2023-2024学年河南省郑州市高二下学期开学摸底考试数学模拟试题

考生注意：

1.答题前，考生务必用黑色签字笔将自己的姓名、准考证号、座位号在答题卡上填写清楚；

2.每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，在试卷上作答无效；

3.考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知等比数列$\{a_n\}$的首项$a_1>1$，公比为q，记$T_n=a_1a_2\cdots a_n$（$n\in\mathbf{N}^*$），则“$0<q<1$”是“数列$\{T_n\}$为递减数列”的（　）

A．充要条件　　B．充分不必要条件

C．必要不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

2．已知函数$f(x)=\begin{cases}-x^3,x\le a\\-x^2,x>a\end{cases}$，若存在实数$m$，使函数$g(x)=-f(x)+m$有两个零点，则$a$的取值范围是（　）

A．$(-\infty,0)\cup[1,+\infty)$　　B．$(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$

C．$(-\infty,-1]\cup[2,+\infty)$　　D．$(-\infty,-1]\cup(2,+\infty)$

3．函数$f(x)=2x+\sqrt{4-x^2}$的最大值是（　）

A．$\sqrt{5}$　　B．$2\sqrt{5}$　　C．$2+\sqrt{3}$　　D．4

4．已知P为椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上的点，$F_1,F_2$分别为椭圆$C$的左、右焦点，椭圆$C$的离心率为$\dfrac{1}{2}$，$\angle F_1PF_2$的平分线交线段$F_1F_2$于点$Q$，则$\dfrac{|PF_1|}{|QF_1|}=$（　）

A．2　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

5．已知A,F分别为椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左顶点和左焦点，$B,C$是椭圆上关于原点对称的点，若直线$CF$交线段$AB$于$M$，$AM=\dfrac{1}{2}MB$，则椭圆的离心率为（　）

A．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{15}}{4}$　　D．$\frac{2\sqrt{6}}{5}$

6．在三棱锥 $A-BCD$ 中，$AB=AC=BD=CD=3$，$AD=BC=4$，E 是 BC 的中点，F 满足 $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$，则异面直线 AE，CF 所成角的余弦值为（　）

A．$\frac{1}{5}$　　B．$\frac{2\sqrt{6}}{5}$　　C．$\frac{\sqrt{70}}{10}$　　D．$\frac{\sqrt{30}}{10}$

7．甲、乙、丙、丁、戊 5 名同学进行校园厨艺总决赛，决出第 1 名到第 5 名的名次.甲和乙去询问成绩，回答者对甲说：“很遗憾，你没有得到冠军.”对乙说：“你和甲的名次相邻.”从这两个回答分析，5 人的名次排列情况种数为（　）

A．54　　B．48　　C．42　　D．36

8．下列命题中，真命题的是（　）

A．若回归方程 $\hat{y}=-0.45x+0.6$，则变量 y 与 x 正相关

B．线性回归分析中决定系数 R^2 用来刻画回归的效果，若 R^2 值越小，则模型的拟合效果越好

C．若样本数据 $x_1,x_2,\cdots,x_{10}$ 的方差为 2，则数据 $2x_1-1,2x_2-1,\cdots,2x_{10}-1$ 的方差为 18

D．若 $P(A)>0,P(B)>0,P(B|A)=P(B)$，则 $P(A|B)=P(A)$

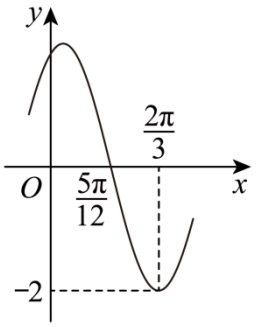
二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，有选错的得 0 分，若只有 2 个正确选项，每选对 1 个得 3 分；若只有 3 个正确选项，每选对 1 个得 2 分.

9．已知圆锥的顶点为 P，底面圆心为 O，AB 为底面直径，$\angle APB=120°$，$PA=2$，点 C 在底面圆周上，且点 O 到平面 PAC 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，则（　）

A．该圆锥的体积为 3π　　B．直线 OP 与平面 PAC 所成的角为 $45°$

C．二面角 $P-AC-O$ 为 $45°$　　D．直线 PA 与 BC 所成的角为 $60°$

10．已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（其中 $A>0$，$\omega>0$，$|\varphi|<\pi$）的部分图象如图所示，则下列结论正确的是（　）



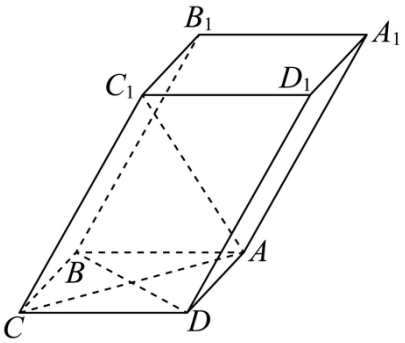
A．$f\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)$为奇函数

B．函数$f(x)$的图象关于点$\left(-\dfrac{\pi}{12},0\right)$对称

C．$f(x)$在$\left[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{4}\right]$上单调递增

D．若函数$y=f(\lambda x)(\lambda>0)$在$[0,\pi]$上没有零点，则$\lambda\in\left(0,\dfrac{5}{12}\right)$

11．如图，在四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，底面$ABCD$是正方形，$AB=\sqrt{2}$，$AA_1=2$，且$\cos\angle BCC_1=\cos\angle DCC_1=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$，则（　）



A．$\overrightarrow{AA_1}\cdot\overrightarrow{BC}=1$

B．$AA_1\perp BD$

C．$AC_1=\sqrt{2}$

D．直线AA_1与平面$ABCD$所成的角为$\dfrac{\pi}{3}$

三、填空题：本大题共 3 个小题，每小题 5 分，共 15 分.

12．设函数$f(x)=\ln\left(x^2+1\right)-\dfrac{1}{|x|}$，则满足$f(x)>f(2x+1)$的$x$的取值范围为_____.

13．已知A是抛物线$x^2=2py(p>0)$上的一点，F为抛物线的焦点，O为坐标原点.当

$|AF|=4$时，$\angle OFA=\dfrac{2\pi}{3}$，则$|OA|=$_____.

14．位于坐标原点的一个点A按下述规则移动：A每次只能向下或向左移动一个单位长度，且向左移动的概率为$\dfrac{1}{5}$.那么A移动5次后位于点$(-4,-1)$的概率是_____.

四、解答题：本大题共5小题，共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15．已知函数$g(x)=mx^2-2mx+n$，$(m>0,n>0)$在$x\in[1,2]$时最大值为1，最小值为0.设$f(x)=\dfrac{g(x)}{x}$.

(1)求实数m，n的值；

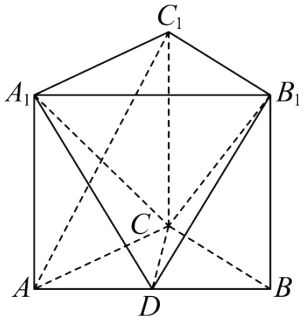
(2)若关于x的方程$f(|\log_3 x|)+\dfrac{2a}{|\log_3 x|}-3a-1=0$有四个不同的实数解，求实数$a$的取值范围.

16．平面直角坐标系xOy中，单位圆与x轴正半轴交于点A，角θ的终边与单位圆的交点P位于第二象限.

(1)若弧AP的长为$\dfrac{2}{3}\pi$，写出P的坐标，并计算扇形AOP的面积；

(2)角θ的终边绕点O逆时针旋转$\dfrac{\pi}{4}$后恰与角α的终边重合，若$\tan\alpha=\dfrac{1}{3}$，求$\tan\theta$的值.

17．如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$CC_1\perp$平面ABC，$AC\perp CB$，D为AB的中点，$AC=CB=CC_1=2$.



(1)求证：$AC_1//$平面B_1CD；

(2)求点A_1到平面B_1CD的距离.

18．已知双曲线C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{2}=1(a>0)$的右焦点$F_2$与抛物线$y^2=8x$的焦点重合.

(1)求双曲线C的方程；

(2)若斜率为$\sqrt{3}$的直线l经过右焦点F_2，与双曲线的右支相交于A，B两点，双曲线的左焦点为F_1，求$\triangle ABF_1$的周长.

19．在2019中国北京世界园艺博览会期间，某工厂生产A、B　C三种纪念品，每一种纪念品均有精品型和普通型两种，某一天产量如下表:（单位:个）

	纪念品A	纪念品B	纪念品C
精品型	100	150	n
普通型	300	450	600

现采用分层抽样的方法在这一天生产的纪念品中抽取200个，其中A种纪念品有40个.

(1)求n的值;

(2)用分层抽样的方法在C种纪念品中抽取一个容量为5的样木，从样本中任取2个纪念品，求至少有1个精品型纪念品的概率;

(3)从B种精品型纪念品中抽取5个，其某种指标的数据分别如下：x、y 10 11 9，把这5个数据看作一个总体，其均值为10，方差为2，求$|x-y|$的值.

1．C

【分析】根据等比数列的通项公式，结合等差数列的前n项和公式、充分性和必要性的定义进行判断即可.

【详解】由题意，$T_n=a_1a_2a_3\cdots a_n=a_1\cdot(a_1q)\cdots\left(a_1q^{n-1}\right)=a_1^n\cdot q^{1+2+\cdots+n-1}=a_1^n\cdot q^{\frac{n(n-1)}{2}}>0$，

$\dfrac{T_{n+1}}{T_n}=\dfrac{a_1^{n+1}\cdot q^{\frac{n(n+1)}{2}}}{a_1^n\cdot q^{\frac{n(n-1)}{2}}}=a_1\cdot q^n$，

当$a_1>1,0<q<1$时，$a_1\cdot q^n<1$对于$n\in\mathrm{N}^*$不一定恒成立，例如$a_1=2,q=\dfrac{2}{3}$；

当$\{T_n\}$为递减数列时，$q>0$且$a_1\cdot q^n<1$对于$n\in\mathrm{N}^*$恒成立，

又因为$a_1>1$，所以得$0<q<1$，

因此“$0<q<1$”是“数列$\{T_n\}$为递减数列”的必要不充分条件，

故选：C.

2．B

【分析】分析可知，$y=-f(x)$与$y=-m$的图象有两个交点，对实数a的取值进行分类讨论，数形结合可得出实数a的取值范围.

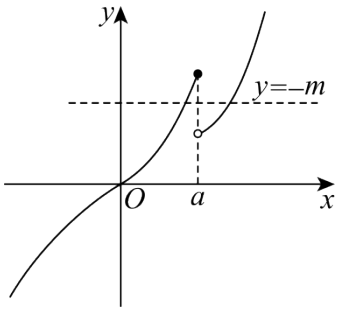
【详解】因为函数$g(x)=-f(x)+m$有两个零点，令$g(x)=0$，可得$-m=-f(x)$，

即$y=-f(x)$与$y=-m$的图象有两个交点，

由$x^3=x^2$可得，$x=0$或$x=1$.

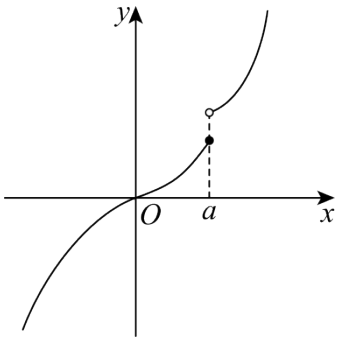
①当$a>1$时，函数$y=-f(x)$的图象如图所示，

此时存在m使得$y=-f(x)$与$y=-m$有两个交点，满足题意，故$a>1$满足题意；



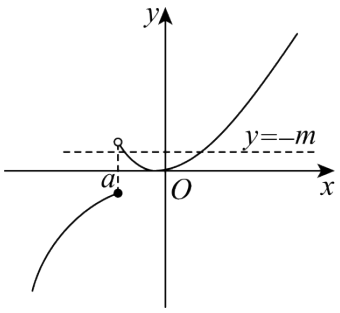
②当$a=1$时，由于函数$y=-f(x)$在**R**上单调递增，故不符合题意；

③当$0<a<1$时，函数$y=-f(x)$单调递增，故不符合题意；



④当$a=0$时，$y=-f(x)$单调递增，故不符合题意；

⑤当$a<0$时，函数$y=-f(x)$的图象如图所示，此时存在m使得$y=-f(x)$与$y=-m$有两个交点.



综上可得，$a<0$或$a>1$.

故选：B.

方法点睛：已知函数有零点（方程有根）求参数值（取值范围）常用的方法：

（1）直接法：直接求解方程得到方程的根，再通过解不等式确定参数范围；

（2）分离参数法：先将参数分离，转化成求函数的值域问题加以解决；

（3）数形结合法：先对解析式变形，进而构造两个函数，然后在同一平面直角坐标系中画出函数的图象，利用数形结合的方法求解.

3．B

【分析】设$x=2\sin\alpha,\alpha\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，根据辅助角公式，结合三角函数的性质求解.

【详解】由$4-x^2\geq 0$，解得$-2\leq x\leq 2$，故$f(x)$的定义域为$[-2,2]$.

设$x=2\sin\alpha,\alpha\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，

则 $y=4\sin\alpha+\sqrt{4-4\sin^2\alpha}=4\sin\alpha+2\cos\alpha=2\sqrt{5}\sin(\alpha+\varphi)$，

其中，$\cos\varphi=\frac{2\sqrt{5}}{5},\sin\varphi=\frac{\sqrt{5}}{5},\varphi\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，

$\because\alpha\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，则 $-\frac{\pi}{2}<-\frac{\pi}{2}+\varphi\le\alpha+\varphi\le\frac{\pi}{2}+\varphi<\pi$，

$\therefore$当 $\alpha+\varphi=\frac{\pi}{2}$，即 $\sin\alpha=\sin\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)=\cos\varphi=\frac{2\sqrt{5}}{5},\cos\alpha=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)=\sin\varphi=\frac{\sqrt{5}}{5}$ 时，

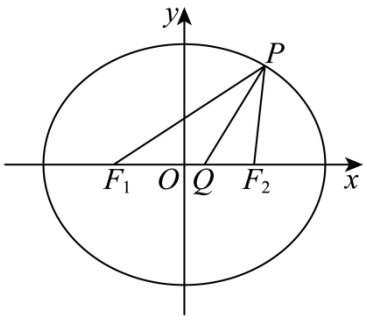
$y=2\sqrt{5}\sin(\alpha+\varphi)$取最大值 $2\sqrt{5}$，即函数 $f(x)$的最大值是 $2\sqrt{5}$.

故选：B.

4．A

【分析】根据角平分线定理及椭圆的的定义求解即可

【详解】因为 $\angle F_1PF_2$ 的平分线交线段 F_1F_2 于点 Q，所以 $\angle F_1PQ=\angle F_2PQ$，



由正弦定理得 $\frac{|PF_1|}{\sin\angle PQF_1}=\frac{|QF_1|}{\sin\angle F_1PQ},\frac{|PF_2|}{\sin\angle PQF_2}=\frac{|QF_2|}{\sin\angle F_2PQ}$，.

又因为 $\sin\angle PQF_1=\sin\angle PQF_2,\sin\angle F_1PQ=\sin\angle F_2PQ$，

所以 $\frac{|PF_1|}{|QF_1|}=\frac{|PF_2|}{|QF_2|}$，即 $\frac{|PF_1|}{|PF_2|}=\frac{|QF_1|}{|QF_2|}$.

不妨设 $|PF_1|=x,Q(-n,0)$，则 $|PF_2|=2a-x,|F_1Q|=c-n,|QF_2|=c+n$，

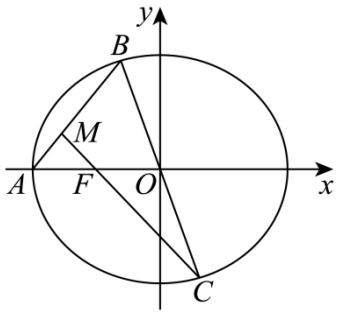
则 $\frac{x}{2a-x}=\frac{c-n}{c+n}$，解得 $x=\frac{a(c-n)}{c}$，

所以 $\frac{|PF_1|}{|QF_1|}=\frac{x}{c-n}=\frac{\frac{a(c-n)}{c}}{c-n}=\frac{a}{c}=\frac{1}{e}=2$.

故选：A.

5．B

【分析】设$C\left(x_1,y_1\right),B\left(-x_1,-y_1\right)$，由$AM=\frac{1}{2}MB$可得点$M$的坐标，由$C,F,M$三点共线得$k_{FC}=k_{FM}$建立$a,c$关系即得.



【详解】

由题意得$A(-a,0),F(-c,0)$，设$C\left(x_1,y_1\right),B\left(-x_1,-y_1\right)$，又$AM=\frac{1}{2}MB$，

所以$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MB}$，即$\begin{cases}x_M+a=\frac{1}{2}\left(-x_1-x_M\right)\\ y_M=\frac{1}{2}\left(-y_1-y_M\right)\end{cases}$，解得$\begin{cases}x_M=-\frac{1}{3}x_1-\frac{2a}{3}\\ y_M=-\frac{1}{3}y_1\end{cases}$，

即$M\left(-\frac{1}{3}x_1-\frac{2a}{3},-\frac{1}{3}y_1\right)$，又由$C,F,M$三点共线得$k_{FC}=k_{FM}$.

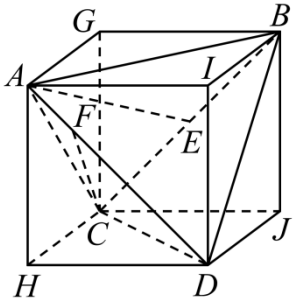
所以$\frac{y_1}{x_1+c}=\frac{-\frac{1}{3}y_1}{\left(-\frac{1}{3}x_1-\frac{2a}{3}\right)+c}$，整理得$\frac{2}{3}a=\frac{4c}{3}$，所以$e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$.

故选：B.

6．D

【分析】根据三棱锥$A-BCD$的对棱相等可以补成长方体$AGBI-HCJD$，计算长方体的长宽高，建立空间直角坐标系，利用空间向量的坐标运算即可求得异面直线AE，CF所成角的余弦值.

【详解】解：三棱锥$A-BCD$中，由于$AB=AC=BD=CD=3$，$AD=BC=4$，则三棱锥$A-BCD$可以补在长方体$AGBI-HCJD$，



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/018041051104006044