

新疆喀什地区巴楚县第一中学 2024 年高三联合调研考试（数学试题文）试题

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若函数 $f(x) = (x^2 - mx + 2)e^x$ ($e = 2.71828\ldots$ 为自然对数的底数) 在区间 $[1, 2]$ 上不是单调函数，则实数 m 的取值范围是()

- A. $\left[\frac{5}{2}, \frac{10}{3}\right]$ B. $\left(\frac{5}{2}, \frac{10}{3}\right)$ C. $\left[2, \frac{10}{3}\right]$ D. $\left(2, \frac{10}{3}\right)$

2. 某医院拟派 2 名内科医生、3 名外科医生和 3 名护士共 8 人组成两个医疗分队，平均分到甲、乙两个村进行义务巡诊，其中每个分队都必须有内科医生、外科医生和护士，则不同的分配方案有

- A. 72 种 B. 36 种 C. 24 种 D. 18 种

3. 一个圆锥的底面和一个半球底面完全重合，如果圆锥的表面积与半球的表面积相等，那么这个圆锥轴截面底角的大小是()

- A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°

4. 将函数 $f(x) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图像向右平移 m ($m > 0$) 个单位长度，再将图像上各点的横坐标伸长到原来的 6 倍（纵坐标不变），得到函数 $g(x)$ 的图像，若 $g(x)$ 为奇函数，则 m 的最小值为()

- A. $\frac{\pi}{9}$ B. $\frac{2\pi}{9}$ C. $\frac{\pi}{18}$ D. $\frac{\pi}{24}$

5. 抛掷一枚质地均匀的硬币，每次正反面出现的概率相同，连续抛掷 5 次，至少连续出现 3 次正面朝上的概率是()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{5}{32}$ D. $\frac{3}{16}$

6. 已知集合 $M = \{x | -1 \leq x < 5\}$, $N = \{x | |x| < 2\}$ ，则 $M \cap N =$ ()

- A. $\{x | -1 \leq x < 2\}$ B. $\{x | -2 < x < 5\}$ C. $\{x | -1 \leq x < 5\}$ D. $\{x | 0 < x < 2\}$

7. 若实数 x, y 满足条件 $\begin{cases} x + 2y - 5 \leq 0 \\ 2x + y - 4 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 1 \end{cases}$ ，目标函数 $z = 2x - y$ ，则 z 的最大值为()

- A. $\frac{5}{2}$ B. 1 C. 2 D. 0

8. 将函数 $y = \sin 2x$ 的图像向左平移 $\varphi (\varphi > 0)$ 个单位得到函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图像, 则 φ 的最小值为 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{12}$ C. $\frac{11\pi}{12}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

9. 函数 $f(x) = 2^x - \frac{2}{x} - a$ 的一个零点在区间 $(1, 2)$ 内, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(1, 3)$ B. $(1, 2)$ C. $(0, 3)$ D. $(0, 2)$

10. 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$, 则 $\overrightarrow{AD} =$ ()

- A. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$
C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ D. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

11. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n + a_{n+2} = 2a_{n+1} (n \in \mathbf{N}^*)$, 且 $a_1 + a_2 + a_3 = 9$, $a_4 = 8$, 则 $a_5 =$ ()

- A. $\frac{21}{2}$ B. 9 C. $\frac{17}{2}$ D. 7

12. 设 $U = \{-1, 0, 1, 2\}$, 集合 $A = \{x | x^2 < 1, x \in U\}$, 则 $C_U A =$ ()

- A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{-1, 1, 2\}$ C. $\{-1, 0, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知 F_1, F_2 为椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点, 点 P 在椭圆 C 上移动时, $\triangle PF_1F_2$ 的内心 I 的轨迹方程为_____.

14. $(x^2 + 2)\left(2x - \frac{1}{x}\right)^6$ 的展开式中所有项的系数和为_____, 常数项为_____.

15. 已知复数 $z = (1-i) \cdot (a+i)$ (i 为虚数单位) 为纯虚数, 则实数 a 的值为_____.

16. 若 $\left(\frac{5}{x} - 3\sqrt{x}\right)^n$ 的展开式中各项系数之和为 32, 则展开式中 x 的系数为_____.

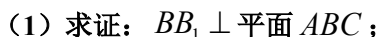
三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左顶点为 A , 左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{1}{2}$, P 是椭圆上的一个动点 (不与左、右顶点重合), 且 $\triangle PF_1F_2$ 的周长为 6, 点 P 关于原点的对称点为 Q , 直线 AP, QF_2 交于点 M .



(2) 若直线 PF_2 与椭圆交于另一点 N , 且 $S_{\triangle AF_2M} = 4S_{\triangle AF_2N}$, 求点 P 的坐标.

18. (12 分) 如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC \perp BC$, $AB \perp BB_1$, $AC = BC = BB_1$, D 为 AB 的中点, 且 $CD \perp DA_1$.



(2) 求锐二面角 $C-DA_1-C_1$ 的余弦值.

19. (12 分) 2019 年是五四运动 100 周年.五四运动以来的 100 年,是中国青年一代又一代接续奋斗、凯歌前行的 100 年,是中口青年用青春之我创造青春之中国、青春之民族的 100 年.为继承和发扬五四精神在青年节到来之际,学校组织“五四运动 100 周年”知识竞赛,竞赛的一个环节由 10 道题目组成,其中 6 道 A 类题、4 道 B 类题,参赛者需从 10 道题目中随机抽取 3 道作答,现有甲同学参加该环节的比赛.

(1) 求甲同学至少抽到 2 道 B 类题的概率:

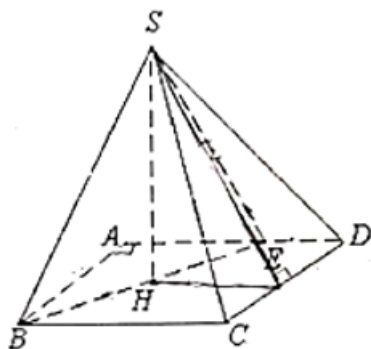
(2) 若甲同学答对每道 A 类题的概率都是 $\frac{2}{3}$, 答对每道 B 类题的概率都是 $\frac{3}{5}$, 且各题答对与否相互独立. 现已知甲同学恰好抽中 2 道 A 类题和 1 道 B 类题, 用 X 表示甲同学答对题目的个数, 求随机变量 X 的分布列和数学期望.

20. (12 分) 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的准线过椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左焦点 F , 且点 F 到直线 $l: x = \frac{a^2}{c}$ (c 为椭圆焦距的一半) 的距离为 4.

(1) 求椭圆 C 的标准方程:

(2) 过点 F 做直线与椭圆 C 交于 A, B 两点, P 是 AB 的中点, 线段 AB 的中垂线交直线 l 于点 Q . 若 $|PQ| = 2|AB|$, 求直线 AB 的方程.

21. (12分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $BC=3$, 点 E 是边 AD 上一点, 且 $AE=2ED$, 点 H 是 BE 的中点, 将 $\triangle ABE$ 沿着 BE 折起, 使点 A 运动到点 S 处, 且满足 $SC=SD$.



- (1) 证明: $SH \perp$ 平面 $BCDE$;
- (2) 求二面角 $C-SB-E$ 的余弦值.

22. (10分) 已知正实数 a, b 满足 $a+b=4$.

- (1) 求 $\frac{1}{a} + \frac{4}{b}$ 的最小值.
- (2) 证明: $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 \geq \frac{25}{2}$

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

求得 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$, 由此构造函数 $g(x) = x^2 + (2-m)x + 2-m$, 根据题意可知 $g(x)$ 在 $(1,2)$ 上有变号零点.

由此令 $g(x) = 0$, 利用分离常数法结合换元法, 求得 m 的取值范围.

【详解】

$$f'(x) = e^x [x^2 + (2-m)x + 2-m],$$

$$\text{设 } g(x) = x^2 + (2-m)x + 2-m,$$

要使 $f(x)$ 在区间 $[1,2]$ 上不是单调函数,

即 $g(x)$ 在 $(1,2)$ 上有变号零点, 令 $g(x)=0$,

则 $x^2+2x+2=m(x+1)$,

令 $t=x+1 \in (2,3)$, 则问题即 $m=t+\frac{1}{t}$ 在 $t \in (2,3)$ 上有零点, 由于 $t+\frac{1}{t}$ 在 $(2,3)$ 上递增, 所以 m 的取值范围是

$$\left(\frac{5}{2}, \frac{10}{3}\right).$$

故选: B

【点睛】

本小题主要考查利用导数研究函数的单调性, 考查方程零点问题的求解策略, 考查化归与转化的数学思想方法, 属于中档题.

2、B

【解析】

根据条件 2 名内科医生, 每个村一名, 3 名外科医生和 3 名护士, 平均分成两组, 则分 1 名外科, 2 名护士和 2 名外科医生和 1 名护士, 根据排列组合进行计算即可.

【详解】

2 名内科医生, 每个村一名, 有 2 种方法,

3 名外科医生和 3 名护士, 平均分成两组, 要求外科医生和护士都有, 则分 1 名外科, 2 名护士和 2 名外科医生和 1 名护士,

若甲村有 1 外科, 2 名护士, 则有 $\square_3^1 \square_3^2 = 3 \times 3 = 9$, 其余的分到乙村,

若甲村有 2 外科, 1 名护士, 则有 $\square_3^2 \square_3^1 = 3 \times 3 = 9$, 其余的分到乙村,

则总共的分配方案为 $2 \times (9+9) = 2 \times 18 = 36$ 种,

故选: B.

【点睛】

本题主要考查了分组分配问题, 解决这类问题的关键是先分组再分配, 属于常考题型.

3、D

【解析】

设圆锥的母线长为 l , 底面半径为 R , 再表达圆锥表面积与球的表面积公式, 进而求得 $l=2R$ 即可得圆锥轴截面底角的大小.

【详解】

设圆锥的母线长为 l , 底面半径为 R , 则有 $\pi R^2 + \pi Rl = \pi R^2 + 2\pi R^2$, 解得 $l=2R$, 所以圆锥轴截面底角的余弦值是

$$\frac{R}{l} = \frac{1}{2}, \text{底角大小为 } 60^\circ.$$

故选：D

【点睛】

本题考查圆锥的表面积和球的表面积公式,属于基础题.

4、C

【解析】

根据三角函数的变换规则表示出 $g(x)$ ，根据 $g(x)$ 是奇函数，可得 m 的取值，再求其最小值.

【详解】

解：由题意知，将函数 $f(x) = \sin(3x + \frac{\pi}{6})$ 的图像向右平移 $m(m > 0)$ 个单位长度，得 $y = \sin\left[3\left(x - m\right) + \frac{\pi}{6}\right]$ ，再将

$y = \sin\left[3x - 3m + \frac{\pi}{6}\right]$ 图像上各点的横坐标伸长到原来的 6 倍（纵坐标不变），得到函数 $g(x)$ 的图像，

$$\therefore g(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x - 3m + \frac{\pi}{6}\right),$$

因为 $g(x)$ 是奇函数，

$$\text{所以 } -3m + \frac{\pi}{6} = k\pi, k \in \mathbb{Z}, \text{ 解得 } m = \frac{\pi}{18} - \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z},$$

因为 $m > 0$ ，所以 m 的最小值为 $\frac{\pi}{18}$.

故选：C

【点睛】

本题考查三角函数的变换以及三角函数的性质，属于基础题.

5、A

【解析】

首先求出样本空间样本点为 $2^5 = 32$ 个，再利用分类计数原理求出三个正面向上为连续的 3 个“1”的样本点个数，再求出重复数量，可得事件的样本点数，根据古典概型的概率计算公式即可求解.

【详解】

样本空间样本点为 $2^5 = 32$ 个，

具体分析如下：

记正面向上为 1，反面向上为 0，三个正面向上为连续的 3 个“1”，

有以下 3 种位置 1__ __， __1__， __ __1.

剩下 2 个空位可是 0 或 1，这三种排列的所有可能分别都是 $2 \times 2 = 4$ ，

但合并计算时会有重复，重复数量为 $2 + 2 = 4$ ，

事件的样本点数为： $4 + 4 + 4 - 2 - 2 = 8$ 个。

故不同的样本点数为 8 个， $\frac{8}{32} = \frac{1}{4}$ 。

故选：A

【点睛】

本题考查了分类计数原理与分步计数原理，古典概型的概率计算公式，属于基础题

6、A

【解析】

考虑既属于 M 又属于 N 的集合，即得。

【详解】

$Q N = \{x | -2 < x < 2\}, \therefore M \cap N = \{x | -1 \leq x < 2\}$ 。

故选：A

【点睛】

本题考查集合的交运算，属于基础题。

7、C

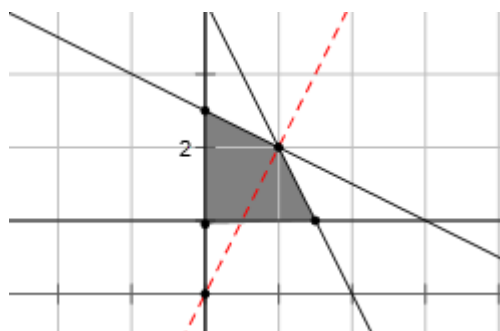
【解析】

画出可行域和目标函数，根据平移得到最大值。

【详解】

若实数 x, y 满足条件 $\begin{cases} x + 2y - 5 \leq 0 \\ 2x + y - 4 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 1 \end{cases}$ ，目标函数 $z = 2x - y$

如图：



当 $x = \frac{3}{2}, y = 1$ 时函数取最大值为 2

故答案选 C

【点睛】

求线性目标函数 $z = ax + by (ab \neq 0)$ 的最值:

当 $b > 0$ 时, 直线过可行域且在 y 轴上截距最大时, z 值最大, 在 y 轴截距最小时, z 值最小;

当 $b < 0$ 时, 直线过可行域且在 y 轴上截距最大时, z 值最小, 在 y 轴上截距最小时, z 值最大.

8、B

【解析】

根据三角函数的平移求出函数的解析式, 结合三角函数的性质进行求解即可.

【详解】

将函数 $y = \sin 2x$ 的图象向左平移 $\varphi (\varphi > 0)$ 个单位,

得到 $y = \sin 2(x + \varphi) = \sin(2x + 2\varphi)$,

此时与函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 的图象重合,

则 $2\varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$, 即 $\varphi = k\pi + \frac{\pi}{12}$, $k \in \mathbb{Z}$,

$\therefore$ 当 $k = 0$ 时, φ 取得最小值为 $\varphi = \frac{\pi}{12}$,

故选: B.

【点睛】

本题主要考查三角函数的图象和性质, 利用三角函数的平移关系求出解析式是解决本题的关键.

9、C

【解析】

显然函数 $f(x) = 2^x - \frac{2}{x} - a$ 在区间 $(1, 2)$ 内连续, 由 $f(x)$ 的一个零点在区间 $(1, 2)$ 内, 则 $f(1)f(2) < 0$, 即可求解.

【详解】

由题, 显然函数 $f(x) = 2^x - \frac{2}{x} - a$ 在区间 $(1, 2)$ 内连续, 因为 $f(x)$ 的一个零点在区间 $(1, 2)$ 内, 所以 $f(1)f(2) < 0$, 即

$(2 - 2 - a)(4 - 1 - a) < 0$, 解得 $0 < a < 3$,

故选: C

【点睛】

本题考查零点存在性定理的应用, 属于基础题.

10、B

【解析】

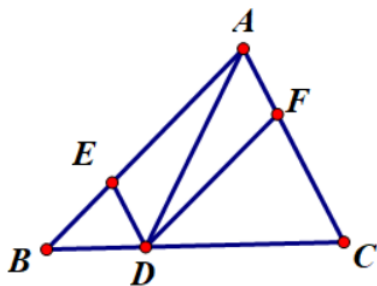
在 AB, AC 上分别取点 E, F , 使得 $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{FC}$,

可知 $AEDF$ 为平行四边形, 从而可得到 $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$, 即可得到答案.

【详解】

如下图, $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$, 在 AB, AC 上分别取点 E, F , 使得 $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{FC}$,

则 $AEDF$ 为平行四边形, 故 $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$, 故答案为 B.



【点睛】

本题考查了平面向量的线性运算, 考查了学生逻辑推理能力, 属于基础题.

11、A

【解析】

先由题意可得数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 再根据 $a_1 + a_2 + a_3 = 9$, $a_4 = 8$, 可求出公差, 即可求出 a_5 .

【详解】

数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n + a_{n+2} = 2a_{n+1} (n \in \mathbb{N}^*)$, 则数列 $\{a_n\}$ 为等差数列,

$$\text{Q } a_1 + a_2 + a_3 = 9, \quad a_4 = 8,$$

$$\therefore 3a_1 + 3d = 9, \quad a_1 + 3d = 8,$$

$$\therefore d = \frac{5}{2},$$

$$\therefore a_5 = a_4 + d = 8 + \frac{5}{2} = \frac{21}{2},$$

故选: A.

【点睛】

本题主要考查了等差数列的性质和通项公式的求法, 意在考查学生对这些知识的理解掌握水平, 属于基础题.

12、B

【解析】

先化简集合 A ,再求 $C_U A$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/025011340332012003>