

中华人民共和国国家标准

GB/T 17989.5—2022

生产过程质量控制统计方法 控制图 第5部分：特殊控制图

Statistical method of quality control in production process—
Control charts—Part 5:Specialized control charts

(ISO 7870-5:2014,Control charts—Part 5:Specialized control charts,MOD)

2022-03-09发布

2022-10-01实施

国家市场监督管理总局 发布
国家标准化管理委员会

目 次

前言	III
引言	V
1 范围	1
2 规范性引用文件	1
3 术语和定义	1
4 符号和缩略语	3
4.1 符号	3
4.2 缩略语	4
5 特殊控制图	4
6 移动平均和移动极差控制图	5
6.1 概述	5
6.2 控制限	5
6.3 解释	5
6.4 优点	5
6.5 不足	5
6.6 示例	6
7 Z图	8
7.1 概述	8
7.2 控制限	8
7.3 优点	8
7.4 不足	8
7.5 示例	8
8 基于组的控制图	10
8.1 概述	10
8.2 控制限	10
8.3 优点	11
8.4 不足	11
8.5 示例	11
9 极值控制图	14
9.1 概述	14
9.2 控制限	14
9.3 解 释	15
9.4 优点	15
9.5 不足	15
9.6 示例	15
10 趋势控制图	17

10.1	概述	17
10.2	控制限	17
10.3	优点	18
10.4	不足	18
10.5	示例	18
11	变异系数控制图	20
11.1	概述	20
11.2	控制限	21
11.3	优点	21
11.4	不足	21
11.5	示例	21
12	非正态数据控制图	23
12.1	概述	23
12.2	控制限	23
12.3	示例	24
13	标准化p控制图	30
13.1	概述	30
13.2	控制限	30
13.3	优点和不足	30
13.4	示例	30
14	缺点控制图	32
14.1	概述	32
14.2	缺点权重的选择准则	32
14.3	赋予纺织产品缺点权重的示例	33
14.4	控制限	33
14.5	解释	34
14.6	优点	34
14.7	不足	34
14.8	示例	34
15	量规检验控制图	38
15.1	概述	38
15.2	下量规限和上量规限	38
15.3	初始步骤	38
15.4	量规限和控制限	39
15.5	绘图	39
15.6	解释	40
15.7	优点	40
15.8	不足	40
15.9	过程均值和过程变异的估计	40
15.10	示例	40
附录 A(资料性)	计算控制限的参数	44
参考文献	46

前 言

本文件按照GB/T 1.1—2020《标准化工作导则 第1部分：标准化文件的结构和起草规则》的规定起草。

本文件是GB/T 17989的第5部分。GB/T 17989已经发布了以下部分：

- 控制图 第1部分：通用指南；
- 控制图 第2部分：常规控制图；
 - 控制图 第3部分：验收控制图；
 - 控制图 第4部分：累积和控制图；
- 生产过程质量控制统计方法控制图第5部分：特殊控制图；
- 生产过程质量控制统计方法 控制图 第6部分：指数加权移动平均控制图
- 生产过程质量控制统计方法控制图第7部分：多元控制图；
- 生产过程质量控制统计方法 控制图 第8部分：短周期小批量的控制方法；
- 生产过程质量控制统计方法控制图第9部分：平稳过程控制图。

本文件修改采用ISO 7870-5:2014《控制图 第5部分：特殊控制图》。

本文件与ISO 7870-5:2014的结构差异及其原因如下：

——增加第6章~第15章中悬置段的章节号，并调整其他章节的编号，以符合国家标准编写要求。

本文件与ISO 7870-5:2014的技术差异及其原因如下：

- 增加了“7.5.2解释由图2可知，第11、24、26、27子组对应的点落在控制限外，需进一步查明过程失控原因”，原文缺少解释；
- 增加了数据不服从正态分布的说明(见12.1)，“如果数据不服从正态分布，应先查明不服从正态分布的原因，如果经确认数据服从某一其他分布，则按照其分布构建上下限”，原文描述不清；
- 增加了图7(见12.3.1)，对数据进行正态性检验，说明其不服从正态分布，原文缺少对不服从正态性的检验；
- 增加了“图13均值极差图”(见15.10.2)，原文缺少图示。

本文件做了下列编辑性改动：

——将标准名称改为《生产过程质量控制统计方法 控制图 第5部分：特殊控制图》；

——将10.5.3中“ $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{25} x_i}{25} = \frac{49.440}{25} = 1.977\ 6$ ”改为“ $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{25} \bar{x}_i}{25} = \frac{49.440}{25} = 1.977\ 6$ ”；

——将第11章中“变异系数v”改为“变异系数CV”；

——将12.2.3.3中“ $UcL = \bar{x} + 99.865\text{percentile} \times s_{average}$ ”改为“ $UcL = \bar{x} + z_{99.865} \times S_{average}$ ”；“ $LcL = \bar{x} + 0.135\text{percentile} \times s_{average}$ ”改为“ $LcL = \bar{x} + \approx 0.135 \times s_{average}$ ”；

——将12.3.2.1中“ $B_3 = 0.0284$ ”改为“ $B_3 = 0.284$ ”；

——13.4.1中表9中原z列数据计算错误，均予以修改；

——将14.4中“ $c_i = \sum_{j=1}^k c_{ij}$ ”改为“ $c_i = \sum_{j=1}^k c_{ij}$ ”

——将14.8.1中“ $U_{cl} = \bar{d} + 3 \left(\frac{\sum_{i=1}^n w_i^2 c_i}{N n_i} \right)^{1/2} = 1.20 + 3 \left(\frac{881\ 400}{4\ 250 \times 177} \right)^{1/2} = 4.02 + 3.25 = 7.45$ ”改为

$$“U_{CL} = \bar{d} + 3 \left(\frac{\sum_{i=1}^m w_i^2 c_i}{N\bar{n}} \right)^{\frac{1}{2}} = 4.20 + 3 \left(\frac{881\,400}{4\,250 \times 177} \right)^{\frac{1}{2}} = 4.20 + 3.25 = 7.45”;$$

- 将原15.1中“a 和 b 的这些值被用于计算上测量限和下测量限”删除；
- 将15.10.1中表12的平均值列的第18个子组的数据“20.47”修改为“20.32”，极差列的第18个子组的数据“2.49”修改为“2.96”。

请注意本文件的某些内容可能涉及专利。本文件的发布机构不承担识别专利的责任。

本文件由全国统计方法应用标准化技术委员会(SAC/TC 21)提出并归口。

本文件起草单位：青岛大学、中国标准化研究院、中通客车股份有限公司、安徽农业大学、江苏科技大学。

本文件主要起草人：李莉莉、张璇、张帆、诸峰、吴广宇、赵静、程靖。

引 言

控制图是过程控制中常用的统计工具，用来监测过程中的偏移，保持过程稳定。GB/T 17989控制图系列标准分为以下9部分：

- 控制图第1部分：通用指南。目的在于给出控制图基本术语、原理及分类，以及选择控制图的指南。
- 控制图第2部分：常规控制图。目的在于确立使用常规控制图进行过程控制的指南。
- 控制图第3部分：验收控制图。目的在于确立验收控制图进行过程控制的使用指南，并规定了确定子组样本量、行动限、和决策准则的一般程序。
- 控制图第4部分：累积和控制图。目的在于确立应用累积和技术进行过程检测、控制和回顾性分析的统计方法。
- 生产过程质量控制统计方法 控制图第5部分：特殊控制图。目的在于确立理解和应用特殊控制图进行统计过程控制的指南。
- 生产过程质量控制统计方法控制图第6部分：指数加权移动平均控制图。目的在于确立理解和应用指数加权移动平均(EWMA)控制图进行统计过程控制的指南。
- 生产过程质量控制统计方法控制图第7部分：多元控制图。目的在于确立构建和应用多元控制图进行统计过程控制的指南，并建立了使用和理解计量数据多元控制图的常规方法。
- 生产过程质量控制统计方法 控制图第8部分：短周期小批量的控制方法。目的在于确立子组大小为1时，应用常规计量控制图检测短周期和小批量生产过程的方法。
- 生产过程质量控制统计方法控制图第9部分：平稳过程控制图。目的在于确立构建和应用控制图对平稳过程进行控制的指南。

在GB/T 17989.2给出的常规控制图可以帮助监测过程导致的数据变异的非自然模式，并提供判断过程是否处于统计受控状态的准则。但是，对于计量数据，存在一些特殊情形，使用常规控制图对过程变异的非自然模式存在无法检出或检出效率较低的问题，如以下情形所述：

- a) 生产一个产品需要花费相当多的时间，样本获取的时间间隔很大；
- b) 生产一个产品有多个生产过程，且这些生产过程具有大致相同的生产率、过程平均和过程能力；
- c) 过程平均呈系统性变化；
- d) 样本量大且生产顺序不相关；
- e) 过程没有恒定的目标值。

在上述情形下，可使用特殊控制图。

同样，在处理计数数据时也可能遇到一些特殊情形。在某些情形下，可能要关注子组中不合格的严重程度，但不同的不合格有不同的严重程度。因此，对所有类型的不合格不能一视同仁。根据不合格程度，需要给每类不合格赋予不同的权重，并据此计算相应的缺点得分。基于缺点得分计算控制限，并绘制相应的控制图对过程加以控制。

当对过程可测量特性的位置参数和形状参数进行控制时，在某些情形下，出于实际考虑，存在计数检验优于计量检验的情形(例如，通过量规进行检验)。可能还可以得到装配操作中低于下规范限(没有通过量规)以及高于上规范限(通过量规)的产品数量的信息。在这种情形下，可以使用(a,b)控制图。

数据不服从正态分布的情形也可能存在。除在制造业的特殊过程之外，非正态数据在服务行业中也经常遇到。在这种的情形下，可以使用非正态数据控制图。

本文件的主要目的是为如何应用特殊控制图来解决上述典型的特殊情形的过程控制提供指南。

生产过程质量控制统计方法 控制图

第5部分：特殊控制图

1 范围

本文件描述了理解和应用特殊控制图进行统计过程控制的指南。

本文件适用于常规控制图对过程变异的非自然模式无法检出或检出效率较低的情形。

对于计量数据，本文件包含的特殊控制图有：

- a) 移动平均和移动极差控制图；
- b) Z 图；
- c) 基于组的控制图；
- d) 极值控制图；
- e) 趋势控制图；
- f) 变异系数控制图；
- g) 非正态数据控制图。

对于计数数据，本文件包含的特殊控制图有：

- a) 标准化p 控制图；
- b) 缺点控制图；
- c) 量规检验控制图。

本文件给出的指南还包括每一类控制图的使用条件、控制限、优点和不足以及示例。

2 规范性引用文件

下列文件中的内容通过文中的规范性引用而构成本文件必不可少的条款。其中，注日期的引用文件，仅该日期对应的版本适用于本文件；不注日期的引用文件，其最新版本(包括所有的修改单)适用于本文件。

GB/T 3358.2 统计学词汇及符号第2部分：应用统计(GB/T 3358.2—2009,ISO 3534-2:2006, IDT)

3 术语和定义

GB/T 3358.2 界定的以及下列术语和定义适用于本文件。

3.1

控制图 control chart

为监测过程、控制和减少过程变异，将样本统计量值序列以特定顺序描点绘出的图。

注1:特定顺序通常指按时间顺序或样本获得顺序。

注2:控制图用于监测关于最终产品或者服务的特性时最有效。

[来源：GB/T3358.2—2009,2.3.1]

3.2

常规控制图 shewhart control chart

休哈特控制图

主要用来从图形上判定变异源于随机原因还是特殊原因，采用常规控制限的控制图。

注：常规控制限是基于统计学方法，根据仅由随机原因产生的过程变化确定的控制限。

[来源：GB/T 3358.2—2009,2.3.2,有修改]

3.3

计量控制图 variables control chart

描点所用统计量是连续尺度的常规控制图。

[来源：GB/T 3358.2—2009,2.3.6]

3.4

计数控制图 attributes control chart

描点所用统计量是可数的或分类变量的常规控制图。

[来源：GB/T 3358.2—2009,2.3.7]

3.5

X 控制图 X bar control chart

均值控制图 average control chart

用子组均值评估和监测过程水平的计量控制图。

[来源：GB/T 3358.2—2009,2.3.12]

3.6

R图 R chart

极差控制图 range control chart

用子组极差评估和监察过程变异的计量控制图。

注1：子组极差值用符号R表示，即子组中最大和最小观测值之差。

注2：子组极差的均值用符号 \bar{R} 表示。

[来源：GB/T 3358.2—2009,2.3.18,有修改]

3.7

移动平均控制图 moving average control chart

用每n个相继观测值的算术平均评估和监测过程水平的控制图。

注1：当每个子组只有一个观测值时这种控制图尤其有用。如过程特性为温度、压力、时间等。

注2：以当前观测值替换最近的n+1个观测值中最早出现的那个值。

注3：这种控制图的一个缺点是未对n个相继观测值进行加权。

[来源：GB/T 3358.2—2009,2.3.14]

3.8

移动极差控制图 moving range control chart

用每n个相继观测值的极差评估和监测过程变异的计量控制图。

注：以当前的观测值替换最近的n+1个观测值中最早出现的那个值。

[来源：GB/T3358.2—2009,2.3.20]

3.9

Z图 Z chart

用子组的标准化正态变量来评估过程的计量控制图。

3.10

基于组的均值控制图 group control chart for averages

由多个来源的样本组成子组，利用子组内各个来源的样本均值的最大值和最小值来评估和监测过

程水平的计量控制图。

3.11

基于组的极差控制图 group control chart for ranges

由多个来源的样本组成子组，利用子组内各个来源的样本极差的最大值来评估和监测过程变异的计量控制图。

3.12

极值控制图 high-low control chart

根据子组观测值的最大值和最小值来评估和监测过程水平的计量控制图。

3.13

趋势控制图 trend control chart

用子组均值对过程水平的期望值的偏离评估和监测过程水平的控制图。

注1:可以用经验方法或回归的方法确定趋势。

注2:将观测值按时间顺序作图，在消除了随机变异和周期影响后，趋势控制图表示了过程水平的变化趋势。

[来源: GB/T 3358.2—2009,2.3.17]

3.14

变异系数控制图 control chart for coefficient of variation

根据子组变异系数评估和监测变异的计量控制图。

3.15

p 控制图 p chart

计件比率控制图 proportion or percent categorized control chart

百分比分类单位产品控制图 percent categorized units control chart

用一定量样本中属于某指定类别的单元的比例或百分比，评估和监测过程水平的计数控制图。

注1:在质量领域，通常按不合格品进行分类，此时称为不合格品率控制图。

注2: p 图特别适用于子组大小变化的情形。

注3: 可用比例或百分比进行描图。

[来源: GB/T 3358.2—2009,2.3.11,有修改]

3.16

标准化 p 控制图 standardized p chart

将某指定类别的比例表示为标准化正态变量的计数控制图。

3.17

缺点控制图 demerit control chart

质量计分图 quality score chart

按察觉的显著程度对每种缺点事件(或质量计分)分配不同权重的多维特性控制图。

[来源: GB/T 3358.2—2009,2.3.23]

3.18

量规检验控制图 control chart for inspection by gauging

用量规进行检验，获得测量高于上量规限的和低于下量规限的单元数的计数控制图。

4 符号和缩略语

4.1 符号

下列符号适用于本文件。

CL 中心线

- k 子组数
- LcL 下控制限
- n 子组大小
- p 子组内给定分类的比例
- \bar{p} 比例的平均值
- R 子组极差
- \bar{R} 子组极差的平均值
- s 子组样本标准差
- \bar{s} 子组样本标准差的平均值
- UcL 上控制限
- 变异系数
- 变异系数的平均值
- x 单值
- \bar{x}_i 第 i 个子组的平均值
- \bar{x} 子组均值的平均值
- \bar{X} 子组均值
- xH 子组内的最大观测值
- xL 子组内的最小观测值
- H 所有子组的最大观测值的平均值
- al 所有子组的最小观测值的平均值
- z 服从标准正态分布(均值为0, 方差为1)的变量
- μ 已知的过程均值
- σ 已知的过程标准差

4.2 缩略语

下列缩略语适用于本文件。

- BPO 业务流程外包 (Business Process Outsourcing)
- CV 变异系数 (Coefficient of Variation)
- LGL 下量规限 (Lower Gauge Limit)
- UGL 上量规限 (Upper Gauge Limit)

5 特殊控制图

以下是计量特殊控制图:

- a) 移动平均和移动极差控制图;
- b) Z 图;
- c) 基于组的控制图;
- d) 极值控制图;
- e) 趋势控制图;
- f) 变异系数控制图;
- g) 非正态数据控制图。

以下是计数特殊控制图:

- a) 标准化p 控制图;

- b) 缺点控制图;
- c) 量规检验控制图。

6 移动平均和移动极差控制图

6.1 概述

在某些工业生产中, 生产一件新产品需要相当长的时间, 或产品检测是破坏性的, 此时若累积样本量 $n>1$, 则不方便频繁抽样。同时, 过程平均或离散度可能已经改变, 但无法有效监测, 从而造成可观的损失。在这些情形下, 只能使用包含单个观测值的子组进行过程监控。

在这些情形下, 宜使用移动平均和移动极差控制图而不是常规控制图。按以下方式得到 k 个子组(每个子组样本量为1)的移动平均。首先, 计算前 k 个子组的平均值。然后, 在第二步中, 舍弃第一个子组值, 用其余子组和第 $k+1$ 个子组计算平均值。接下来, 舍弃第二个子组值, 计算其余子组和第 $k+2$ 个子组的平均值, 以此类推。用类似的方式可以得到移动极差。移动平均和移动极差的子组数量可由生产速率决定。此外, 如果希望检测到的过程平均的漂移程度和变异程度越小, 子组数 k 值就需要取的越大。

6.2 控制限

6.2.1 移动极差控制图的中心线和控制限计算见公式(1)~公式(3)。

$$CL=R \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$Uci.=D_4 R \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$Lc=D_3 R \quad \dots\dots\dots (3)$$

6.2.2 移动平均控制图的中心线和控制限计算见公式(4)~公式(6)。

$$CL=x \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$Ucu=x+A_2 R \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$Le=x-A_2 R \quad \dots\dots\dots (6)$$

其中, R 是极差的平均值。对于不同样本量 $n=k$ 的 A_2 、 D_3 和 D_4 的值在附录A 中给出。

6.3 解释

不同于常规控制图, 这里相邻移动平均和移动极差不是相互独立的。因此, 在移动平均和移动极差控制图中, 中心线两侧的走势与在常规控制图所给出的解释不同。但是, 超出控制限的点与常规控制图具有相同的意义。在移动极差控制图中, 循环模式和增减趋势表明过程还有改进的空间。但是, 移动平均控制图和移动极差控制图的可查明原因有可能不同。

6.4 优点

在某些情形下, 移动平均和移动极差控制图的效率更高。它不用等到所有样本累积的结果, 能够比常用的 (\bar{X}, R) 控制图更早地发出警戒信号。如果产品价格昂贵或产出率低, 更早地发出警戒信号可能会显得尤为重要。

6.5 不足

相继点不是独立的。移动平均和移动极差控制图可能比常规控制图获得更多类型的相继点的变化模式, 因此, 传统的判异准则对移动平均和移动极差控制图是无效的。

6.6 示例

6.6.1 表冠销孔直径

手表上的表冠用于调整时间。表冠上的销钉是穿过表壳上的一个孔安装的，孔的直径要求保持在(0.005±0.001)mm。为安装表冠上的销钉，在表壳上进行钻孔操作，表1按生产顺序给出了孔的直径数据。根据3个相继子组的孔直径的平均值，绘制了移动平均和移动极差控制图。

表 1 表冠销孔的直径的子组结果

子组号	孔直径	3个移动观测值的和	移动平均	移动极差	备注
1	0.003				
2	0.005				
3	0.001	0.009	0.0030	0.004	
4	0.003	0.009	0.0030	0.004	
5	0.002	0.006	0.0020	0.002	
6	0.005	0.010	0.0033	0.003	
7	0.006	0.013	0.0043	0.004	换班
8	0.003	0.014	0.0047	0.003	
9	0.004	0.013	0.0043	0.003	
10	0.005	0.012	0.0040	0.002	
11	0.005	0.014	0.0047	0.001	
12	0.006	0.016	0.0053	0.001	
13	0.001	0.012	0.0040	0.005	
14	0.002	0.009	0.0030	0.005	更改工具
15	0.007	0.010	0.0033	0.006	
16	0.001	0.010	0.0033	0.006	
17	0.003	0.011	0.0037	0.006	
18	0.004	0.008	0.0027	0.003	
19	0.003	0.010	0.0033	0.001	
20	0.001	0.008	0.0027	0.003	
21	0.006	0.010	0.0033	0.005	
22	0.005	0.012	0.0040	0.005	
23	0.004	0.015	0.0050	0.002	
24	0.002	0.011	0.0037	0.003	
25	0.001	0.007	0.0023	0.003	
合计	0.0829	0.080			

6.6.2 移动极差控制图的控制限

根据公式(1)、公式(2)和公式(3)可得：

$$C_L = \bar{R} = \frac{0.080}{23} = 0.0035$$

$$U_{ci} = D_4 R = 2.575 \times 0.0035 = 0.0090$$

$$Lc_3 = D_3 R = 0 \times 0.0035 = 0$$

上述 D_3 和 D_4 的数值取自附录A 中样本量 $n=3$ 的值。所有的极差值都小于上控制限 Uc_1 ，极差的平均值为 0.0035，用于计算移动平均控制图的控制限。

6.6.3 移动平均控制图的控制限

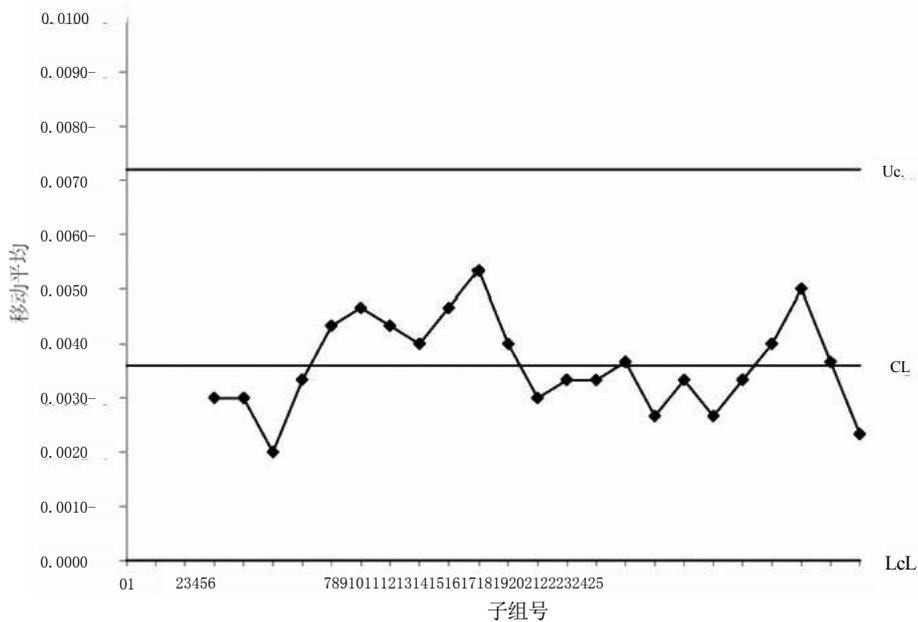
根据公式(4)、公式(5)和公式(6)可得：

$$C_{L1} = \bar{\bar{x}} = \frac{0.0829}{23} = 0.0036$$

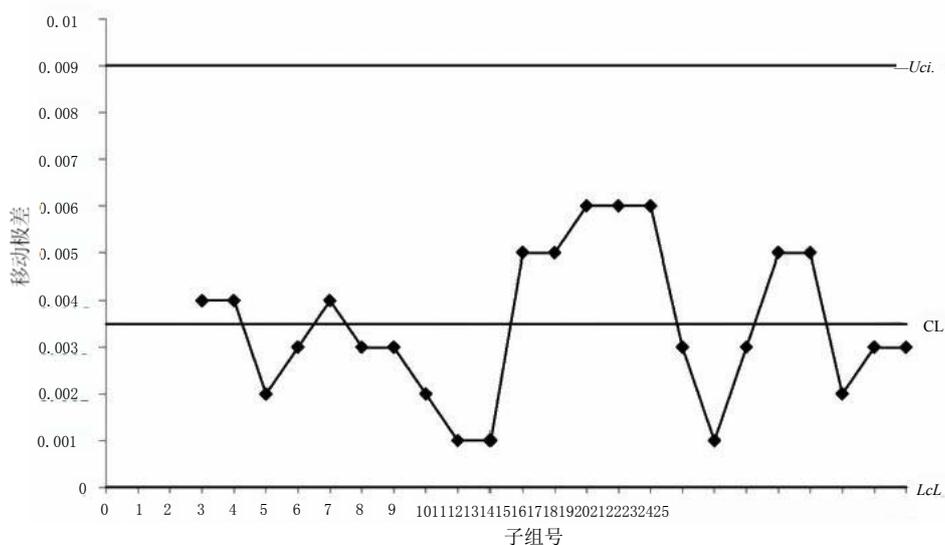
$$UcL = \bar{\bar{x}} + A_2 R = 0.0036 + 1.023 \times 0.0035 = 0.0072$$

$$LcL = \bar{\bar{x}} - A_2 R = 0.0036 - 1.023 \times 0.0035 = 0$$

在附录A 中给出了当样本量 $n=3$ 时， A_2 的值为 1.023。控制图如图1所示。



a) 移动平均控制图



b) 移动极差控制图

图 1 移动平均和移动极差控制图

6.6.4 解释

过程显示处于统计受控状态。

7 Z图

7.1 概述

当产品种类繁多、规格不同，生产规模小，且样本量或批量大小不同时，可使用一张控制图对生产过程进行控制。当产品存在本质差异时，允许的控制特性的波动程度可能不同，故使用常规控制图确定控制限就会出现这个问题。此外，还可能存在过程目标值会随着时间不断变化而不恒定的情形。

这种情形下，常用的控制图如(X, R) 或者(X, s) 不能作为监测过程和判定异常的依据，而Z图适用于这种情形。该方法的基础是将所有观测值都标准化后再进行分析处理，以消除不同产品参数(均值和标准差)的差异。只要同一类别或同一规格型号的产品的标准差是已知的，通过标准化变换 $z=(x-\mu)/\sigma$ ，使得每个观测值服从标准正态分布。如果过程是处于统计受控状态，那么服从标准正态分布的变量将介于-3和+3之间。这种类型的图称为Z图。

7.2 控制限

$$CL=0$$

$$UcL=+3$$

$$LcL=-3$$

7.3 优点

Z图的优点是计算过程简单且结果展示清晰，最重要的是使得监控过程和结果判异可以使用常规控制图的方法。

7.4 不足

由于Z图需要历史数据来估计标准差，因此当没有历史数据时，可能很难应用Z图。

7.5 示例

7.5.1 炼钢熔炉温度

炼钢用的石墨棒是在熔炉里烘烤的，在不同的时间点(子组)，炉内温度不同。表2给出了不同时间的温度目标值和炉内温度固有标准差估计值。不同子组的标准正态变量 z 值已经计算并由表2给出。如果 z 值高于+3或低于-3，则处于失控状态。控制图如图2所示。

表2 炉内温度的子组结果

子组号	时间 h	目标值	历史数据的标准差 σ	观测值 X	$z = \frac{(x - \mu)}{\sigma}$	备注
1	2	205	2.12	200	-2.36	
2	4	210	7.07	200	-1.41	
3	6	210	8.48	210	0.00	
4	8	220	6.36	215	-0.79	

表 2 炉内温度的子组结果(续)

子组号	时间 h	目标值	历史数据的标准差 σ	观测值 x	$z = \frac{(x - \mu)}{\sigma}$	备注
5	10	220	7.07	215	-0.71	
6	12	230	7.07	220	-1.41	
7	14	230	6.36	225	-0.79	
8	16	230	17.68	240	0.57	
9	18	240	11.31	245	0.44	
10	20	240	10.61	260	1.89	
11	22	240	7.07	265	3.54	供暖系统故障
12	24	240	3.53	245	1.42	
13	26	240	5.53	255	2.71	
14	28	250	8.08	260	1.24	
15	30	250	12.65	270	1.58	
16	32	250	13.62	285	2.57	
17	34	260	10.50	285	2.38	
18	36	260	10.07	285	2.48	
19	38	270	8.48	285	1.77	
20	40	270	6.36	285	2.36	
21	42	270	7.07	285	2.12	
22	44	270	7.07	285	2.12	
23	46	280	6.36	300	3.14	
24	48	280	7.67	300	2.61	
25	50	320	4.95	330	2.02	
26	52	380	4.95	350	-6.06	
27	54	460	5.15	430	-5.83	
28	56	480	6.70	460	-2.99	
29	58	550	8.10	530	-2.47	
30	60	550	5.10	545	-0.98	
31	62	550	4.80	555	1.04	
32	64	550	5.25	550	0.00	
33	66	550	4.50	545	-1.11	
34	68	550	6.02	540	-1.66	
35	70	550	8.07	530	-2.48	
36	72	460	7.80	450	-1.28	
37	74	340	10.2	350	0.98	
38	76	300	8.76	310	1.14	

注：在表2的备注中可以记录诸如原材料、班次、操作人员等变化事件，以方便确定该阶段变异的可查明原因。

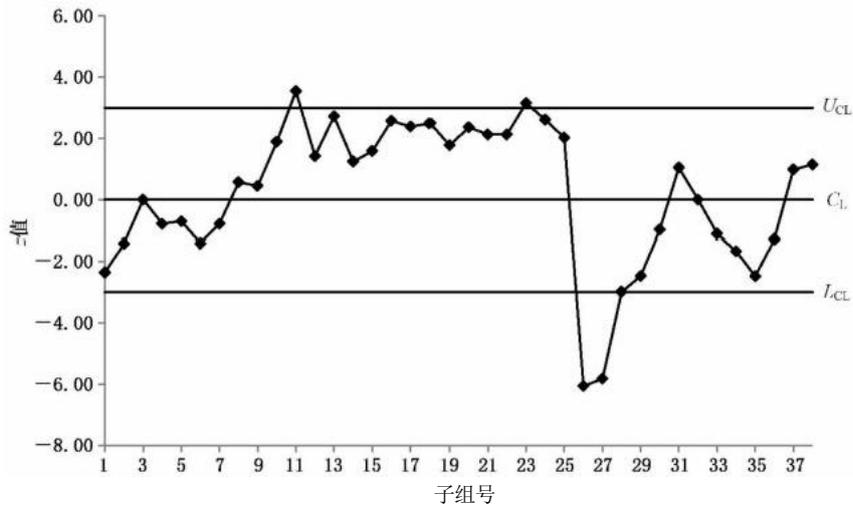


图 2 Z 图

7.5.2 解释

由图2可知，第11、24、26、27子组对应的点落在控制限外，需进一步查明过程失控原因。

8 基于组的控制图

8.1 概述

在工业生产中，多个生产线可能同时生产同一类产品，且生产效率相同，例如具有相同标准产量的多轴机床、多名工人或多台机器。在这种情形下，若使用常规控制图，即使监测到异常也很难发现失控来源，除非采取适当的步骤选择样品。一个显而易见的方法是为每个可能的变异来源建立一个单独的控制图，但这是相当不经济和耗时的。基于组的控制图可以很好地解决类似多轴自动机床的控制问题，且具有广泛适用性。

仅当有足够的理由假定每个生产线生产的同类产品的均值和方差都是一致的，基于组的控制图才有效。该方法不是为每个可能的生产线(如机器、工人)绘制一对均值-极差控制图，而是对所有生产线只绘制一对均值-极差控制图。在均值控制图中，标记子组内最大和最小平均值及其来源(如主轴、机器、工人的序列号)，在极差图中标记子组内最大极差。在均值控制图中，将子组的最大平均值和最小平均值分别连线。其基本思想是，如果子组内的最大平均值小于上控制限 U_{ci} ，则子组内其他平均值也必然如此。同样，如果子组内的最小平均值大于下控制限 L_{cl} ，则子组内其他平均值也必然如此。根据标记在超过上控制限 U_{cl} 或低于下控制限 L_{cl} 的数据来源编号，可以立即检测出故障来源。如果同一个来源编号在最大值或最小值中频繁出现，则需要引起注意。如果标记了相同来源的最大值或最小值循环出现，则显示过程出现严重问题需引起重视。

8.2 控制限

8.2.1 基于组的极差控制图

$$CL=R \dots\dots\dots (7)$$

$$U_{ci}=D_4 R \dots\dots\dots (8)$$

$$L_{cl}=D_3 R \dots\dots\dots (9)$$

8.2.2 基于组的均值控制图

$$C_{\bar{x}} = \frac{\bar{\bar{x}}}{k} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{x}_i \dots\dots\dots (10)$$

$$UcL = \bar{x} + A_2 R \dots\dots\dots (11)$$

$$Lc = \bar{x} - A_2 R \dots\dots\dots (12)$$

在不同样本量下参数A₂、D₃和D₄的值在附录A中给出。

8.3 优点

基于组的控制图的优点有以下几点。

- a) 它涉及的绘图工作较少。
- b) 将来自多个生产线的产品的所有信息简洁地显示在一张图上，更容易解释。
- c) 更容易找出某个特定来源是否在均值或极差控制图上出现持续的高值或低值。如果不同生产线均保持稳定，那么从长远来看，图中标记的来源编号几乎是没有任何差别。

8.4 不足

基于组的控制图的不足有以下几点。

- a) 基于组的控制图要求生产同类产品的多个生产线宜有大致相同的生产效率。例如，一台自动机器的不同主轴、几个相同的机器或几个相同的操作员同时进行相同的操作。各子组的均值或方差宜持续保持一致。例如，如果同一作业中有10台机器，但其中两台机器与其余机器的工艺能力不相同，则基于组的控制图无法应用于这10台机器，宜将这两台机器排除在外。
- b) 需要经验和技巧来解释控制图。
- c) 常规解释对高于中心线或低于中心线的走势是不适用的。

8.5 示例

8.5.1 自动螺丝机生产工件直径

表3给出了自动螺丝机六个主轴中每个主轴所生产的两个工件直径的测量值。给出的数值以超过12 mm的0.001 mm 为单位。在表3中，同一子组中最大和最小平均值分别标记为H 和 L。表 3 中的 H 也表示最大的极差。绘制基于组的控制图。

表 3 直径测量的子组结果(超过12 mm 的微米)

子组号	轴数	直径		平均值		极差		备注
		工件 1	工件2	r		R		
1	1	6	7	6.5	H			
	2	4	6	5.0		2	H	
	3	6	4	5.0		2	H	
	4	5	4	4.5	L	1		
	5	6		5.5		1		
	6	4	5	4.5	L	1		

表 3 直径测量的子组结果(超过12 mm 的微米)(续)

子组号	轴数	直径		平均值		极差		备注
		工件1	工件2	r		R		
2	1	6	6	6.0	H	0		
	2	6	6	6.0	H	0		
	3	5	6	5.5				
	4	5	5	5.0	L	0		
	5	5	6	5.5		1		
	6	7	5	6.0	H	2	H	
3	1	5	6	5.5		1	H	
	2	6	6	6.0	H	0		
	3	5	5	5.0	L	0		
	4	6	5	5.5		1	H	
	5	5	5	5.0	L	0		
	6	6	6	6.0	H	0		
4	1	5	6	5.5		1		
	2	6	5	5.5				
	3	5	5	5.0		0		
	4	4	4	4.0	L	0		
	5	5	7	6.0	H	2	H	
	6	6	4	5.0		2	H	
5	1	5	6	5.5		1		
	2	5	4	4.5	L	1		
	3	6	5	5.5		1		
	4	7	4	5.5		3	H	
	5	7	6	6.5	H	1		
	6	5	7	6.0		2		
6	1	5		5.0	L	0		
	2	6	5	5.5		1		
	3	4	7	5.5		3	H	
	4	7	6	6.5	H	1		
	5	5	5	5.0	L	0		
	6	6	5	5.5				
		合计		195.5		35		

8.5.2 基于组的极差控制图的控制限

根据公式(7)、公式(8)和公式(9)可得:

$$C_L = \bar{R} = \frac{35}{36} = 0.97 \mu\text{m} = 0.00097 \text{ mm}$$

$$Ucl = D_4 R = 3.267 \times 0.97 = 3.17 \mu\text{m} = 0.00317 \text{ mm}$$

$$Lc = D_3 R = 0 \times 0.97 = 0 \mu\text{m}$$

从附录A中可知,在样本量n=2时的D₃和D₄的值分别为0和3.267。因为所有极差值小于上控制限Ucl,极差是均匀分布的。因此,平均极差可以用于计算基于组的均值控制图的控制限。

8.5.3 基于组的均值控制图的控制限

根据公式(10)、公式(11)和公式(12)可得:

$$C_L = \bar{x} = \frac{195.5}{36} = 5.43 \mu\text{m} = 0.00543 \text{ mm}$$

$$Uc = x + A_2 R = 5.43 + 1.88 \times 0.97 = 7.25 \mu\text{m} = 0.00725 \text{ mm}$$

$$Lca = x - A_2 R = 5.43 - 1.88 \times 0.97 = 3.61 \mu\text{m} = 0.00361 \text{ mm}$$

从附录A中可知,样本量为2时的A₂值为1.88。

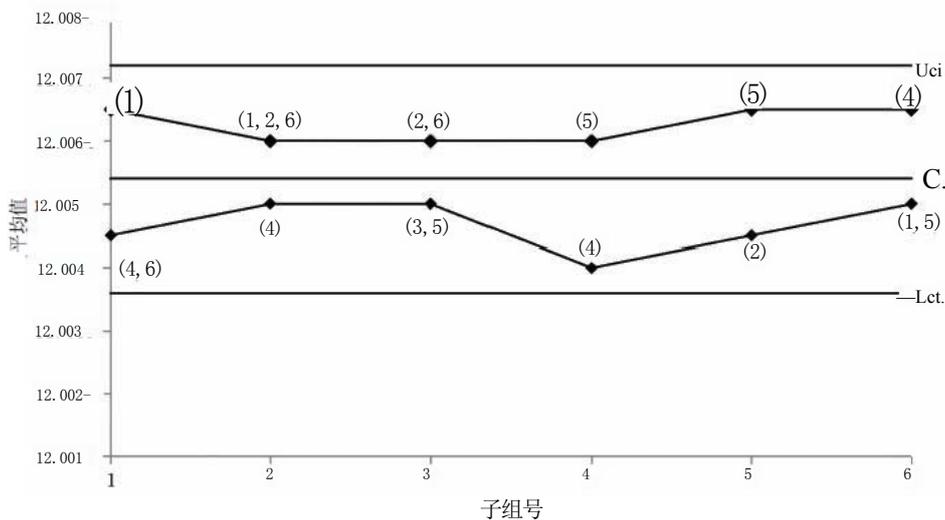
由于数值超过12 mm,因此基于组的均值控制图的实际控制限为:

$$CL = 12.0054 \text{ mm}$$

$$Uci = 12.0073 \text{ mm}$$

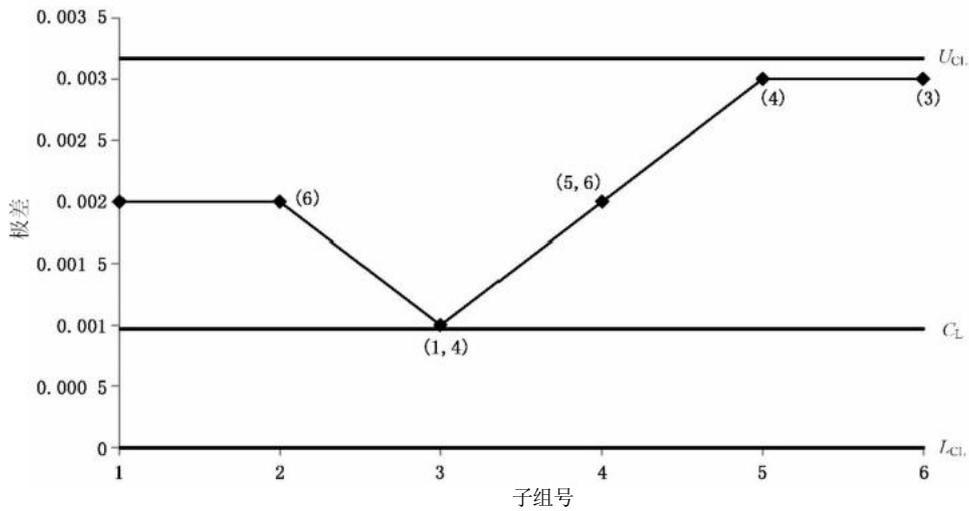
$$Lcl = 12.0036 \text{ mm}$$

图3绘制的是基于组的均值控制图和基于组的极差控制图。在基于组的均值控制图中,绘制最大平均值和最小平均值以及对应的来源标识(主轴数)。类似地,在基于组的极差控制图中,绘制最大的极差和对应的来源标识(主轴数)。



a) 基于组的均值控制图

图 3 基于组的均值控制图和基于组的极差控制图



b) 基于组的极差控制图

图 3 基于组的均值控制图和基于组的极差控制图(续)

8.5.4 解释

未发现过程失控。

9 极值控制图

9.1 概述

在大批量生产且生产顺序无法追溯时，例如，在批量生产(如镀锌、退火热处理)中生产顺序丢失，且由于多个批次混在一起，系统变异成为进一步处理的固有部分。在这种情况下，为使用简单起见，宜将最大值和最小值绘制在同一个控制图中，或者使用通常所说的极值控制图来代替传统的常规控制图。

9.2 控制限

9.2.1 均值和标准差都未知

当从历史数据中无法得到过程均值和标准差时，利用收集到的初始数据对其进行估计，并计算控制限如下：

$$C_L = \frac{(\bar{x}_H + \bar{x}_L)}{2} = \bar{M} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$UcL = M + H_2 R \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$LcL = M - H_2 R \quad \dots\dots\dots (15)$$

在 $R = x_H - x_L$ 中 x_H 和 x_L 分别表示每个子组中的最大值和最小值， \bar{x}_H 和 \bar{x}_L 分别表示各子组中最大值和最小值的平均值。 H_2 的值在附录A 中给出。

9.2.2 均值和标准差已知

如果过程均值 μ 和标准差 σ 均已知，则控制限为：

$$CL = \mu \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$UcL = \mu + H_0 \sigma \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$Lcl = \mu - H\sigma \quad \dots\dots\dots (18)$$

H 的值在附录A 中给出。

9.3 解释

通常的做法是绘制 x_n 的上控制限和 x_i 的下控制限，但也可以为 x_a 和 x_i 都分别设置上控制限和下控制限， x_n 和 x_l 的控制限分别由 $x_h \pm (H_2 - 0.5)R$ 和 $x_l \pm (H_2 - 0.5)R$ 决定。在这种情形下，如果 x_n 和 x_i 分别高于或低于各自的上控制限或下控制限，则表示该过程发生了变异。另外，如果 x_h 高于相应的上控制限，并且 x_l 低于相应的下控制限，也能表明过程变异的增加。

如果过程中有6个或7个高点(或低点)靠近中心线，表明这一过程有所改善，随后过程的控制限可能会相应地发生变化。如果 x_a 和 x_i 同时发生了下降或上升的趋势，那么表明均值发生了变化。同样，宜调查是否有特殊原因造成了上升或下降的趋势和循环模式。如果 x_n 和 x_i 都离中心线很近，要么是抽样方法不合适，要么是数据不可靠。

9.4 优点

绘制控制图上的点时不需要任何计算，极值控制图使用起来极为简便。此外，关于过程水平和变异的信息都可以用一张图表示，只需绘制一张图，而不是传统的两张图。

大多数情形下，在检测失控和易于解释方面，极值控制图与(X,R) 控制图效果几乎一样好。

9.5 不足

当过程不稳定时，批次内的系统性变异可能会被忽略，所以在此种情形下不应使用极值控制图。

9.6 示例

9.6.1 螺栓头部直径

按生产顺序，定期采集并记录在车床上加工的25个子组的螺栓，每个子组包含5个螺栓。表4的第2列和第3列中分别列出了所有25个子组中螺栓头部直径的最大值 x_n 和最小值 x_l 。可以计算极值控制图的控制限如下。

$$\bar{x}_n = \frac{\sum_{i=1}^k x_{ni}}{k} = \frac{99.59}{25} = 3.984$$

$$\bar{x}_l = \frac{\sum_{i=1}^k x_{li}}{k} = \frac{98.98}{25} = 3.959$$

$$R = X_h - X_l = 3.984 - 3.959 = 0.025$$

根据公式(13)、公式(14)和公式(15)可计算控制限为：

$$C_U = \frac{\bar{x}_n + \bar{x}_l}{2} = \frac{3.984 + 3.959}{2} = 3.972 = \bar{M}$$

$$Uc = M + H_2 R = 3.972 + 1.363 \times 0.025 = 4.006$$

$$LcL = M - H_2 R = 3.972 - 1.363 \times 0.025 = 3.938$$

由附录A 可知，当样本量为5时， H_2 值为1.363。

表4的数据可由图4的极值控制图表示。

表 4 螺栓头部直径的最值的子组结果

子组号	最大值 (xH) (mm)	最小值 (xi) (mm)	备注
1	4.00	3.96	
2	3.99	3.95	
3	3.99	3.97	
4	4.00	3.97	
5	3.99	3.97	
6	4.00	3.97	
7	3.98	3.96	
8	3.99	3.98	
9	4.00	3.98	
10	3.99	3.97	
11	4.00	3.98	
12	4.01	3.98	
13	3.98	3.97	
14	4.00	3.98	改变原材料
15	3.98	3.97	
16	3.96	3.95	
17	3.96	3.94	
18	3.96	3.94	
19	3.98	3.93	
20	3.98	3.93	
21	3.97	3.94	更换破损工具
22	3.97	3.95	
23	3.97	3.94	
24	3.97	3.95	
25	3.97	3.95	
合计	99.59	98.98	
注：在表4的备注中可以记录诸如原材料、班次、操作人员等的变化事件，以方便确定该阶段的非随机原因。			

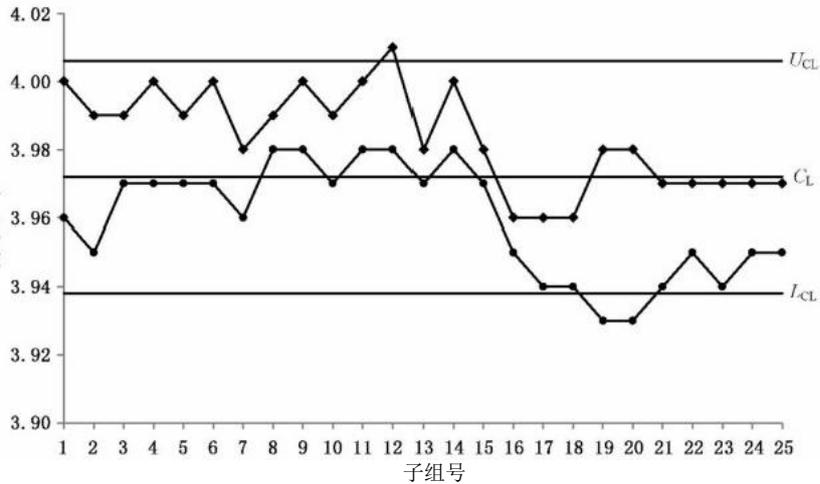


图 4 极值控制图

9.6.2 解释

表4中的第19和20点表示了由于使用工具所导致的变异增大。该过程的平均值很不稳定，前期（前7点）、中期（8点至15点）和后期的平均值是不同的。不过可以通过监测相关的独立过程参数来实现稳定性。

10 趋势控制图

10.1 概述

在某些行业中，过程水平会在生产过程中发生系统性变化。例如，机床车间的工具会因使用而逐渐磨损；水压会随着水量的减少而逐渐降低；随着时间的推移，化学物质的浓度会逐渐降低，化学反应速率也会减缓。在工具磨损的情形下，需要对工具进行调整或者打磨锐化，以避免生产出不合格品，但另一方面，为了更换或调整工具而过多的中断生产过程又是不可取的。所以追求综合成本的最小化，既要考虑不合格品的成本，也要考虑更换或调整工具的成本。

在这种情形下，造成过程变异的原因不仅有随机原因，还有可查明原因，为了控制过程成本，(X, R) 常规控制图不适用。此时可以使用趋势控制图，因为该方法样本的收集方式为，将相邻子组的过程水平视为不变(或相差不多)，且每一个子组中的产品都是在该生产过程中连续产出的，并在固定间隔(或周期性间隔)抽取子组样本，这时所得到的样本使得趋势对子组的极差影响最小。

10.2 控制限

10.2.1 极差图的控制限

$$CL=R$$

$$Uci.=D_4 R$$

$$LcL=D_3 R$$

其中R 是极差的平均值。

10.2.2 均值图的控制限

第k 个子组的平均值 x_k 可以表示为 $x_k=a+bk$ ， 其中a 和b 是常数，并由公式(19)和公式(20)

确定:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^k (\bar{x}_i - \bar{x})(i - \bar{k})}{\sum_{i=1}^k (i - \bar{k})^2} = \frac{12 \sum_{i=1}^k \bar{x}_i (i - \bar{k})}{k(k^2 - 1)} \dots\dots\dots (19)$$

$$a = \bar{x} - bk \dots\dots\dots (20)$$

均值控制限:

$$CL = a + bk \dots\dots\dots (21)$$

$$Uc = a + bk + A_2 R \dots\dots\dots (22)$$

$$Lcl = a + bk - A_2 R \dots\dots\dots (23)$$

控制限公式中的A₂、D₃和D₄的值在附录A中给出。

10.3 优点

趋势控制图不仅可以尽可能少的调整生产过程，降低相应的成本，而且其判断过程是否受控的准则也与常规控制图相同。

10.4 不足

趋势控制图的不足有:

- a) 只有在过程能力非常高的情形下才有用;
- b) 仅在不涉及进一步装配的情形下适用;
- c) 不如常规控制图的均值控制图有效。

10.5 示例

10.5.1 起动机机头厚度

表5中给出了用新工具加工起动机机头厚度的具体数据，这些数据按生产周期定期收集，并按顺序记录，共有25个子组，每组5个样本，包含每个子组的均值和极差。

表 5 起动机机头厚度子组结果

子组号 i	均值 x	极差 mm	i-k	x:(i-k)	Uci.	Lcl	CL	备注
	1.962	0.03	-12	-23.544	1.9727	1.9542	1.9635	
2	1.964	0.00	-11	-21.604	1.9739	1.9554	1.9647	
3	1.960	0.03	-10	-19.600	1.9750	1.9565	1.9658	
4	1.966	0.02	-9	-17.694	1.9762	1.9577	1.9670	批次变化
5	1.968	0.03	-8	-15.744	1.9774	1.9589	1.9682	
6	1.968	0.02	-7	-13.776	1.9786	1.9601	1.9694	
7	1.970	0.01	-6	-11.820	1.9798	1.9613	1.9706	
8	1.974	0.02	-5	-9.870	1.9809	1.9624	1.9717	
9	1.972	0.00	-4	-7.888	1.9821	1.9636	1.9729	班次变化
10	1.976	0.01	-3	-5.928	1.9833	1.9648	1.9741	

表 5 起动机机头厚度子组结果(续)

子组号 i	均值 \bar{x}_i	极差 mm	i-k	$x_i - (i-k)$	Ucl	Lcl	C_i	备注
11	1.976	0.01	-2	-3.952	1.9845	1.9660	1.9753	
12	1.980	0.01	-1	-1.980	1.9857	1.9672	1.9765	
13	1.978	0.02	0	0.000	1.9868	1.9683	1.9776	工具更换
14	1.982	0.03	1	1.982	1.9880	1.9695	1.9788	
15	1.984	0.01	2	3.968	1.9892	1.9707	1.9800	
16	1.980	0.03	3	5.940	1.9904	1.9719	1.9812	
17	1.984	0.02	4	7.936	1.9916	1.9731	1.9824	
18	1.986	0.00	5	9.930	1.9927	1.9742	1.9835	
19	1.986	0.03	6	11.916	1.9939	1.9754	1.9847	
20	1.988	0.00	7	13.916	1.9951	1.9766	1.9859	
21	1.988	0.01	8	15.904	1.9963	1.9778	1.9871	
22	1.990	0.02	9	17.910	1.9975	1.9790	1.9883	
23	1.992	0.01	10	19.920	1.9986	1.9801	1.9894	
24	1.980	0.02	11	21.780	1.9998	1.9813	1.9906	
25	1.986	0.01	12	23.832	2.0010	1.9825	1.9918	
合计	49.440	0.40	0	1.5340				

注：在表5的备注中可以记录诸如原材料、班次、操作人员等的变化事件，以方便确定该阶段的可查明原因。

10.5.2 极差图的控制限

$$C_L = \bar{R} = \frac{0.40}{25} = 0.016$$

$$U_{ci} = D_4 \bar{R} = 2.115 \times 0.016 = 0.034$$

$$L_{cl} = D_3 \bar{R} = 0 \times 0.016 = 0$$

所有极差值都小于 $D_4\bar{R}$ 。因此，以上结果可以作为控制限。

10.5.3 均值图的控制限

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{25} \bar{x}_i}{25} = \frac{49.440}{25} = 1.9776$$

$$\bar{k} = \frac{k+1}{2} = \frac{25+1}{2} = 13$$

根据公式(19)和公式(20)可得：

$$a = \bar{\bar{x}} - \bar{k} C_L = 1.9776 - 13 \times 0.016 = 1.9623$$

$$a = \bar{x} - bk = 1.9776 - 0.00118 \times 13 = 1.9623$$

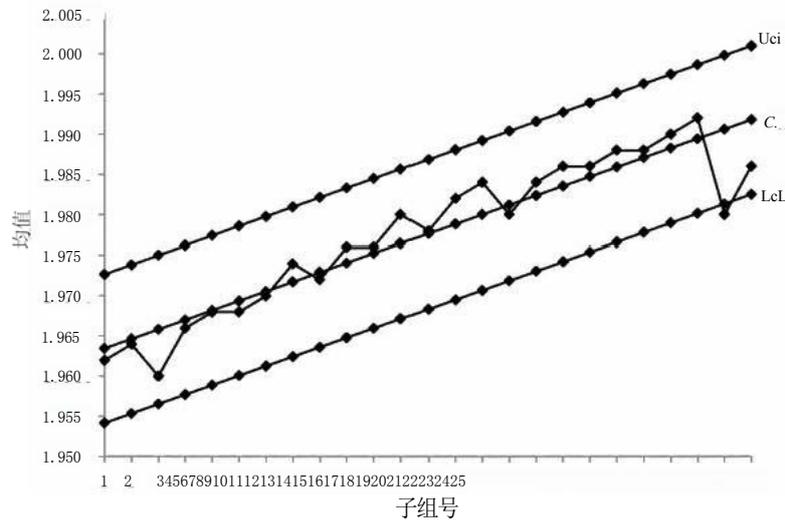
由公式(21)、公式(22)和公式(23)可计算得：

$$CL=a+bk=1.9623+0.00118k$$

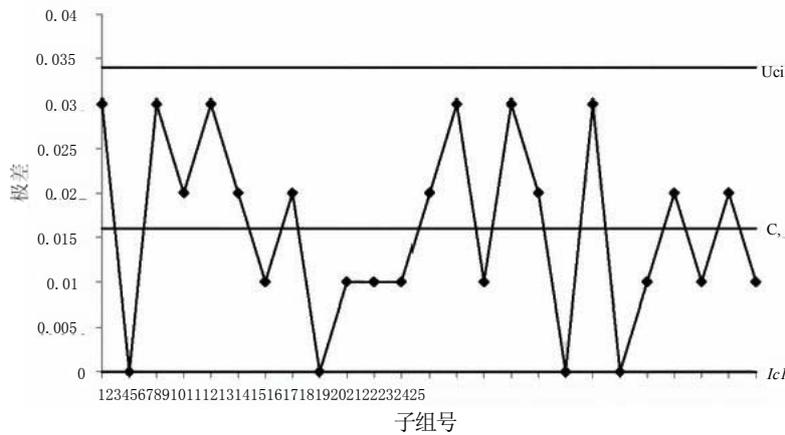
$$UcL=a+bk+A_2 R=1.9623+0.00118k+0.577\times 0.016=1.9715+0.00118k$$

$$LcL=a+bk-A_2 R=1.9623+0.00118k-0.577\times 0.016=1.9530+0.00118k$$

图5是根据表5绘制的均值趋势控制图和极差趋势控制图。



a) 均值趋势控制图



b) 极差趋势控制图

图 5 趋势控制图

10.5.4 解释

由极差趋势控制图可明显看出，过程变异处于统计受控状态。同时，均值趋势图中大部分点都聚集在中心线附近，也符合极差趋势图中的过程状态。为了评估过程改进的潜力，还要检查过程模式和抽样方法是否存在潜在的系统性影响。

11 变异系数控制图

11.1 概述

当样本具有不同均值和标准差，但其比率相同时，可以用变异系数CV 来有效描述过程特性的变

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/027022130001006132>