法实现，应重新回到步骤1并适当降低要求，调整选定的参数值(ARL₀、ARL₁、δ₁)。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/018020105001006110>