9.5　三角形的中位线【中档题】

（满分 100 分　　时间：40 分钟）　　班级_____　姓名_____　得分_____

【知识点回顾】

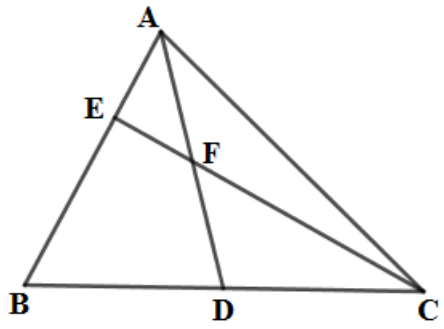
1、中位线的定义：连接三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线；

2、中位线的性质定理：三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半；

【课时练习】

一、单项选择题：（本题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题意要求的.）

1.（2021·重庆渝北区·八年级期末）如图，在$\triangle ABC$中，D是BC的中点，E在AB上，且$AE:BE=1:2$，连接AD，CE交于点F，若$S_{\triangle ABC}=60$，则$S_{四边形DBEF}$=（　　）



A．15　　B．18　　C．20　　D．25

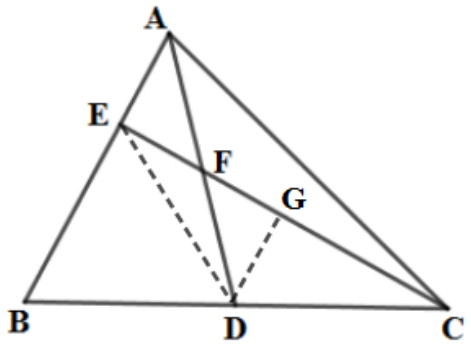
【答案】D

【分析】

过 D 作 DG∥AB，交 CE 于 G，连接 DE，根据三角形中位线的定理可得 CG＝EG，通过△DGF≌△AEF，可得 AF=DF，再利用三角形的面积可求解.

【详解】

过 D 作 DG∥AB，交 CE 于 G，连接 DE，



∵D 为 BC 的中点，

∴DG 为△BCE 的中位线，

∴BE＝2GD，CG＝EG，

∵ $AE:BE=1:2$，

∴AE=GD，

∵DG∥AB，

∴∠AEF=∠DGF，∠EAF=∠GDF，

∴△DGF≌△AEF，

∴AF=DF，

∵ $S_{\triangle ABC}=60$，

∴$S_{\triangle ABD}$＝30，$S_{\triangle AED}$＝10，

∴$S_{\triangle AEF}$＝5，

∴$S_{\text{四边形}DCEF}=S_{\triangle ABD}-S_{\triangle AEF}=30-5=25$，

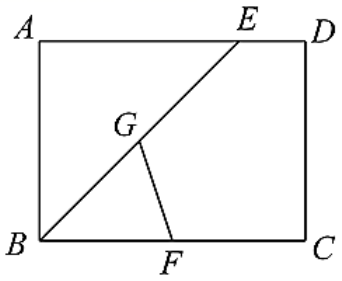
故选：D．

【点睛】

本题主要考查三角形的面积，全等三角形的判定与性质，三角形的中位线，添加辅助线，构造全等三角形，

是解题的关键.

2．（2021·福建三明市·九年级期末）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=3$，$AD=4$，$\angle ABC$ 的平分线 BE 交 AD 于点 E．点 F，G 分别是 BC，BE 的中点，则 FG 的长为（　　）



A． 2　　**B．** $\frac{5}{2}$　　**C．** $\frac{\sqrt{10}}{2}$　　**D．** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

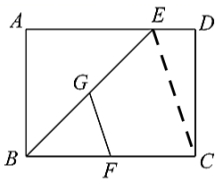
【答案】C

【分析】

连接 CE，由矩形的性质和角平分线的性质可得 AB=AE=3，可得 ED=1，由勾股定理可求 CE 的长，由三角形中位线定理可求 FG 的长；

【详解】

连接 CE，如图所示：



∵四边形 ABCD 是矩形，

∴∠BAD=∠ABC=∠D=90°，AB=CD=3，AD=BC=4，

AD∥BC，

∴∠CBE=∠AEB，

∵BE 平分∠ABC.

∴∠ABE=∠CBE=45°，

∴∠ABE=∠AEB=45°，

∴AB=AE=3，

∴ED=AD-AE=4-3=1，

在 Rt△CDE 中

EC=$\sqrt{DE^2+CD^2}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$

∵点 F、G 分别为 BC、BE 的中点，

∴FG 是△CBE 的中位线，FG=$\frac{1}{2}$CE=$\frac{\sqrt{10}}{2}$

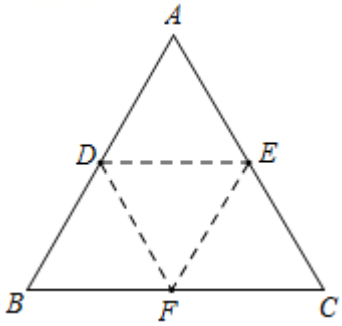
故选：C

【点睛】

本题考查了矩形的性质，勾股定理，等腰直角三角形的判定与性质，三角形中位线的定理等知识；熟练掌握矩形的性质和三角形中位线定理，求出 EC 的长度是解题的关键.

3.（2019·浙江杭州市·八年级其他模拟）如图，将三角形纸片 ABC 沿过 AB, AC 边中点 *D*、*E* 的线段 DE 折叠，点 *A* 落在 BC 边上的点 *F* 处，下列结论中，一定正确的个数是（　　）

①△BDF 是等腰三角形　②$DE=\frac{1}{2}BC$　③四边形 $ADFE$ 是菱形　④$\angle BDF+\angle FEC=2\angle A$



A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【答案】C

【分析】

根据菱形的判定和等腰三角形的判定，采用排除法，逐条分析判断．

【详解】

解：①∵$DE\parallel BC$，

∴$\angle ADE=\angle B$，$\angle EDF=\angle BFD$，

又∵$\triangle ADE\cong\triangle FDE$，

∴$\angle ADE=\angle EDF$，$AD=FD$，$AE=CE$，

∴$\angle B=\angle BFD$，

∴$\triangle BDF$ 是等腰三角形，故①正确；

同理可证，$\triangle CEF$ 是等腰三角形，

∴$BD=FD=AD$，$CE=FE=AE$，

∴DE 是$\triangle ABC$ 的中位线，

∴$DE=\frac{1}{2}BC$，故②正确；

∵$\angle B=\angle BFD$，$\angle C=\angle CFE$，

又∵$\angle A+\angle B+\angle C=180°$，$\angle B+\angle BFD+\angle BDF=180°$，$\angle C+\angle CFE+\angle CEF=180°$，

∴$\angle BDF+\angle FEC=2\angle A$，故④正确．

而无法证明四边形 $ADFE$ 是菱形，故③错误．

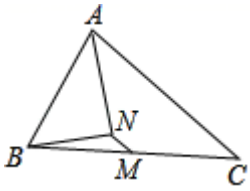
所以一定正确的结论个数有 3 个，

故选：C．

【点睛】

本题考查了菱形的判定，中位线定理，等腰三角形的判定和性质，菱形的判别方法是说明一个四边形为菱形的理论依据，常用三种方法：①定义；②四边相等；③对角线互相垂直平分．具体选择哪种方法需要根据已知条件来确定．

4．(2021·山东烟台市·八年级期末)如图，已知△ABC 中，点 M 是 BC 边上的中点，AN 平分∠BAC，BN⊥AN 于点 N，若 AB＝8，MN＝2，则 AC 的长为（　　）



A．12　　B．11　　C．10　　D．9

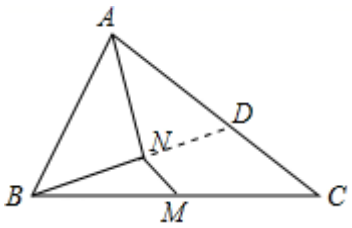
【答案】A

【分析】

延长 BN 交 AC 于 D，证明△ANB≌△AND，根据全等三角形的性质、三角形中位线定理计算即可．

【详解】

解：延长 BN 交 AC 于 D，



在△ANB 和△AND 中，

$$\begin{cases} \angle NAB=\angle NAD \\ AN=AN \\ \angle ANB=\angle AND=90° \end{cases},$$

∴△ANB≌△AND，

∴AD=AB=8，BN=ND，

∵M 是△ABC 的边 BC 的中点，

∴DC=2MN=4，

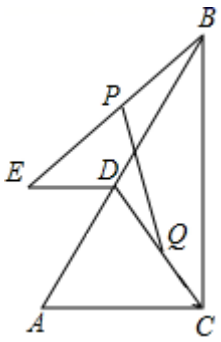
∴AC=AD+CD=12，

故选：A.

【点睛】

本题考查的是三角形中位线定理，三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半.

5.（2020·浙江杭州市·八年级其他模拟）在Rt△ABC 中，$\angle ACB=90^{\circ}, AB=13, AC=5$，点 D 是 AB 上一动点，作 $DE//AC$，且 $DE=2$，连结 BE, CD, P, Q 分别是 BE、DC 的中点连结 PQ，则 PQ 长为（　　）



A．$\sqrt{37}$　　B．$2\sqrt{5}$　　C．6　　D．6.5

【答案】A

【分析】

由勾股定理得出 BC=$\sqrt{AB^2-AC^2}$ =12，取 BD 中点 F，连接 PF、QF，证出 PF 是△BDE 的中位线，FQ 是△BCD 的中位线，由三角形中位线定理得出 PF∥ED，PF=$\frac{1}{2}$ DE＝1，FQ∥BC，FQ=$\frac{1}{2}$ BC＝6，证出 PF⊥FQ，再由勾股定理求出 PQ 即可.

【详解】

解：∵∠ACB＝90°，AB＝13，AC＝5，

∴BC=$\sqrt{AB^2-AC^2}$=12，

取 BD 中点 F，连接 PF、QF，如图所示：

∵P、Q 分别是 BE、DC 的中点，

∴PF 是△BDE 的中位线，FQ 是△BCD 的中位线，

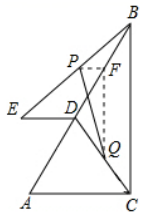
∴PF∥ED，PF=$\frac{1}{2}$DE＝1，FQ∥BC，FQ=$\frac{1}{2}$BC＝6，

∵DE∥AC，AC⊥BC，

∴PF⊥FQ，

∴PQ=$\sqrt{PF^2+FQ^2}=\sqrt{1^2+6^2}=\sqrt{37}$，

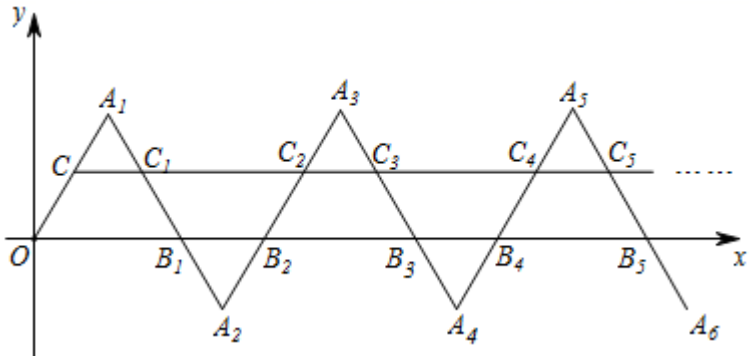
故选：A.



【点睛】

本题考查了三角形中位线定理、勾股定理、平行线的性质；熟练掌握勾股定理，由三角形中位线定理得出 PF∥ED，FQ∥BC 是解题的关键.

6.（2021·沙坪坝区·重庆南开中学八年级期末）如图，作边长为 4 的等边△OA_1B_1，延长 A_1B_1 至点 A_2，使得 $B_1A_2=\frac{1}{2}A_1B_1$，再以 B_1A_2 为边作等边△$B_1A_2B_2$．延长 A_2B_2 至点 A_3，使得 B_2A_3＝2 A_2B_2，再以 B_2A_3 为边作等边△$B_2A_3B_3$，以此类推……．若点 C、C_1、C_2、C_3……分别是 OA_1、A_1B_1、A_3B_2、A_3B_3……的中点，则 CC_{2021} 的长度为（　　）



A．6058　　**B．6060**　　**C．6062**　　**D．6064**

【答案】C

【分析】

由作法知两类等边三角形$\triangle OA_1B_1$，$\triangle B_1A_2B_2$边长分比为4，2,由点C、C_1、C_2、C_3……分别是OA_1、A_1B_1、A_3B_2、A_3B_3……的中点，利用中位线可求$CC_1=C_2C_3=C_4C_5=\cdots=2$

同理$C_3C_4=C_5C_6=\cdots\cdots=4$求出$CC_2=6$由此求出$CC_{2k}=6k$，利用相等线段关系

$CC_{2021}=CC_{2020}+C_{2020}C_{2021}=1010\times6+CC_1$即可求出.

【详解】

由作法知$\triangle OA_1B_1$，$\triangle B_2A_3B_3$，$\triangle B_4A_5B_5$……都是边长为4的等边三角形,

$\triangle B_1A_2B_2$，$\triangle B_3A_4B_4$，$\triangle B_5A_6B_6$……都是边长为2的等边三角形,

∵点C、C_1、C_2、C_3……分别是OA_1、A_1B_1、A_3B_2、A_3B_3……的中点，

∴$CC_1=\frac{1}{2}OB_1=\frac{1}{2}\times4=2=C_2C_3=C_4C_5=\cdots\cdots$，

∵$B_1A_2=\frac{1}{2}A_1B_1=\frac{1}{2}\times2B_1C_1=B_1C_1=2$，

∵$B_2A_3=2A_2B_2$，

$\therefore B_2A_3=2B_2C_2=2A_2B_2$ 即 $B_2C_2=A_2B_2$，

$\therefore C_1C_2=2B_1B_2=4$，

同理 $C_3C_4=C_5C_6=\cdots\cdots=4$，

$\therefore CC_2=CC_1+C_1C_2=2+4=6$，

$\therefore CC_2=C_2C_4=\cdots\cdots=C_{2k}C_{2k+2}=6$，

$\therefore CC_4=CC_2+C_2C_4=2\times6$，

$\therefore CC_6=CC_4+C_4C_6=2\times6+6=3\times6$，

$\therefore CC_{2k}=6k$，

$\therefore CC_{2021}=CC_{2020}+C_{2020}C_{2021}=1010CC_2+CC_1=1010\times6+2=6062$，

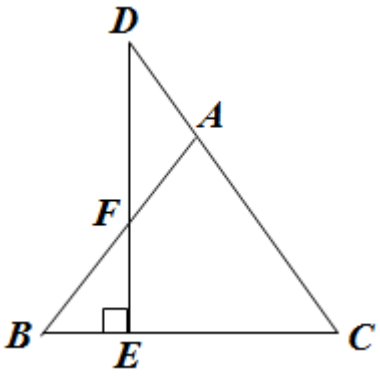
故选择：C.

【点睛】

本题考查图形规律探究问题，从图形分布入手：由图形特点⇒找出特殊情况⇒推广到一般情况⇒总结规律.

二、填空题：（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

7．(2021·浙江温州市·八年级期末)如图，在△ABC 中，$AB=AC=10$，*D* 为 *CA* 延长线上一点，$DE\perp BC$ 交 *AB* 于点 *F*．若 *F* 为 *AB* 中点，且 $BC=12$，则 $DF=$_____.



【答案】8

【分析】

过点 A 作 AM⊥BC，过点 A 作 AN⊥BC 交 DE 于 N，证明△AFN≌△BFE，得出 AN=BE=3，再利用勾股定理解答即可.

【详解】

解：∵AB=AC，

∴∠B=∠C，

∵ $DE \perp BC$ ，

∴∠C+∠BFE=90，∠B+∠BFE=90°，

∵∠BFE=∠AFD，∠B=∠C，

∴∠BFE=∠AED=∠CDE，

∴AD=AF，

过点 A 作 AM⊥BC，

在△ABC 中，∵AB=AC，

∴M 为 BC 的中点，

∴BM= $\frac{1}{2}BC$ =6，

在 Rt△ABM 中，AM=$\sqrt{AB^2-BM^2}=\sqrt{10^2-6^2}$=8

∵*F* 为 *AB* 中点，FE⊥BC，

∴FE 为△ABM 的中位线，BF=AF=$\frac{1}{2}AB$=5，

∴AD=AF=5，BE=$\frac{1}{2}BM=3$，

过点 A 作 AN⊥BC 交 DE 于 N，

∵AF=BF，∠AFN=∠BFE，∠ANF=∠BEF=90°，

∴△AFN≌△BFE，

∴AN=BE=3，

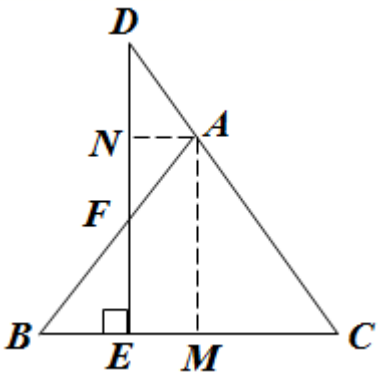
在 Rt△AND 中，

DN=$\sqrt{AD^2-AN^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$　　，

∵AD=AF，AN⊥DF，

∴DF=2DN=8．

故答案为：8．



【点睛】

本题考查了勾股定理，等腰三角形的性质的运用，平行线的性质的运用，全等三角形的判定及性质的运用，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/026153012042010141