2024年浙江中考预测卷

一、选择题：本大题有10个小题，每小题3分，共30分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．十四届全国人大二次会议于今年3月5日至11日在北京召开，在《政府工作报告》 中指出：今年城镇新增就业12000000人以上．将12000000这个数用科学记数法可表示为（　）

A．1.2×10^{7}　　B．1.2×10^{6}　　C．12×10^{6}　　D．0.12×10^{6}

【答案】A

【分析】本题考查了科学记数法．科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值大于1与小数点移动的位数相同．

【详解】解：$12000000=1.2\times10^{7}$，

故选：A．

2．下列各式中，多项式$x^{2}-36$的因式是（　）

A．$x-3$　　B．$x-4$　　C．$x-6$　　D．$x-9$

【答案】C

【分析】将原多项式分解因式即可得解．本题主要考查了运用平方差公式分解因式，熟练掌握平方差公式是解题的关键．

【详解】$\because x^{2}-36=(x+6)(x-6)$，

$\therefore$多项式$x^{2}-36$的因式是$x+6$或$x-6$，

故选：C．

3．计算$(-18)\div(-3)^{2}=$（　）

A．2　　B．-2　　C．0.5　　D．-0.5

【答案】B

【分析】本题考查了有理数的混合运算．先计算乘方，再计算除法即可．

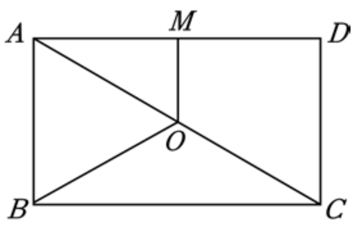
【详解】解：$(-18)\div(-3)^{2}$

$=(-18)\div9$

$=-2$．

故选：B．

4．如图，在矩形$ABCD$中，点O，M分别是AC,AD的中点，$OM=3,OB=5$，则AD的长为（　）



A．12　　B．10　　C．9　　D．8

【答案】D

【分析】本题考查矩形的性质，三角形的中位线定理，勾股定理．根据矩形的性质，得到$AC=2OA=2OB$，中位线定理，得到$CD=2OM$，勾股定理求出AD的长即可．

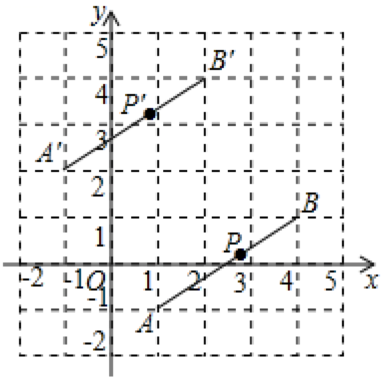
【详解】解：∵矩形$ABCD$中，点 O，M 分别是AC,AD的中点，$OM=3,OB=5$，

∴$\angle D=90°$，$AC=2OA=2OB=10$，$CD=2OM=6$，

∴$AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=8$；

故选 D．

5．如图，线段AB经过平移得到线段$A'B'$，其中点 A，B、A'、B'，这四个点都在格点上．若线段AB上有一个点$P(a,b)$，则点 P 在$A'B'$上的对应点P'的坐标为（　　）



A．$(a-2,b+3)$　　B．$(a-2,b-3)$

C．$(a+2,b+3)$　　D．$(a+2,b-3)$

【答案】A

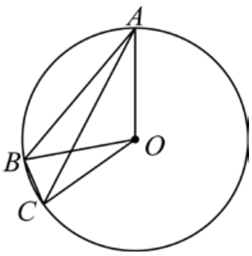
【分析】本题考查了坐标系中点、线段的平移规律，在平面直角坐标系中，图形的平移与图形上某点的平移相同，平移的规律：横坐标左减右加，纵坐标上加下减．

【详解】解：由题意可得线段AB向左平移 2 个单位，向上平移了 3 个单位，

∴$P(a-2,b+3)$，

故选：A．

6．如图，A，B，C为$\odot O$上的三个点，$\angle AOB=5\angle BOC$，若$\angle ACB=50°$，则$\angle BAC$的度数是（　）



A．20°　　B．18°　　C．10°　　D．12°

【答案】C

【分析】本题考查了圆周角定理，由圆周角定理得出$\angle AOB=2\angle ACB=100°$，结合$\angle AOB=5\angle BOC$得出$\angle BOC=20°$，再由圆周角定理即可得出答案．

【详解】解：$\because \angle ACB=50°$，

$\therefore \angle AOB=2\angle ACB=100°$，

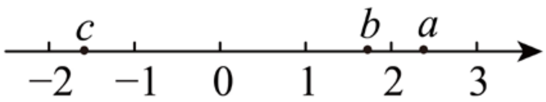
$\because \angle AOB=5\angle BOC$，

$\therefore \angle BOC=\frac{1}{5}\angle AOB=20°$，

$\therefore \angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=10°$，

故选：C.

7．实数a、b、c在数轴上的对应点的位置如图所示，下列式子中正确的有（　　）



①$a+c>0$；　②$a+b>a+c$；　③$bc<ac$；　④$ab>ac$.

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

【答案】C

【分析】本题主要考查了实数与数轴，不等式的性质，解题的关键是利用数轴确定a、b、c的取值范围．先由数轴可得$a>b>0>c$，且$a>|c|$，再判定即可．

【详解】解：由数轴可得$a>b>0>c$，且$a>|c|$，

∴①$a+c>0$，正确；

②$a+b>a+c$，正确；

由$a>b$，$c<0$得到$bc>ac$，③错误；

④$ab>ac$，正确；共3个正确．

故选：C.

8．甲、乙、丙、丁四人各掷骰子5次(骰子每次出现的点数可能为1，2，3，4，5，6)，并分别记录每次出现的点数，四人根据统计结果对各自的试验数据分别做了如下描述：①中位数为3，众数为5；②中位数为3，最大值与最小值差为3；③中位数为1，平均数为2；④平均数为3，方差为2；可以判断一定没有出现6点的描述共有（　）

A．1人　　B．2人　　C．3人　　D．4人

【答案】C

【分析】根据中位数、众数、平均数、方差的定义，结合4人描述的情况，逐项判断即可．

【详解】①中位数为3，众数为5,则这5个数为1，2，3，5，5．故甲的结果中一定没有出现6点；

②中位数为3，最大值与最小值差为3，则这5个数为1，2，3，4，4．故乙的结果中一定没有出现6点；

③中位数为1，平均数为2，则这5个数为1，1，1，2，5或1，1，1，3，4或1，1，1，1，6．故丙的结果中可能出现6点；

④平均数为3，方差为2，5个数之和为15，假设6出现了1次，方差最小的情况下另外4个数为：1，2，3，3，此时方差$S^2=\frac{1}{5}\times[(1-3)^2+(2-3)^2+(3-3)^2+(3-3)^2+(6-3)^2]=2.8>2$，因此假设不成立，

故丁的结果中一定没有出现 6 点，

综上，可以判断一定没有出现 6 点的描述共有 3 人.

故选：C

【点睛】本题考查中位数、众数、平均数、方差，解题的关键是根据每个选项中的设定情况，列出可能出现的 5 个数字.

9．在平面直角坐标系xOy中，若点 P 的横坐标和纵坐标相等，则称点 P 为雅系点．已知二次函数$y=ax^2-4x+c(a\neq 0)$的图象上有且只有一个雅系点$\left(-\frac{5}{2},-\frac{5}{2}\right)$，且当$m\leq x\leq 0$时，函数$y=ax^2-4x+c+\frac{1}{4}(a\neq 0)$的最小值为$-6$，最大值为$-2$，则 m 的取值范围是（　　）

A．$-1\leq m\leq 0$　　B．$-\frac{7}{2}<m\leq -2$　　C．$-4\leq m\leq -2$　　D．$-\frac{7}{2}\leq m<-\frac{9}{4}$

【答案】C

【分析】

此题是二次函数的综合题，考查了二次函数图象上点的坐标特征，二次函数的性质及根的判别式等知识，利用分类讨论以及数形结合得出是解题的关键.

解二次函数$y=ax^2-4x+c(a\neq 0)$与直线$y=x$的方程，由$\Delta=0$得$4ac=25$，方程的根为$\frac{5}{2a}=-\frac{5}{2}$，从而求出$a=-1, c=-\frac{25}{4}$，所以函数解析式为$y=ax^2-4x+c+\frac{1}{4}=-x^2-4x-6$，根据函数解析式求得顶点坐标与纵轴的交点坐标，根据 y 的取值，即可确定 x 的取值范围.

【详解】解：令$ax^2-4x+c=x$，即$ax^2-5x+c=0$，

由题意，$\Delta=(-5)^2-4ac=0$，即$4ac=25$，

又方程的根为$\frac{5}{2a}=-\frac{5}{2}$，

解得$a=-1, c=-\frac{25}{4}$，

故函数是$y=ax^2-4x+c+\frac{1}{4}$

$=-x^2-4x-6$

$=-(x+2)^2-2$

∴函数图象开口向下，顶点为$(-2,-2)$，

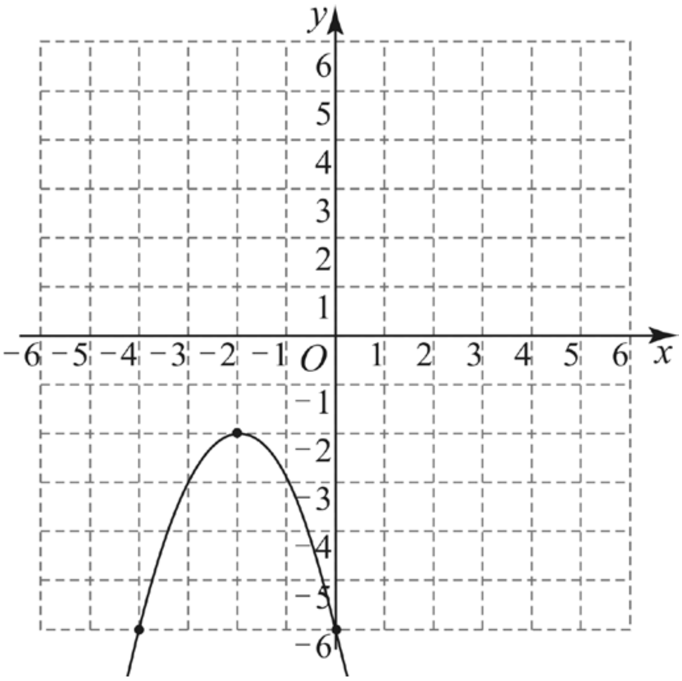
与 y 轴交点为$(0,-6)$，由对称性，该函数图象也经过$(-4,-6)$，

由于函数图象在对称轴$x=-2$左侧 y 随 x 的增大而增大，在对称轴右侧 y 随 x 的增大而减小，

且当$m\leq x\leq 0$时，函数$y=ax^2-4x+c+\frac{1}{4}(a\neq 0)$的最小值为$-6$，最大值为$-2$，

∴$-4\leq m\leq -2$，

故选：C.



10．将正六边形$ABCDEF$折叠成三角形后（如图 1）用剪刀剪下一个角，展开后得到如图 2 所示的图形，图 2 中虚线为折叠时产生的折痕，折痕$AG+BH=AB$，若剪完后所得阴影图形的面积为原正六边形面积的$\frac{5}{6}$，则$\frac{GH}{AB}$的值为（　）

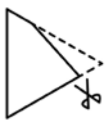


图1

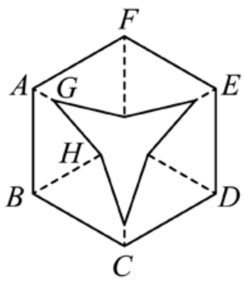


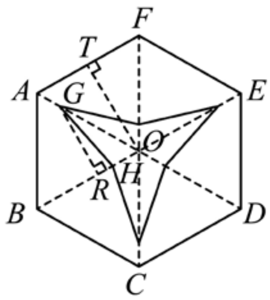
图2

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{3}$

【答案】A

【分析】本题考查了折叠的性质，正多边形的性质，锐角三角函数等知识，解题的关键是灵活运用这些性质．过点G作$GR\perp OB$于点R，过点O作$OT\perp AF$于点T，根据题意得：每个被剪掉的小三角形（如$\triangle OGH$）的面积占大三角形（如$\triangle AOF$）面积的$\frac{1}{6}$，设$AB=AF=OB=OA=OF=1$，可得$OT=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$GR=\frac{\sqrt{3}}{2}OG$，由$AG+BH=AB$，可推出$OH=1-OG$，根据三角形的面积关系求出OG，进而求出HR、OR，最后根据勾股定理求出GH，即可求解．

【详解】解：如图，过点G作$GR\perp OB$于点R，过点O作$OT\perp AF$于点T，



由折叠的性质知，被剪掉的6个小三角形完全相同，

∵剪完后所得阴影图形的面积为原正六边形面积的$\frac{5}{6}$，

∴每个被剪掉的小三角形（如△OGH）的面积占大三角形（如△AOF）面积的$1-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$，

设$AB=AF=OB=OA=OF=1$，

则$OT=OF\cdot\sin 60°=1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$GR=OG\cdot\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}OG$，

∵ $AG+BH=AB$，$AB=OB=OA$，

∴ $OH=AG=OA-OG=1-OG$，

∵ $S_{\triangle AOF}=\frac{1}{2}AF\cdot OT=\frac{1}{2}\times 1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$，$S_{\triangle GOH}=\frac{1}{2}GR\cdot OH=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}OG\times(1-OG)=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot OG\cdot(1-OG)$，

∴ $\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot(1-OG)\cdot OG=\frac{1}{6}\times\frac{\sqrt{3}}{4}$，

∴ $OG=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{6}$或$OG=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{6}$（舍去），

∴ $OH=1-OG=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{6}$，$OR=\frac{1}{2}OG=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{6}\right)=\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{12}$，

∴ $HR=OR-OH=\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{12}-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{6}=-\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}$，$GR=\sqrt{3}OR=\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{1}{4}$，

由勾股定理得：$GH^2=GR^2+HR^2$，即$GH^2=\left(\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2+\left(-\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2=\frac{1}{2}$，

∴ $GH=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴ $\frac{GH}{AB}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

故选：A．

二、填空题：本大题有6个小题，每小题4分，共24分．

11．计算$\sqrt{32}-\frac{1}{2}\sqrt{8}$的结果是__________．

【答案】$3\sqrt{2}$

【分析】本题主要考查了二次根式的加减计算，先化简二次根式，再根据二次根式的减法计算法则求解即可．

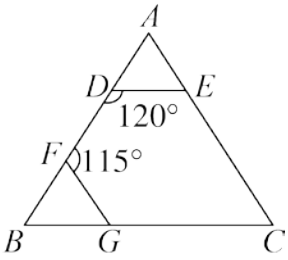
【详解】解：$\sqrt{32}-\frac{1}{2}\sqrt{8}$

$=4\sqrt{2}-\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}$，

故答案为：$3\sqrt{2}$.

12．如图，在△ABC中，若$DE \parallel BC, FG \parallel AC, \angle BDE = 120°, \angle DFG = 115°$，则$\angle C =$______°.



【答案】55°/55 度

【分析】先由邻补角求得$\angle ADE = 60°$，$\angle BFG = 65°$，进而由平行线的性质求得$\angle B = \angle ADE = 60°$，$\angle A = \angle BFG = 65°$，最后利用三角形的内角和定理即可得解.

【详解】解：∵$\angle BDE = 120°, \angle DFG = 115°$，$\angle BDE + \angle ADE = 180°$，$\angle DFG + \angle BFG = 180°$，

∴$\angle ADE = 60°$，$\angle BFG = 65°$，

∵$DE \parallel BC, FG \parallel AC$，

∴$\angle B = \angle ADE = 60°$，$\angle A = \angle BFG = 65°$，

∵$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$，

∴$\angle C = 180° - 65° - 60° = 55°$，

故答案为：55°.

【点睛】本题主要考查了邻补角，平行线的性质以及三角形的内角和定理，熟练掌握平行线的性质是解题的关键.

13．不透明的袋子里有 50 张 2022 年北京冬奥会宣传卡片，卡片上印有会徽、吉祥物冰墩墩、吉祥物雪融融图案，每张卡片只有一种图案，除图案不同外其余均相同，其中印有冰墩墩的卡片共有 n 张．从中随机摸出 1 张卡片，若印有冰墩墩图来的概率是$\frac{1}{5}$，则 n 的值是_______.

【答案】10

【分析】根据概率的意义列方程求解即可.

【详解】解：由题意得，

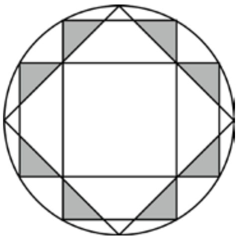
$\frac{n}{50} = \frac{1}{5}$，

解得 n=10，

故答案为：10.

【点睛】本题考查了概率的意义及计算方法，理解概率的意义是正确求解的关键.

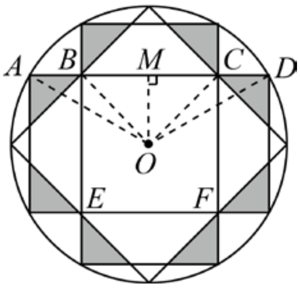
14．我国古代数学家刘徽利用圆内接正多边形创立了“割圆术”，现将半径为 2 的圆十二等分构造出 2 个矩形和 1 个正方形（如图），则阴影部分的面积是______.



【答案】$16-8\sqrt{3}$

【分析】根据正多边形与圆的对称性、垂径定理以及正多边形与圆的计算，可求出$\angle AOD=120°$，$\angle BOC=90°$，由直角三角形的边角关系求出OM、AM、BM，根据三角形的面积公式进行计算即可．

【详解】解：如图，连接OA、OB、OC、OD，过点O作$OM\perp AD$，垂足为M，



由圆的对称性可知，点A、点D是$\odot O$的三等分点，四边形$BCFE$是正方形，

$\therefore \angle AOD=\frac{1}{3}\times 360°=120°$，$\angle BOC=\frac{1}{4}\times 360°=90°$，

在$\mathrm{Rt}\triangle AOM$中，$OA=2$，$\angle AOM=60°$，

$\therefore OM=\frac{1}{2}OA=1$，$AM=\frac{\sqrt{3}}{2}OA=\sqrt{3}$，

在$\mathrm{Rt}\triangle BOM$中，$\angle BOM=45°$，$OM=1$，

$\therefore BM=OM=1$，

$\therefore AB=AM-BM=\sqrt{3}-1$，

$\therefore$ 8个阴影三角形的面积和为：$\frac{1}{2}\times(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}-1)\times 8=16-8\sqrt{3}$，

故答案为：$16-8\sqrt{3}$．

【点睛】本题考查正多边形和圆，理解正多边形和圆的对称性，掌握正多边形和圆的相关计算的方法是正确解答的前提．

15．在平面直角坐标系中，点$P(a,b)$，点 P 的“变换点”Q 的坐标定义如下：当$a<b$时，$Q(a,-b)$，当$a\geq b$时，$Q(a+1,b-5)$，线段$m:y=-x+2(-2\leq x\leq 6)$按上述“变换点”组成新图形，直线$y=2kx+1$与新图形恰好有两个公共点，则 k 的取值范围 ＿＿＿＿＿．

【答案】$-2\leq k\leq -1/-1\geq k\geq -2$

【分析】点$P(a,b)$在线段$m:y=-x+2(-2\leq x\leq 6)$上，根据已知条件确定a的取值范围以及对应的直线解析式$y_1=x-2$，$y_2=-x-2$，找到界点$A(1,-1)$，$B(2,-4)$，然后代入解析式$y=2kx+1$，求出k的最大值和最小值即可．

【详解】解：$\because$点$P(a,b)$在线段$m:y=-x+2(-2\leq x\leq 6)$上，

$\therefore P(a,-a+2)$，

令$a=-a+2$，

$a=1$，

$\because -2\leq x\leq 6$，

$\therefore$当$-2\leq a<1$，$a<-a+2$，

即$a<b$，

当$1\leq a\leq 6$时，$a\geq -a+2$，

即$a\geq b$，

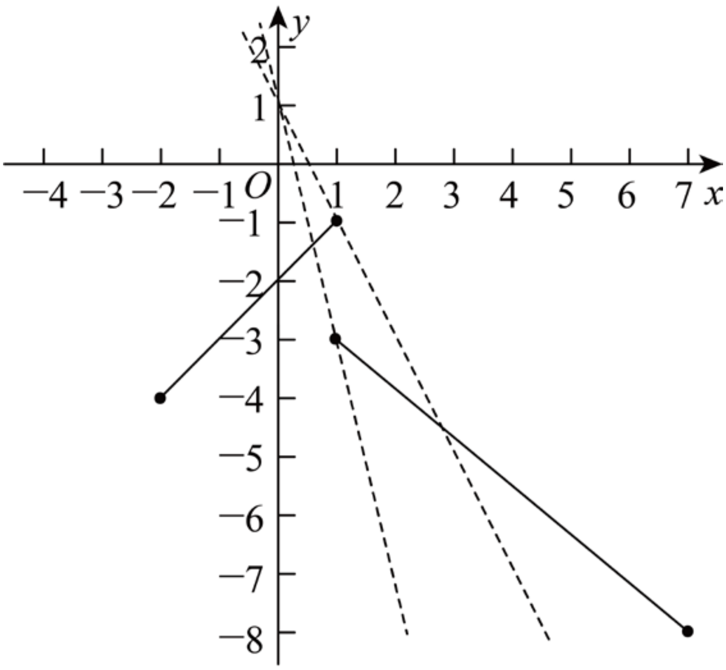
$\therefore$当$a<b$时，$Q(a,a-2)$，线段为：$y_1=x-2$，

当$a\geq b$时，$Q(a+1,-a-3)$，线段为：$y_2=-x-2$，

当$a<b$时，$-2\leq a<1$，

当$a\geq b$时，$1\leq a\leq 6$，则$2\leq a+1\leq 7$，

如图所示：



直线$y=2kx+1$恒过$(0,1)$，

若与两线段交于两点，

由图象可知界点$A(1,-1)$，$B(1,-3)$，

将A、B两点代入$y=2kx+1$，

得$k_1=-1$，$k_2=-2$，

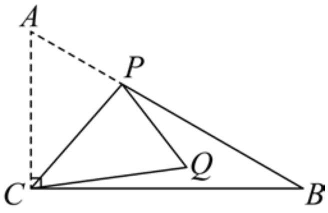
$\therefore -2\leq k\leq -1$，

故答案为：$-2\leq k\leq -1$.

【点评】

本题考查了一次函数综合问题，用待定系数法求函数解析式，理解题意是解决问题的关键．

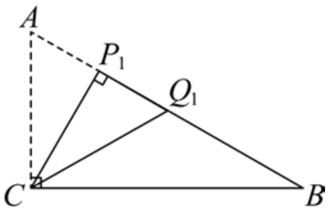
16．如图，Rt$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$\angle B=30°$，$AC=4$，点P为AB上一个动点，以PC为轴折叠$\triangle APC$得到$\triangle QPC$，点A的对应点为点Q，当点Q落在$\triangle ABC$内部（不包括边）上时，AP的取值范围为_____．



【答案】$2<AP<4\sqrt{3}-4$

【分析】先过点C作$CP_1\perp AB$，垂足为P_1，以P_1C为轴折叠$\triangle AP_1C$得到$\triangle Q_1P_1C$，点A的对应点为点Q_1，此时点Q_1落在AB边上，求出AP_1，再作$\angle ACB$的角平分线CP_2，交AB于点P_2，以P_2C为轴折叠$\triangle AP_2C$得到$\triangle Q_2P_2C$，点A的对应点为点Q_2，此时点Q_2落在BC边上，求出AP_2，结合点Q落在$\triangle ABC$内部（不包括边）上，即可得到AP的取值范围．

【详解】解：过点C作$CP_1\perp AB$，垂足为P_1，以P_1C为轴折叠$\triangle AP_1C$得到$\triangle Q_1P_1C$，点A的对应点为点Q_1，则点Q_1落在AB边上，



∵$\angle ACB=90°$，$\angle B=30°$，

∴$\angle A=90°-\angle B=60°$，

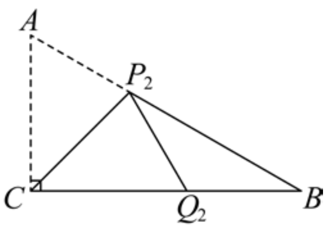
∵$CP_1\perp AB$，

∴$\angle ACP_1=90°-\angle A=30°$，

∵在Rt$\triangle AP_1C$中，$AC=4$，

∴$AP_1=\frac{1}{2}AC=2$，

作$\angle ACB$的角平分线CP_2，交AB于点P_2，以P_2C为轴折叠$\triangle AP_2C$得到$\triangle Q_2P_2C$，点A的对应点为点Q_2，则点Q_2落在BC边上，



∵由折叠可知：$\triangle AP_2C\cong\triangle Q_2P_2C$，

∴$AP_2=Q_2P_2$，$AC=Q_2C=2$，$\angle A=\angle CQ_2P_2=60°$，

$\because \angle CQ_2P_2 = \angle B + \angle BP_2Q_2 = 60°$，$\angle B = 30°$，

$\therefore \angle BP_2Q_2 = 30°$，

$\therefore \angle BP_2Q_2 = \angle B$，

$\therefore BQ_2 = P_2Q_2$，

$\therefore AP_2 = BQ_2$，

$\because$在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle B = 30°$，

$\therefore AB = 2AC = 8$，

$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$，

$\therefore BQ_2 = BC - Q_2C = 4\sqrt{3} - 4$，

$\therefore AP_2 = 4\sqrt{3} - 4$，

$\because$点Q落在$\triangle ABC$内部（不包括边），

$\therefore 2 < AP < 4\sqrt{3} - 4$，

故答案为：$2 < AP < 4\sqrt{3} - 4$．

【点睛】本题考查了轴对称中的折叠问题、含30°角的直角三角形的性质、勾股定理等，等腰三角形的判定，熟知折叠前后两个三角形全等是解答本题的关键．

三、解答题：本大题有 8 个小题，共 66 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.（6 分）关于 x 的一元二次方程$(m-2)x^2 - 3x - 1 = 0$有实数根．

(1)求 m 的取值范围；

(2)对于 m 取一个适当的值，并求出一元二次方程的根．

【答案】(1)$m \geq -\frac{1}{4}$，且$m \neq 2$；

(2)$m = 6$时，$x_1 = 1, x_2 = -\frac{1}{4}$；

【分析】（1）本题考查了一元二次方程的定义及其有实数根的判定，须满足只含有一个未知数，且未知数的最高次数是 2 的整式方程，然后判别式大于或等于零即可解决问题．

（2）本题考查了一元二次方程的解法，可利用因式分解法，求根公式即可．

【详解】（1）解：$\because (m-2)x^2 - 3x - 1 = 0$是关于 x 的一元二次方程，

$\therefore m - 2 \neq 0$，即$m \neq 2$，

$\because$ 关于 x 的一元二次方程$(m-2)x^2 - 3x - 1 = 0$有实数根，

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac \geq 0$，即$b^2 - 4ac = 9 + 4(m-2) = 4m + 1 \geq 0$，

$\therefore m \geq -\frac{1}{4}$，

$\therefore m$的取值范围为$m \geq -\frac{1}{4}$，且$m \neq 2$．

（2）当$m = 6$时，方程为$4x^2 - 3x - 1 = 0$，

因式分解得，$(x-1)(4x+1) = 0$，