

第二单元 因数与倍数提高题和奥数题

板块一 因数和倍数

例题 1. 一个数在 150 至 250 之间, 且是 18 的倍数, 这个数可能是多少? 最大是多少?

练习 1. 一个数是 25 的倍数, 它位于 110 至 160 之间, 这个数是多少?

例题 2. 有一个数, 它是 40 的因数, 又是 5 的倍数, 这个数可能是多少?

练习 2. 既是 7 的倍数, 又是 42 的因数, 这样的数有哪些?

例题 3. 妈妈买来 30 个苹果, 让小明把苹果放入篮子里。不许一次拿完, 也不许一个一个地拿, 要每次拿的个数相同, 拿到最后正好一个不剩。小明共有几种拿法? 每种拿法每次各拿多少个?

练习 3. 五(1)班有学生 42 人, 把他们平均分成几个学习小组, 每组多于 2 人且少于 8 人。可以分成几个小组呢?

板块二 2、5、3 的倍数的特征

例题 1. 一个五位数 29ABC (A、B、C 是 0~9 中不同的数字) 同时是 2、5、3 的倍数, 这个数可能是多少?

练习 1. 在 17 的后面添上三个数字组成五位数, 使这个五位数既是偶数, 又同时含有因数 3 和 5。这个五位数最大是多少? 最小是多少?

例题 2. $5\square\square 0$ 是有两个数字相同的四位数, 它同时是 2、5、3 的倍数, 这个四位数最小是多少? 最大是多少?

练习 2. $4\square\square\square$ 是有两个数字相同的四位数, 它同时是 2、5、3 的倍数, 这个四位数最小是多少? 最大是多少?

板块三 奇数和偶数

例题 1. 一只小船每天从河的南岸摆渡到北岸, 再从北岸摆渡到南岸, 不断往返。已知小船最初在南岸。

- (1) 摆渡 15 次后, 小船是在南岸还是在北岸? 为什么?
- (2) 小明说摆渡 2016 次后, 小船在北岸。他说得对吗? 为什么?

练习 1. 傍晚小亮开灯做作业, 本来拉一次开关, 灯就该亮了, 但是他连续拉了 5 次开关, 灯都没有亮, 原来是停电了。你知道来电的时候, 灯应该亮着还是不亮呢?

例题 2. 有 36 个苹果, 把它们放在 9 个盘子里, 每个盘子里只放奇数个苹果, 能做到吗?

练习 2. (1) $1 \times 2 + 3 \times 4 + 5 \times 6 + \dots + 199 \times 200$ 的和是奇数还是偶数?

(2) 有 2016 个烟花, 每次燃放奇数个, 想在 9 次后恰好全部放完, 能做到吗? 为什么?

例题 3. 桌子上放着 5 个杯子, 全部是杯底朝上, 如果每次翻动 2 个杯子, 称为一次翻动, 经过多次翻动能使 5 个杯子的杯口全部朝上吗? 如果每次翻动 3 个杯子呢?

练习 3. 如家宾馆现在有 10 间客房的灯开着, 每次同时拨动 4 个房间的开关, 能不能把这 10 个房间的灯全部关闭? 如果能, 至少需要几次?

板块四 质数和合数

例题 1. 三个不同质数的和是 82，这三个质数的积最大是多少？

练习 1. (1) 两个质数的和是小于 100 的奇数，并且是 11 的倍数，这两个质数可能是什么数？

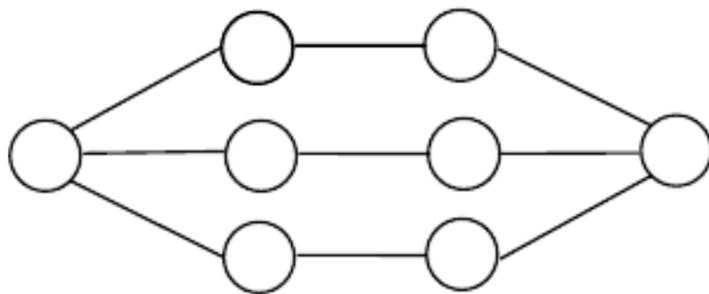
(2) 两个质数的和是 2001，这两个质数的积是多少？

(3) 一个长方形的长和宽都是质数，并且周长是 36 厘米，这个长方形的面积最大是多少？

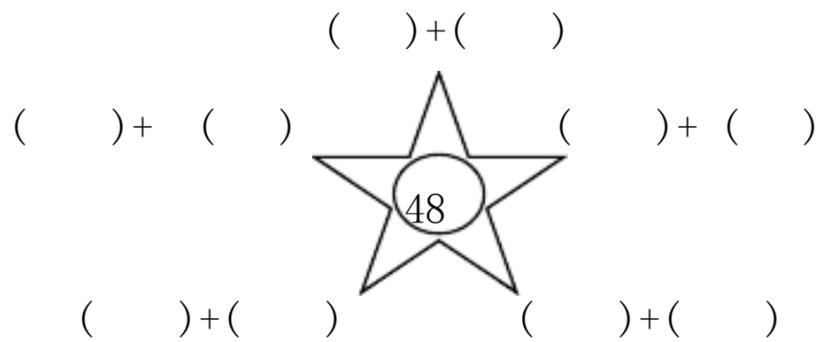
例题 2. 用 0、1、4、5 这四个数字组成两个质数，每个数字只能用一次，求这两个质数。

练习 2. 用 0、1、6、5 这四个数字组成两个质数，每个数字只能用一次，求这两个质数。

例题 3. 把 20 以内的质数分别填在下图的○内，每个质数只能用一次，使前后连接的四个数之和都相等。



练习 3. (1) 从 50 以内的 15 个质数中选出 10 个不同的质数，填在如图的 10 个 () 中，使每一组两个质数的和都等于合数 48。



(2) $\& = (\square + \square + \square + \square + \square + \square + \square) \div \square$ ，在 \square 里填 20 以内各不相同的质数，使 $\&$ 是整数，并且尽可能最大。

板块五 分解质因数

例题 1. 有三个学生，他们的年龄一个比一个大 3 岁，他们三个人年龄数的乘积是 1620，这三个学生的年龄和是多少？

练习 1. 明明、亮亮、丽丽三人是好朋友，他们的年龄依次相差 1 岁，且乘积是 504，已知明明最小，丽丽最大，他们各是多少岁？

板块六 公因数与最大公因数

例题 1. 张老师给全班同学带来一些糖果。如果把 110 块糖果平均分给同学们，则多 5 块；如果把 210 块糖果平均分给同学们，则正好分完；如果把 240 块糖果平均分给同学们，则还少 5 块。张老师的班级最多有多少名同学？

练习 1. (1) 把 38 个苹果和 31 个梨分给若干小朋友，使每个小朋友分得苹果的个数相同，梨的个数也相同。结果苹果多 2 个，梨多 3 个，分到苹果和梨的小朋友最多是几个人？每人分得几个苹果和几个梨？

(2) 赵老师将一条 50 分米长的红彩带和一条 43 分米长的绿彩带裁成同样长的小段，结果红彩带余 2 分米，绿彩带余 3 分米，所裁的小段最长是多少分米？各能裁成多少段长度相等的小段？

例题 2. 求 9021 和 9991 的最大公因数。

练习 2. 求 8251 和 6105 的最大公因数。

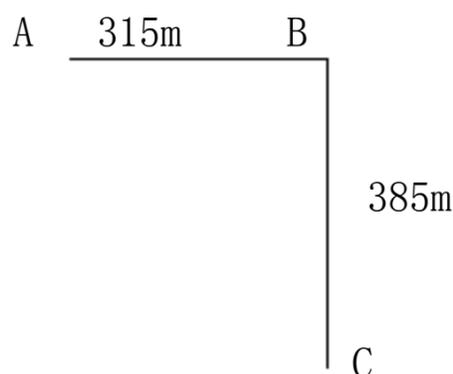
例题 3. 有一块木料长 3.2 米，宽 1.44 米，高 0.96 米，现在将这块木料锯成体积相同而且最大的正方体，总共可锯成多少块？（木料不浪费）

练习 3. 将一块长 120 米、宽 80 米的长方形土地划分成面积相等的小正方形。小正方形的面积最大是多少？

例题 4. 一张长方形纸，长 2703 厘米，宽 1113 厘米。要把它截成若干个同样大小的正方形，纸张不能有剩余且正方形的边长要尽可能大。问：这样的正方形的边长是多少厘米？

练习 4. 从一张长 2002 毫米、宽 847 毫米的长方形纸片上，剪下一个边长尽可能大的正方形，如果剩下的部分不是正方形，那么在剩下的纸片上再剪下一个边长尽可能大的正方形。按照上述过程不断重复，最后剪得的正方形的边长是多少毫米？

例题 5. 如图所示，街道 ABC 在 B 处拐弯，在街道一侧等距装路灯，要求 A、B、C 处各装一盏路灯，这条街道至少要装多少盏路灯？



练习 5. 浦东实验学校食堂和宿舍楼四周组成一个长 50 米、宽 40 米的长方形，现计划在这个长方形边上种植一些杉树，要求在四个顶点处各植一棵，并且每相邻两棵树的间距相同，你认为可以有几种不同的植法？每种植法各需要多少棵杉树？

板块七 公倍数与最小公倍数

例题 1. 一些小朋友分组做游戏，每组 4 人余 2 人，每组 5 人余 2 人。你知道最少有多少个小朋友做游戏吗？

练习 1. 有一盒铅笔，平均分给 4 个小朋友余 1 支，平均分给 6 个小朋友也余 1 支。这盒铅笔最少有多少支？

例题 2. 一排电线杆，原来每相邻两根之间的距离是 30 米，现在距离要改为 45 米。如果起点的一根电线杆不移动，至少再隔多远又有一根电线杆不需要移动？如果这排电线杆共 30 根，那么有几根不需要移动？

练习 2. 园林工人在一段公路的两边每隔 4 米栽一棵树（两端都栽），一共栽了 74 棵。现在要改成每隔 6 米栽一棵树。那么，不用移栽的树有多少棵？

例题 3. 两个数的最大公因数是 15，最小公倍数是 90，求这两个数分别是多少？

练习 3. 两个数的最大公因数是 60，最小公倍数是 720，求这两个数分别是多少？

例题 4. 两个数的最大公因数是 4，最小公倍数是 252，其中一个数是 28，另一个数是多少？

练习 4. 两个数的最大公因数是 21，最小公倍数是 126，其中一个数是 42，另一个数是多少？

例题 5. 两个数的最大公因数是 6，最小公倍数是 108，两个数的和是 66，这两个数各是多少？

练习 5. 两个数的最大公因数是 18，最小公倍数是 180，两个数的差是 54，这两个数的和是多少？

例题 6. 一盒围棋子，4 颗 4 颗地数多 3 颗，6 颗 6 颗地数多 5 颗，15 颗 15 颗地数多 14 颗，这盒棋子的数量在 150~200 颗之间，问这盒棋子共有多少颗？

练习 6. (1) 有一车饮料，3 箱 3 箱地数剩 1 箱，5 箱 5 箱地数剩 1 箱，7 箱 7 箱地数剩 1 箱。这车饮料至少有多少箱？

(2) 五(1)班体育小组的学生站队，站成 5 列少 2 人，站成 3 列多 1 人。这些学生最少有多少人？

例题 7. 加工某种机器零件要经过三道工序。第一道工序每人每小时可完成 6 个，第二道工序每人每小时可完成 5 个，第三道工序每人每小时可完成 15 个。要使加工生产均衡，三道工序至少各分配几人？

练习 7. 包装一件商品需要三道工序。第一道工序每人每小时可完成 20 件，第二道工序每人每小时可完成 15 件，第三道工序每人每小时可完成 30 件。要使包装过程均衡，三道工序至少各分配几人？

例题 8. 一次会餐共用了 75 个碗，每人一个饭碗，两人一个菜碗，三人一个汤碗，四人一碗水果，参加会餐的有多少人？

练习 8. 一次会餐准备了三种饮料, 餐后统计三种饮料共用 65 瓶, 平均每 2 人饮用 1 瓶甲饮料, 每 3 人饮用 1 瓶乙饮料, 每 4 人饮用 1 瓶丙饮料。参加会餐的人数是多少?

例题 9. 某市公共汽车站有三条公交线路, 第一条每 8 分钟发一辆车, 第二条每 12 分钟发一辆车, 第三条每 15 分钟发一辆车, 5:30 三条线路同时发出第一辆车, 该站发出最后一辆车是 19:30。请问该站最后一次三辆车同时发出是什么时刻?

练习 9. 某车站是三条线路公共汽车的起始站, 1 路车每 6 分钟发一辆, 2 路车每 5 分钟发一辆, 3 路车每 8 分钟发一辆, 早晨 6 时三条线路公共汽车同时发第一辆车, 问最早在什么时间三条线路公共汽车再次同时发车。(5 分)

例题 10. 恰好能同时被 6、7、8、9 整除的四位数有多少个?

练习 10. 恰好能同时被 4、5、6 整除的三位数有多少个?

板块八 约数个数

1. 约数的个数公式: 分解质因数, 指数加 1 再相乘。
2. 平方数有奇数个约数, 非平方数有偶数个约数。

例题 1. 正整数 378000 共有多少个正约数?

练习 1. 求 500 的约数的个数。

例题 2. 一个数有 15 个约数, 这个数最小是多少? 次小是多少?

练习 2. 有 10 个约数的自然数最小是多少?

例题 3. 在 35 的倍数中, 恰有 35 个约数的最小数是多少?

练习 3. 42 的倍数中, 恰好有 42 个约数的最小数是多少?

例题 4. 三个自然数乘积为 86400, 且这三个数的约数个数分别为 8、9、10. 那么这三个自然数分别是多少?

练习 4. 三个自然数乘积为 5184, 且这三个数的约数个数分别为 A 个、 $A+1$ 个、 $A+2$ 个。那么这三个自然数分别是多少?

板块九 约数和

约数和公式:

(1) 如果一个数的质因数分解式为 $a^2 \times b^3$, 则约数和为 $(1+a+a^2) \times (1+b+b^2+b^3)$;

(2) 如果一个数的质因数分解式为 $a \times b \times c^2$, 则约数和为 $(1+a) \times (1+b) \times (1+c+c^2)$.

例题 1. 求 720 所有因数的和。

练习 1. 求 240 所有因数的和。

板块十 7、9、11、13 的倍数的特征

9 的倍数的特征：一个数各位上的数的和是 9 的倍数，这个数就是 9 的倍数。

11 的倍数的特征：把一个数由右边向左边数，将奇位上的数字与偶位上的数字分别加起来，再求它们的差，如果这个差是 11 的倍数（包括 0），那么，原来这个数就一定能被 11 整除。

7 或 13 的倍数的特征：若一个数的末三位数字与末三位前的数字所组成的数之差（大减小）是 7 或 13 的倍数，则这个数就是 7 或 13 的倍数。

例题 1. 用 1、2、3、4、5、7 这 6 个数字各一次组成六位数，并且使这个六位数是 11 的倍数，有多少种不同的方法？

练习 1. 用 1、2、3、4 各一次组成四位数，使得它是 11 的倍数，有多少种不同的方法？

竞赛、小升初真题

1. 将 1~2011 的奇数排成一列，然后按每组 1 个、2 个、3 个、2 个、1 个、2 个、3 个、2 个、1 个、2 个、3 个、2 个……的规律分组如下（每个括号为一组）：(1)，(3, 5)，(7, 9, 11)，(13, 15)，(17)，(19, 21)，(23, 25, 27)，(29, 31)，(33)，(35, 37)，(39, 41, 43)，(45, 47)，…那么最后一个括号里的各数的和是多少？（2011 年全国“希望杯”数学邀请赛）

2. 在 10 个盒子里放乒乓球，每个盒子里球的个数不能少于 11 个，不能是 13 个，也不能是 5 的倍数个，且彼此不同，那么至少需要_____个乒乓球。（2010 华罗庚金杯）

3. $45 \times 28 \times 250 \times (\quad)$ ，要使这个连乘算式的积的最后五个数字都是 0，括号里最小应填什么？（2015 年江苏省《小学生数学报》“读报知识通讯赛”）

4. 若 A、B、C 三种文具分别有 38 个、78 个和 128 个，将每种文具都平均分给学生，分完后剩下 2 个 A，6 个 B 和 20 个 C，则学生最多有多少人？（2015 年全国“希望杯”数学邀请赛）

5. 已知 A、B 两数的最小公倍数是 180，最大公因数是 30。若 $A=90$ ，则 $B=$ _____。（2009 年“希望杯”）

6. 已知自然数 a 和 b 的最小公倍数是 140，最大公因数是 5，求 $a+b$ 的最大值是多少。（2015 年全国“希望杯”数学邀请赛）

7. 6 枚 1 分硬币叠在一起与 5 枚 2 分硬币一样高，6 枚 2 分硬币叠在一起与 5 枚 5 分硬币一样高，如果分别用 1 分、2 分、5 分硬币叠成的三个圆柱体一样高，这些硬币的币值为 4 元 4 角 2 分，那么这三种硬币总共有_____枚。（上海市第五届小学数学竞赛试题）

8. 用 1155 个同样大小的正方形拼成一个长方形，有_____种不同的拼法。（上海市第五届小学数学竞赛）

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/026130132032010054>