

学习及考试资料整理汇编

——备考冲刺篇——

（考点或配套习题突击训练专用）

高等数学题库（2022）

一、应用题

1、某制罐厂要生产一种体积为 V 的有盖圆柱形容器，问容器的底面半径与高各为多少时用料最省？

解：设圆柱形的底面半径为 R ，高为 H ，圆柱形面积为 S 。（体积为已知）

则圆柱形体积 $V = \pi R^2 H \quad H = \frac{V}{\pi R^2}$

圆柱形面积 $S = 2\pi R^2 + 2\pi RH$

$$S = 2\pi R^2 + \frac{2V}{R}$$

求导 $S' = 4\pi R - \frac{2V}{R^2}$

令 $S' = 0$ ，解得 $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$

代入 $H = \frac{V}{\pi R^2} = \sqrt[3]{\frac{V}{4\pi}}$

答：半径为 $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ ，高为 $H = \sqrt[3]{\frac{V}{4\pi}}$ 时用料最省。

2、用钢板焊接一个容积为 62.5cm^3 的底部为正方形的水箱（无盖），问水箱的尺寸如何选择，可使水箱的表面积最小？

解：设正方形的边长为 x ，高为 h ，

则水箱的体积 $x^2 h = 62.5 \quad h = \frac{62.5}{x^2}$

水箱的面积 $s = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{250}{x}$

令 $s' = 0$ ，解得 $x = 5$

$$\text{代入 } h = \frac{62.5}{x^2} = 2.5$$

答：水箱底边长为 5，水箱高为 2.5 时，表面积最小。

3、圆柱体上底的中心到下底的边沿的距离为 L ，问当底半径与高分别为多少时，圆柱体的体积最大？

解：设圆柱体底半径为 R ，高为 H 。（半径、高与 L 形成直角三角形）

$$L^2 = R^2 + H^2$$

$$\text{体积 } V = \pi R^2 H = \pi(L^2 - H^2)H$$

$$\text{求导 } V' = \pi L^2 - 3\pi H^2$$

$$\text{令 } V' = 0, \text{ 解得 } H = \frac{\sqrt{3}}{3}L, R = \frac{\sqrt{6}}{3}L。$$

答： $H = \frac{\sqrt{3}}{3}L, R = \frac{\sqrt{6}}{3}L$ 时圆柱体体积最大。

二、计算题

1、计算定积分 $\int_0^1 5xe^x dx$.

2、计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{2x}$.

$$\text{解: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{2x} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

3、计算极限 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x^2 - 5x + 6}$.

$$\begin{aligned} \text{解: } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x^2 - 5x + 6} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{(x-3)} \cdot \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-2} \\ &= 1 \cdot 1 = 1 \end{aligned}$$

4、设 $y = 2^x - \sin x^2$ ，求 y' .

$$\text{解: } y' = 2^x \ln 2 - 2x \cos x^2$$

5、设 $y = \sin 3x + \ln^2 x$ ，求 y' .

$$\text{解: } y' = 3 \cos 3x + \frac{2}{x} \ln x$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/018127050142006051>