无锡市2023年秋学期高一期终教学质量调研测试

数学试卷

一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把答案填涂在答题卡相应位置上.

1. 设集合 $A=\{x|x>1\}$，$B=\{x|-2<x<2\}$，则 $(\complement_R A)\cap B=$（　　）

A. $(-2,1)$　　B. $(-2,1]$　　C. $(-\infty,2)$　　D. $(1,2]$

【答案】B

【解析】

【分析】根据补集与交集的运算，可得答案.

【详解】$\complement_R A=(-\infty,1]$，$(\complement_R A)\cap B=(-2,1]$.

故选：B.

2. 已知幂函数 $f(x)=x^a$，且 $f(3)=27$，则 $f(2)=$（　　）

A. -8　　B. -9　　C. 8　　D. 9

【答案】C

【解析】

【分析】由题意，建立方程求得参数，代入 x 可得答案.

【详解】由题意可得：$3^a=27$，解得 $a=3$，则 $f(2)=2^3=8$.

故选：C.

3. “$x>1$”是“$|x-1|>1$”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】D

【解析】

【分析】解出后者不等式，再根据充分、必要条件的判定即可.

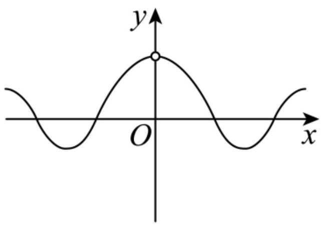
【详解】$|x-1|>1$，即 $x-1>1$ 或 $x-1<-1$，解得 $x>2$ 或 $x<0$，

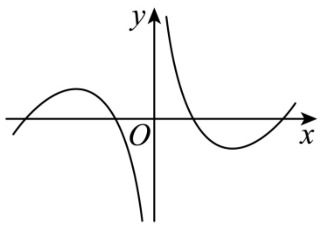
而前者 $x>1$，显然两者无包含关系，

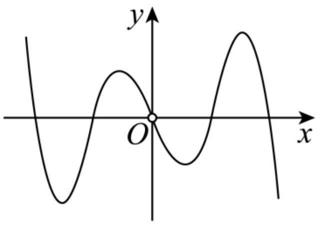
故“$x>1$”是“$|x-1|>1$”的既不充分也不必要条件，

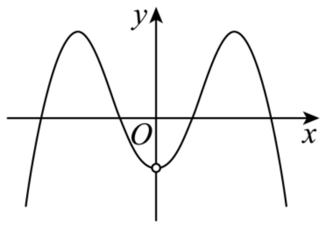
故选：D.

4. 函数 $f(x)=\cos x\cdot\frac{e^x+1}{e^x-1}$ 的部分图象大致为（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据图象，知函数存在奇偶性，先判断函数的奇偶性，然后根据结合函数值的正负，可得出答案.

【详解】函数 $f(x)=\cos x\cdot\frac{e^x+1}{e^x-1}$，定义域为 $\{x\,|\,x\neq 0\}$，

$f(-x)=\cos(-x)\cdot\frac{e^{-x}+1}{e^{-x}-1}=\cos x\cdot\frac{1+e^x}{1-e^x}=-f(x)$，

所以函数 $f(x)$ 为奇函数，则排除 AD 项；

当 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 时，$\cos x>0$，$\frac{e^x+1}{e^x-1}>0$，所以有 $f(x)>0$，所以，B 项符合条件.

故选：B.

5. 已知角 α 的终边过点 $(1,2)$，则 $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\sin(\pi+\alpha)}{\tan(\pi-\alpha)\cdot\cos(-\alpha)}$ 的值为（　　）

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C. -2　　D. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据三角函数的定义求得 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$，再利用诱导公式运算求解.

【详解】由题意可得：$\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

所以 $\dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\sin(\pi+\alpha)}{\tan(\pi-\alpha)\cdot\cos(-\alpha)}=\dfrac{\cos\alpha\cdot(-\sin\alpha)}{(-\tan\alpha)\cdot\cos\alpha}=\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

故选：A.

6. 已知函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}\left(-x^2+4x-3\right)$，则 $f(x)$ 的单调递减区间为（　　）

A. $[2,3)$　　B. $(-\infty,2]$　　C. $(1,2]$　　D. $[2,+\infty)$

【答案】C

【解析】

【分析】利用复合函数的单调性求解，注意函数的定义域.

【详解】$-x^2+4x-3>0$ 解得：$1<x<3$，

所以 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}\left(-x^2+4x-3\right)$ 的定义域为 $(1,3)$.

令 $t=-x^2+4x-3$，其单调增区间为 $(1,2]$，又 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}t$ 在 $t\in(0,+\infty)$ 单调递减，

由复合函数单调性知：$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}\left(-x^2+4x-3\right)$ 的单调减区间为 $(1,2]$.

故选：C.

7. 化简 $\sin140°\left(\tan10°-\sqrt{3}\right)$，得（　　）

A. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\sqrt{2}$　　C. -1　　D. $-\dfrac{1}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】先切化弦，再结合三角恒等变换化简求值.

【详解】$\sin140^{\circ}\left(\tan10^{\circ}-\sqrt{3}\right)=\sin40^{\circ}\times\dfrac{\sin10^{\circ}-\sqrt{3}\cos10^{\circ}}{\cos10^{\circ}}$

$=2\sin40^{\circ}\times\dfrac{\sin\left(10^{\circ}-60^{\circ}\right)}{\cos10^{\circ}}=\dfrac{-2\sin40^{\circ}\cos40^{\circ}}{\cos10^{\circ}}=\dfrac{-\sin80^{\circ}}{\cos10^{\circ}}=-1$

故选：C

8. 若关于 x 的方程 $\dfrac{|x|}{x+4}=kx^2$ 有四个不同的实数根，则实数 k 的取值范围是（　　）

A. $\left(\dfrac{1}{4},+\infty\right)$　　B. $(4,+\infty)$　　C. $\left(0,\dfrac{1}{4}\right)$　　D. $(0,4)$

【答案】A

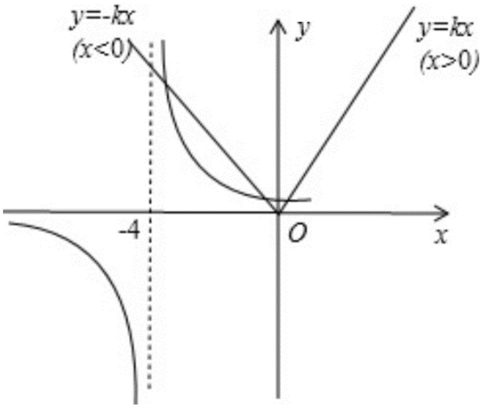
【解析】

【分析】分 $x=0$ 和 $x\neq 0$ 两种类型，$x=0$ 方程显然成立，$x\neq 0$ 时方程化简后利用数形结合的方法画图分析.

【详解】方程 $\frac{|x|}{x+4}=kx^2$ 有四个不同的实数根，$x=0$ 是方程的一个根，

当 $x\neq 0$ 时方程变形为 $\frac{1}{x+4}=k|x|$，这个方程有三个非零实数根，

则函数 $y=\frac{1}{x+4}$ 和 $y=k|x|$ 的图像有三个不同的交点，如图所示，



$k\leq 0$ 显然不成立，

当 $k>0$ 时，$y=\frac{1}{x+4}$ 和 $y=kx\left(x>0\right)$ 的图像有一个交点，

则需要 $y=\frac{1}{x+4}$ 和 $y=-kx\left(x<0\right)$ 的图像有两个不同的交点即可，

由 $\begin{cases} y=\frac{1}{x+4} \\ y=-kx \end{cases}$，得 $kx^2+4kx+1=0$，由 $\Delta=\left(4k\right)^2-4k=0$，得 $k=\frac{1}{4}$，

所以 $k>\frac{1}{4}$ 时，$y=\frac{1}{x+4}$ 和 $y=-kx\left(x<0\right)$ 的图像有两个不同的交点.

综上，关于 x 的方程 $\frac{|x|}{x+4}=kx^2$ 有四个不同的实数根，则实数 k 的取值范围是 $\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$.

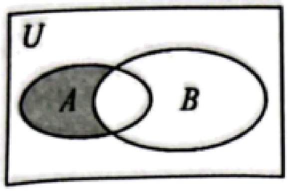
故选：A.

【点睛】关键点点睛：

方程的根与函数图象交点间的关系，将方程的根的个数问题转化为恰当的函数图象的交点个数问题, 数形结合解决问题是解决本题的关键.

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分.

9. 已知全集为 U，则下图阴影部分表示正确的为（　　）



A. $\complement_A(A\cap B)$　　B. $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$

C. $(\complement_U B)\cap A$　　D. $\complement_U(A\cap B)$

【答案】AC

【解析】

【分析】结合交集补集的定义，和韦恩图的性质，直接判断.

【详解】阴影部分中的元素x，满足$x\in A$且$x\notin B$，

所以阴影部分可表示为$\complement_A(A\cap B)$或$(\complement_U B)\cap A$.

故选：AC

10. 若正实数x，y满足$x+2y=1$，则（　　）

A. xy的最大值为$\frac{1}{8}$　　B. $\frac{2}{x}+\frac{1}{y}$的最小值为9

C. x^2+4y^2的最小值为1　　D. $\sqrt{x}+\sqrt{2y}$的最大值为$\sqrt{2}$

【答案】AD

【解析】

【分析】根据题意利用基本不等式逐项分析求解.

【详解】因为正实数x，y满足$x+2y=1$，

对于选项A：因为$x(2y)\le\frac{(x+2y)^2}{4}=\frac{1}{4}$，当且仅当$x=2y=\frac{1}{2}$时，等号成立，

所以xy的最大值为$\frac{1}{8}$，故A正确；

对于选项B：因为$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=(x+2y)\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{y}\right)=4+\frac{4y}{x}+\frac{x}{y}\ge4+2\sqrt{\frac{4y}{x}\cdot\frac{x}{y}}=8$，

当且仅当$\frac{4y}{x}=\frac{x}{y}$，即$x=2y=\frac{1}{2}$时，等号成立，

所以$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}$的最小值为8，故B错误；

对于选项 C：因为$x^2+4y^2\geq\frac{(x+2y)^2}{2}=\frac{1}{2}$，当且仅当$x=2y=\frac{1}{2}$时，等号成立，

所以x^2+4y^2的最小值为$\frac{1}{2}$，故 C 错误；

对于选项 D：因为$x+2y\geq\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{2y}\right)^2}{2}$，当且仅当$x=2y=\frac{1}{2}$时，等号成立，

即$\left(\sqrt{x}+\sqrt{2y}\right)^2\leq 2$，可得$\sqrt{x}+\sqrt{2y}\leq\sqrt{2}$，所以$\sqrt{x}+\sqrt{2y}$的最大值为$\sqrt{2}$，故 D 正确；

故选：AD.

11. 已知函数$f\left(x\right)=\frac{1}{2}\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$，把$y=f\left(x\right)$的图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，得到函数$y=g\left(x\right)$的图象，以下说法正确的是（　　）

A. $x=\frac{\pi}{6}$是$y=f\left(x\right)$图象的一条对称轴

B. $f\left(x\right)$的单调递减区间为$\left[k\pi+\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{2\pi}{3}\right]\left(k\in\mathbf{Z}\right)$

C. $y=g\left(x\right)$的图象关于原点对称

D. $f\left(x\right)+g\left(x\right)$的最大值为$\frac{1}{2}$

【答案】ABD

【解析】

【分析】求$f\left(x\right)$的对称轴方程和单调递减区间，验证选项 AB；求$g\left(x\right)$的解析式，由奇偶性判断对称性，验证选项 C；由辅助角公式化简$f\left(x\right)+g\left(x\right)$，求最大值验证选项 D.

【详解】由$2x-\frac{\pi}{3}=k\pi\left(k\text{Î}\ \mathbf{Z}\right)$，解得$x=\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2}\left(k\in\mathbf{Z}\right)$，

得$y=f\left(x\right)$图象的对称轴方程为$x=\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2}\left(k\in\mathbf{Z}\right)$，其中$k=0$时，$x=\frac{\pi}{6}$，A 选项正确；

由$2k\pi\leq 2x-\frac{\pi}{3}\leq\pi+2k\pi\left(k\in\mathbf{Z}\right)$，解得$\frac{\pi}{6}+k\pi\leq x\leq\frac{2\pi}{3}+k\pi\left(k\in\mathbf{Z}\right)$，

所以$f\left(x\right)$的单调递减区间为$\left[k\pi+\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{2\pi}{3}\right]\left(k\in\mathbf{Z}\right)$，B 选项正确；

$$g\left(x\right)=\frac{1}{2}\cos\left[2\left(x-\frac{\pi}{3}\right)-\frac{\pi}{3}\right]=\frac{1}{2}\cos\left(2x-\pi\right)=-\frac{1}{2}\cos 2x,$$

函数$y=g\left(x\right)$是偶函数，图象关于y轴对称，C 选项错误；

$f(x)+g(x)=\frac{1}{2}\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)-\frac{1}{2}\cos 2x=\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x\right)=\frac{1}{2}\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$,

所以 $f(x)+g(x)$ 的最大值为 $\frac{1}{2}$，D 选项正确.

故选：ABD

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}|x|,x\le 1,\\3-2^x,x>1.\end{cases}$ 则下列说法正确的是（　　）

A. 不等式 $f(x)>x+1$ 的解集为 $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$

B. 当 $x\in\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ 时，$f(x)$ 的取值范围为 $\left(\frac{1}{2},1\right]$

C. 若关于 x 的方程 $f(x)=t$ 有三个不同实数根 x_1,x_2,x_3，则 $1<x_1+x_2+x_3<\log_2 3$

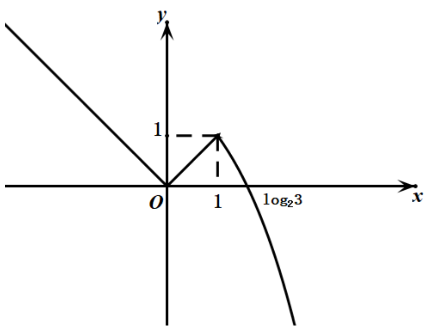
D. 令 $g(x)=f^2(x)-f(x)+c$，不存在常数 c，使得 $g(x)$ 恰有 5 个零点

【答案】ACD

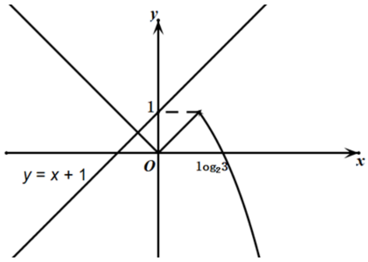
【解析】

【分析】作出函数 $f(x)$ 图象，对于 A：在同一坐标系中观察 $f(x)$ 和 $y=x+1$ 的图象可得；对于 B：观察图象确定单调性，然后求解；对于 C：通过观察函数 $f(x)$ 与函数 $y=t$ 的图象有 3 个交点的情况求解；对于 D：研究 $h(t)=t^2-t+c$ 的零点情况，代入 $f(x)=t$ 可得答案.

【详解】作出函数 $f(x)=\begin{cases}|x|,x\le 1,\\3-2^x,x>1.\end{cases}$ 的图象如下：



对于 A：在同一坐标系中画出 $f(x)$ 和 $y=x+1$ 的图象如下：



，

联立$\begin{cases} y=x+1 \\ y=-x \end{cases}$，得$x=-\dfrac{1}{2}, y=\dfrac{1}{2}$，

所以不等式$f(x)>x+1$的解集为$\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)$，A 正确；

对于 B：由图可知：函数$f(x)$在$\left(\dfrac{1}{2},1\right)$上单调递增，在$\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$上单调递减，

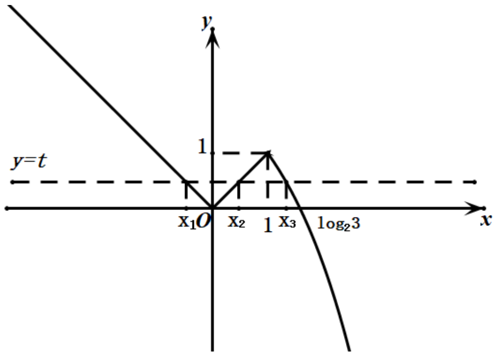
又$f(1)=1, f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2}, f\left(\dfrac{3}{2}\right)=3-2\sqrt{2}$，

所以$f(x)$的取值范围为$\left(3-2\sqrt{2},1\right]$，B 错误；

对于 C：若关于x的方程$f(x)=t$有三个不同实数根x_1,x_2,x_3，

即函数$f(x)$与函数$y=t$有三个不同的交点，不妨设$x_1<x_2<x_3$，

如图：



其中$x_1+x_2=0, 1<x_3<\log_2 3$，

所以$1<x_1+x_2+x_3<\log_2 3$，C 正确；

对于 D：$g(x)=f^2(x)-f(x)+c$，$g(x)$恰有 5 个零点

令$f(x)=t$，则$h(t)=t^2-t+c$，

当$h(t)=t^2-t+c$只有 1 个零点时，设为t_0，则方程$f(x)=t_0$有 5 个根，不可能；

当 $h(t)=t^2-t+c$ 有 2 个零点时，设为 t_1,t_2，且 $t_1<t_2$，然后 $f(x)=t_1$ 和 $f(x)=t_2$ 共有 5 个根，则

$\begin{cases}t_1=0\\0<t_2<1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}0<t_1<1\\t_2=1\end{cases}$

若 $h(t)=t^2-t+c$ 有一个零点是 0，则另一个零点为 1，不满足 $\begin{cases}t_1=0\\0<t_2<1\end{cases}$，

若 $h(t)=t^2-t+c$ 有一个零点是 1，则另一个零点为 0，不满足 $\begin{cases}0<t_1<1\\t_2=1\end{cases}$，

故不存在常数 c，使得 $g(x)$ 恰有 5 个零点，D 正确.

故选：ACD.

【点睛】方法点睛：当函数图象比较方便画出的时候，我们可以将方程的根或者函数零点问题，转化为两个函数的交点问题来解决，会非常直观和方便.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，第 16 题第一空 2 分，第二空 3 分，请把答案填写在答题卡相应位置上.

13. 命题"$\exists x\in\mathbf{R}$，$x+2\le 0$"的否定是______.

【答案】$\forall x\in\mathbf{R}$，$x+2>0$

【解析】

【分析】利用含有一个量词的命题的否定的定义求解.

【详解】因为命题"$\exists x\in\mathbf{R}$，$x+2\le 0$"是存在量词命题，

所以其否定是全称量词命题，即 $\forall x\in\mathbf{R}$，$x+2>0$，

故答案为：$\forall x\in\mathbf{R}$，$x+2>0$

14. 写出一个同时具有下列性质①②的函数 $f(x)=$_________.

① $f(x_1+x_2)=f(x_1)\cdot f(x_2)$，②当 $x>0$ 时，$f(x)>1$

【答案】2^x (答案不唯一)

【解析】

【分析】根据指数函数的性质，判断满足条件的函数解析式.

【详解】由 $f(x_1+x_2)=f(x_1)\cdot f(x_2)$ 可知，指数函数符合条件；

由 $x>0$ 时，$f(x)>1$，指数函数单调递增.

所以满足条件的一个函数 $f(x)=2^x$.

故答案为：2^x (答案不唯一)

15. 酒驾是严重危害交通安全的违法行为，根据国家规定，100mL 血液中酒精含量达到 20-79mg 的驾驶员即为酒后驾车，80mg 及以上认定为醉酒驾车.假设某驾驶员喝了一定量的酒后，血液中的酒精含量达到 1mg/mL，如果停止喝酒以后，他血液中的酒精含量会以每小时 25%的速度减少，那么他至少经过________小时，才能驾驶?（结果精确到 0.1h）（附：$\lg 2 \approx 0.3010$，$\lg 3 \approx 0.4771$）

【答案】5.6

【解析】

【分析】根据题意先求出酒精含量的递减规律，再根据能驾车的要求，列出不等式，再结合对数函数的公式，即可求解.

【详解】设该驾驶员经过 x 小时才能驾驶，

则 $100 \times (1-25\%)^x < 20$，即 $0.75^x < 0.2$，

故 $x > \log_{0.75} 0.2$，

$$\because \log_{0.75} 0.2 = \frac{\lg 0.2}{\lg 0.75} = \frac{\lg 2 - 1}{\lg 3 - 2\lg 2} \approx \frac{0.301 - 1}{0.4771 - 2 \times 0.301} = \frac{-0.699}{-0.1249} \approx 5.596,$$

故 $x > 5.596$，即至少经过 5.6 小时才能驾驶.

故答案为：5.6

16. 已知 $f(x) = ax - 1$，$g(x) = x^2 + bx - 5 (a > 0, b \in \mathbf{R})$.当 $a = 2$ 时，$f(x) = g(x)$ 的两根为 x_1，x_2，则 $|x_1 - x_2|$ 的最小值为__________；当 $x > 0$ 时，$f(x) \cdot g(x) \geq 0$ 恒成立，则 $b + \frac{3}{a}$ 的最小值为________.

【答案】 ①. 4 ②. $2\sqrt{10}$

【解析】

【分析】根据方程，用韦达定理表示 $|x_1 - x_2|$，由算式确定最小值；当 $x > 0$ 时，$f(x) \cdot g(x) \geq 0$ 恒成立，$x = \frac{1}{a}$ 是方程 $x^2 + bx - 5 = 0$ 的根，得 $b = 5a - \frac{1}{a}$，代入 $b + \frac{3}{a}$ 利用基本不等式求最小值.

【详解】当 $a = 2$ 时，方程 $f(x) = g(x)$，即 $x^2 + (b-2)x - 4 = 0$，

则有 $x_1 + x_2 = 2 - b$，$x_1 x_2 = -4$，

$$|x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = \sqrt{(2-b)^2 + 16},$$

所以当 $b = 2$ 时，$|x_1 - x_2|$ 的最小值为 4，此时 $b = 2$ 满足 $\Delta > 0$.

当 $x > 0$ 时，$f(x) \cdot g(x) = (ax - 1)(x^2 + bx - 5) \geq 0$ 恒成立,