

一、已知随机变量 X 服从 $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 区间的均匀分布， Y 是取值为 $(-1,1)$ 的二值随机变量，且满足 $P[Y = -1] = P[Y = 1] = \frac{1}{2}$ 。

若 X 和 Y 彼此统计独立，求随机变量 $Z = X + Y$ 的：

1、概率密度函数 $f_Z(z)$ 。

2、特征函数 $\Phi_Z(v)$ 。

解：

1、随机变量 X 均服从 $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 区间的均匀分布，

$$f_X(x) = \text{rect}(x) = \begin{cases} 1, & -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \frac{1}{2} \delta(x+1) + \frac{1}{2} \delta(x-1)$$

由于 X 和 Y 彼此统计独立，所以

$$f_z(z) = f_x(z) * f_y(z) = \frac{1}{2} \text{rect}(z+1) + \frac{1}{2} \text{rect}(z-1)$$

$$= \begin{cases} 1/2, & \frac{1}{2} \leq |z| \leq \frac{3}{2} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

2、

$$\text{rect}(z) \Leftrightarrow \text{Sa}\left(\frac{\omega}{2}\right)$$

且 $f_z(z) \stackrel{\text{FT}}{\Leftrightarrow} \Phi_z(-v)$

所

以

$$\Phi_z(\omega) = \frac{1}{2} \text{Sa}\left(\frac{\omega}{2}\right) (e^{j\omega} + e^{-j\omega}) = \text{Sa}\left(\frac{\omega}{2}\right) \cos \omega$$

二、取值(0,1) , 等概分布的独立半随机二进制传输信号 $X(t)$, 时隙长度为 T , 问 :

1、信号的均值函数 $E[X(t)]$ 。

2、信号的自相关函数 $R_X(t+T, t)$ 。

3、 $X(t)$ 的一维概率分布函数 $F_X(x; t)$ 和二维概率分布函数 $F_X(x_1, x_2; t_1, t_2)$ 。

解：1、 $E[X(t)] = 0 \times 0.5 + 1 \times 0.5 = 0.5$

2、当 $t + T$ ， t 在同一个时隙时：

(完整word版)2010电子科技大学随机信号分析期末考试 A

$$R_X(t+\tau, t) = E[X(t+\tau)X(t)]$$

$$= E[X^2(t)] = 0^2 \times 0.5 + 1^2 \times 0.5 = 0.5$$

当 $t+\tau, t$ 不在同一个时隙时：

$$R_X(t+\tau, t) = E[X(t+\tau)X(t)]$$

$$= E[X(t+\tau)]E[X(t)] = 0.5 \times 0.5 = 0.25$$

1、一维分布：

$$F_X(x; t) = 0.5u(x) + 0.5u(x-1)$$

二维分布：

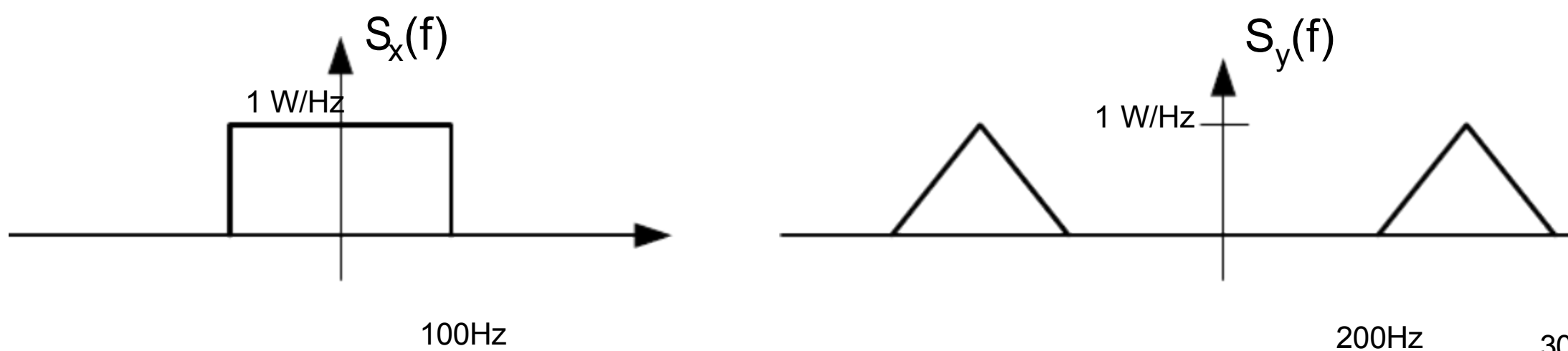
当 t_1, t_2 在同一个时隙时

$$F_X(x_1, x_2; t_1, t_2) = 0.5u[x_1, x_2] + 0.5u[x_1-1, x_2-1]$$

当 t_1, t_2 不在同一个时隙时：

$$\begin{aligned} F_{X_1, X_2}(x_1, x_2; t_1, t_2) &= P[X_1(t_1) \leq x_1, X_2(t_2) \leq x_2] \\ &= P[X_1(t_1) \leq x_1]P[X_2(t_2) \leq x_2] \\ &= 0.25u(x_1, x_2) + 0.25u(x_1 - 1, x_2) + 0.25u(x_1, x_2 - 1) + 0 \end{aligned}$$

三、广义平稳高斯随机信号 $X(t)$ 、 $Y(t)$ 具有均值各态历经性，其功率谱如下图所示。



- 1、随机信号的 $X(t)$ 直流功率。
- 2、互相关函数 $R_{XY}(\tau)$ 。

3、概率密度函数 $f_{XY}(x,y,t_x,t_y)$ 。

解：1 $S_X^{(1)}$ 是带宽为 200π 的低通白噪声，其相关函数是

$$R_X(\tau) = \frac{N_0}{2\pi} \frac{\sin(W\tau)}{W\tau} = 200 \frac{\sin(200\pi\tau)}{200\pi\tau}$$

直流功率： $m_X^2 = R_Y(\infty) = 0$

交流功率： $\sigma_X^2 = C_X(0) = 200$

2 . 因为 $X(t)$ 与 $Y(t)$ 的功率谱不重叠，故两个信号正交，互相关函数 $R_{XY}(\tau) = 0$ ，且互不相关和独立。

3. $Y(t)$ 是广义平稳带通随机信号，故 $m_Y = 0$

$$\sigma_{Y2} = R_Y(0) = \frac{1}{2} \times 100 \times 1 \times 2 = 100$$

$$f_{XY}(x, y, t_x, t_y) = f_X(x, t_x) f_Y(y, t_y) \\ = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot 200}} e^{-\frac{x^2}{2 \times 200}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot 100}} e^{-\frac{y^2}{2 \times 100}}$$

四、设有随机信号 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 都不是广义平稳的，且 $X(t) = A(t)\cos t$, $Y(t) = B(t)\sin t$ ，其中 $A(t)$ 和 $B(t)$ 是相互独立的广义平稳信号，它们均为零均值且有相同的相关函数。判断 $Z(t) = X(t) + Y(t)$ 的广义平稳性。

解：

1、均值：

$E[Z(t)] = E[X(t) + Y(t)] = E[A(t) \cos t] + E[B(t) \sin t]$
为常数

2、自相关函数：

$$\begin{aligned}
 R_Z(t+\tau, t) &= E \left[\left(X(t+\tau) + Y(t+\tau) \right) \cdot \left(X(t) + Y(t) \right) \right] \\
 &= R_X(t+\tau, t) + R_Y(t+\tau, t) + R_{XY}(t+\tau, t) + R_{YX}(t+\tau, t) \\
 &= R_A(\tau) \cos(t+\tau) \cos t + R_B(\tau) \sin(t+\tau) \sin t \\
 &= R_A(\tau) \cos \tau
 \end{aligned}$$

只与 τ 有关

可知 $Z(t)$ 是广义平稳信号。

五、设正弦随机信号 $X(t) = A \cos(\pi t)$ ，其中

$A \sim N(0, \sigma_A^2)$ 。令 $Y(t) = X(t - \Theta)$ ，且 A 和 Θ

统计独立，求解：

1、 $X(t)$ 是否严格循环平稳？

2、 $X(t)$ 是否广义循环平稳？

3、当 Θ 满足什么分布时， $Y(t)$ 是广义平稳

信号？

解：

1、由

$$\begin{aligned}
 & F_X(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) \\
 &= P[X(t_1) \leq x_1, \dots, X(t_n) \leq x_n] \\
 &= P[\text{Acos}(\pi t_1) \leq x_1, \dots, \text{Acos}(\pi t_n) \leq x_n] \\
 &= P[\text{Acos}(\pi t_1 + 2\pi) \leq x_1, \dots, \text{Acos}(\pi t_n + 2\pi) \leq x_n] \\
 &= P[X(t_1 + 2) \leq x_1, \dots, X(t_n + 2) \leq x_n] \\
 &= F_X(x_1, \dots, x_n; t_1 + 2, \dots, t_n + 2)
 \end{aligned}$$

可知，它是严格循环平稳的，循环周期为 2。

2、由 $E[X(t)] = 0$ 为常数，周期可为任意值。

$$\begin{aligned} R_X(t + \tau, t) \\ = E[A^2] [\cos(2\pi t + \pi\tau) + \cos(\pi\tau)] \end{aligned}$$

周期为 1。

可知，它是广义循环平稳的，循环周期为 1。

3、由定理可知，当 $\Theta \sim U[0, 1]$ 时， $Y(t)$ 是广义平稳信号。

六、设随机过程 $X(t) = \text{sgn}(A)\cos(\textcircled{1}_0 t + \Theta)$,其

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/026243055212010140>