专题 07 天体运动

目录

考向一 天体质量和密度的求解

1.求解天体质量和密度的两条基本思路

(1)由于 $G\frac{Mm}{R^2}=mg$，故天体质量 $M=\frac{gR^2}{G}$，天体密度 $\rho=\frac{M}{V}=\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}=\frac{3g}{4\pi GR}$.

(2)由 $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{4\pi^2}{T^2}r$，得出中心天体质量 $M=\frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$，平均密度 $\rho=\frac{M}{V}=\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}=\frac{3\pi r^3}{GT^2R^3}$.若卫星在天体表面附近环绕天体运动，可认为其轨道半径 r 等于天体半径 R，则天体密度 $\rho=\frac{3\pi}{GT^2}$.可见，只要测出卫星环绕天体表面运动的周期 T，就可估算出中心天体的密度.

2．估算天体质量和密度时的三个易误区

(1)不考虑自转时有 $G\frac{Mm}{R^2}=mg$；若考虑自转，只在两极上有 $G\frac{Mm}{R^2}=mg$，而赤道上有 $G\frac{Mm}{R^2}-mg=m\frac{4\pi^2}{T_{自}^2}R$.

(2)利用 $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{4\pi^2}{T^2}r$ 只能计算中心天体的质量，不能计算绕行天体的质量.

(3)注意区分轨道半径 r 和中心天体的半径 R，计算中心天体密度时应用 $\rho=\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$，而不是 $\rho=\frac{M}{\frac{4}{3}\pi r^3}$.

【典例 1】

2021 年 10 月 16 日、神舟十三号载人飞船顺利将翟志刚、王亚平、叶光富 3 名航天员送入太空，假设神舟十三号载人飞船在距地面高度为 h 的轨道做圆周运动，已知地球的半径为 R，地球表面的重力加速度为 g，引力常量为 G，下列说法正确的是（　　）

A．神舟十三号载人飞船的线速度大于地球第一宇宙速度

B．神舟十三号载人飞船运行的周期为 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{(R+h)^3}{gR^2}}$

C．神舟十三号载人飞船轨道处的重力加速度为 $\dfrac{gR^2}{(R+h)^2}$

D．地球的平均密度 $\rho=\dfrac{3g}{4\pi GR^2}$

【答案】BC

【详解】ABC．根据万有引力提供向心力可得 $G\dfrac{Mm}{r^2}=\dfrac{mv^2}{r}$；$G\dfrac{Mm}{r^2}=m\dfrac{4\pi^2 r}{T^2}$；$G\dfrac{Mm}{r^2}=ma_n$

且在地球表面满足 $G\dfrac{Mm}{R^2}=mg$ 即 $GM=gR^2$ 由题意知神舟十三号载人飞船轨道半径为 $r=R+h$ 所以解得周期为 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{(R+h)^3}{gR^2}}$ 线速度为 $v=\sqrt{\dfrac{gR^2}{R+h}}$ 由于神舟十三号载人飞船的轨道半径大于地球近地卫星的轨道半径，所以其线速度小于地球近地卫星线速度，即小于第一宇宙速度; 向心加速度即重力加速度为 $a_n=\dfrac{gR^2}{(R+h)^2}$

故 A 错误，BC 正确；

D．根据密度公式得 $\rho=\dfrac{M}{V}=\dfrac{3gR^2}{4\pi GR^3}=\dfrac{3g}{4\pi GR}$ 故 D 错误。故选 BC。

【变式】脉冲星的本质是中子星，具有在地面实验室无法实现的极端物理性质，是理想的天体物理实验室，对其进行研究，有希望得到许多重大物理学问题的答案，譬如：脉冲星的自转周期极其稳定，准确的时钟信号为引力波探测、航天器导航等重大科学技术应用提供了理想工具.2017 年 8 月我国 FAST 天文望远镜首次发现了两颗太空脉冲星，其中一颗星的自转周期为 T（实际测量为 1.83 s），该星距离地球 1.6 万光年，假设该星球恰好能维持自转不瓦解．地球可视为球体，其自转周期为 T_0，用弹簧测力计测得同一物体在地球赤道上的重力为两极处的 k 倍，已知引力常量为 G，则下列关于该脉冲星的平均密度 ρ 及其与地球的平均密

度 ρ_0 之比正确的是

A. $\rho=\dfrac{3\pi}{GT^2}$

B. $\rho=\dfrac{3\pi}{GT}$

C. $\dfrac{\rho}{\rho_0}=\dfrac{(1-k)T_0^{\ 2}}{T^2}$

D. $\dfrac{\rho}{\rho_0}=\dfrac{T_0^{\ 2}}{(1-k)T^2}$

【答案】AC

【解析】

AB．星球恰好能维持自转不瓦解时，万有引力恰好能提供其表面物体做圆周运动所需的向心力，设该星球的质量为 M，半径为 R，表面一物体质量为 m，有 $\dfrac{GMm}{R^2}=m\dfrac{4\pi^2R}{T^2}$，又 $M=\rho\cdot\dfrac{4}{3}\pi R^3$，

式中 ρ 为该星球密度，联立解得 $\rho=\dfrac{3\pi}{GT^2}$，选项 A 正确，B 错误；

CD．设地球质量为 M_0，半径为 R_0，地球表面一物体质量为 m'，重力为 P，该物体位于地球两极时，有

$P=G\dfrac{M_0m'}{R_0^2}$，在赤道上，地球对物体的万有引力和弹簧测力计对物体的拉力的合力提供该物体做圆周运动所需的向心力，则有 $G\dfrac{M_0m'}{R_0^2}-kP=m'R_0\dfrac{4\pi^2}{T_0^2}$

联立解得 $M_0=\dfrac{4\pi^2R_0^3}{G(1-k)T_0^2}$ 地球平均密度 $\rho_0=\dfrac{M_0}{V}=\dfrac{\dfrac{4\pi^2R_0^3}{G(1-k)T_0^2}}{\dfrac{4}{3}\pi R_0^3}=\dfrac{3\pi}{G(1-k)T_0^2}$ 故 $\dfrac{\rho}{\rho_0}=\dfrac{(1-k)T_0^2}{T^2}$

选项 C 正确，D 错误．

考向二 卫星运行参量的分析

天体运行参量比较问题的两种分析方法

(1)定量分析法

①列出五个连等式

$$G\frac{Mm}{r^2}=ma=m\frac{v^2}{r}=m\omega^2 r=m\frac{4\pi^2}{T^2}r.$$

②导出四个表达式

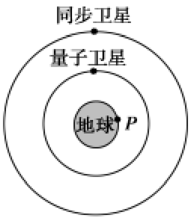
$$a=G\frac{M}{r^2},\ v=\sqrt{\frac{GM}{r}},\ \omega=\sqrt{\frac{GM}{r^3}},\ T=\sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}.$$

③结合 r 的大小关系，比较得出 a、v、ω、T 的大小关系．

(2)定性结论法

r 越大，向心加速度、线速度、角速度均越小，而周期越大.

【典例 2】截至 2018 年 01 月 22 日，我国首颗量子科学实验卫星已在轨运行 525 天，飞行 8 006 轨，共开展隐形传态实验 224 次，纠缠分发实验 422 次，密钥分发实验 351 次，星地相干通信实验 43 次．假设量子卫星轨道在赤道平面，如图所示．已知量子卫星的轨道半径是地球半径的 m 倍，同步卫星的轨道半径是地球半径的 n 倍，图中 P 点是地球赤道上一点，由此可知(　　)



A．同步卫星与量子卫星的运行周期之比为$\frac{n^3}{m^3}$　　B．同步卫星与 P 点的线速度之比为$\sqrt{\frac{1}{n}}$

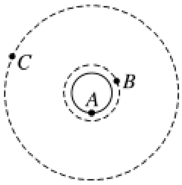
C．量子卫星与同步卫星的线速度之比为$\frac{n}{m}$　　D．量子卫星与 P 点的线速度之比为$\sqrt{\frac{n^3}{m}}$

【答案】D

【解析】根据 $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{4\pi^2}{T^2}r$，得 $T=\sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$，由题意知 $r_{量}=mR$，$r_{同}=nR$，所以$\frac{T_{同}}{T_{量}}=\sqrt{\frac{r_{同}^3}{r_{量}^3}}=\sqrt{\frac{(nR)^3}{(mR)^3}}=\sqrt{\frac{n^3}{m^3}}$，故 A 错误；$P$ 为地球赤道上一点，P 点角速度等于同步卫星的角速度，根据 $v=\omega r$，有$\frac{v_{同}}{v_P}=\frac{r_{同}}{r_P}=\frac{nR}{R}=\frac{n}{1}$，故 B 错误；根据 $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}$，得 $v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$，所以$\frac{v_{量}}{v_{同}}=\sqrt{\frac{r_{同}}{r_{量}}}=\sqrt{\frac{nR}{mR}}=\sqrt{\frac{n}{m}}$，故 C 错误；综合 B、C 分析，有 $v_{同}=$

nv_P，$\frac{v_{量}}{nv_P}=\sqrt{\frac{n}{m}}$，得$\frac{v_{量}}{v_P}=\sqrt{\frac{n^3}{m}}$，故 D 正确．

[变式 1]如图，A 代表一个静止在地球赤道上的物体、B 代表一颗绕地心做匀速圆周运动的近地卫星，C 代表一颗地球同步轨道卫星．比较 A、B、C 绕地心的运动，说法正确的是(　　)



A．运行速度最大的一定是 B　　　　B．运行周期最长的一定是 B

C．向心加速度最小的一定是 C　　　　D．受到万有引力最小的一定是 A

【答案】　A

【解析】　因 A、C 的角速度相同，则由 $v=\omega r$ 可知，$v_C>v_A$；

对 B、C 卫星，由 $v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$可知，$v_B>v_C$，可知 $v_B>v_C>v_A$，选项 A 正确．A、C 周期相同，而对 B、C 卫星，根据 $T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$可知，$C$ 的周期大于 B，则运行周期最长的是 A、C，选项 B 错误．因 A、C 的角速度相同，则由 $a=\omega^2r$ 可知，$a_C>a_A$；对 B、C 卫星，由 $a=\frac{GM}{r^2}$可知，$a_B>a_C$，可知 $a_B>a_C>a_A$，向心加速度最小的一定是 A，选项 C 错误；三个物体的质量关系不确定，不能比较受到万有引力的关系，选项 D 错误．

[变式 2]2020 年 6 月 23 日，我国北斗三号全球卫星导航系统最后一颗组网卫星在西昌卫星发射中心点火升空，该卫星 A 最终将在地球同步轨道运行.另一颗相同质量的卫星 B 也绕地球做圆周运动，A 的轨道半径是 B 的 3 倍.下列说法正确的有

A．由 $v=\sqrt{gR}$ 可知，A 的速度是 B 的 $\sqrt{3}$ 倍　　B．由 $a=\omega^2 r$ 可知，A 的向心加速度是 B 的 3 倍

C．由 $F=G\frac{Mm}{r^2}$ 可知，A 的向心力是 B 的 $\frac{1}{9}$　D．由 $\frac{r^3}{T^2}=k$ 可知，A 的周期是 B 的 $\sqrt{3}$ 倍

【答案】C

【解析】A．卫星绕地球做圆周运动，万有引力提供向心力，则 $F_{向}=\dfrac{GMm}{r^2}=\dfrac{mv^2}{r}=m\omega^2 r=m\dfrac{4\pi^2}{T^2}r=ma$

因为在不同轨道上 g 是不一样的，故不能根据 $v=\sqrt{gR}$ 得出 A、B 速度的关系，卫星的运行线速度

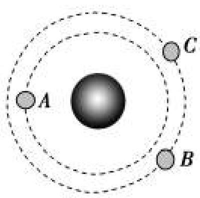
$v=\sqrt{\dfrac{GM}{r}}$，代入数据可得 $\dfrac{v_A}{v_B}=\sqrt{\dfrac{r_B}{r_A}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，故 A 错误；B．因为在不同轨道上两卫星的角速度不一样，

故不能根据 $a=\omega^2 r$ 得出两卫星加速度的关系，卫星的运行加速度 $a=\dfrac{GM}{r^2}$，代入数据可得 $\dfrac{a_A}{a_B}=\dfrac{r_B^{\ 2}}{r_A^{\ 2}}=\dfrac{1}{9}$，

故 B 错误；C．根据 $F_{向}=\dfrac{GMm}{r^2}$，两颗人造卫星质量相等，可得 $\dfrac{F_A}{F_B}=\dfrac{r_B^{\ 2}}{r_A^{\ 2}}=\dfrac{1}{9}$，故 C 正确；D．两卫星均

绕地球做圆周运动，根据开普勒第三定律 $\dfrac{r^3}{T^2}=k$，可得 $\dfrac{T_A}{T_B}=\sqrt{\dfrac{r_A^{\ 3}}{r_B^{\ 3}}}=3\sqrt{3}$，故 D 错误。

[变式 3](多选)三颗人造地球卫星 A、B、C 绕地球做匀速圆周运动，如图所示，已知 $m_A=m_B<m_C$，则对于三颗卫星，正确的是(　　)



A．运行线速度关系为 $v_A>v_B=v_C$　　B．运行周期关系为 $T_A<T_B=T_C$

C．向心力大小关系为 $F_A=F_B<F_C$　　D．半径与周期关系为 $\dfrac{R_A^3}{T_A^2}=\dfrac{R_B^3}{T_B^2}=\dfrac{R_C^3}{T_C^2}$

【答案】ABD

【解析】：由 $G\dfrac{Mm}{r^2}=m\dfrac{v^2}{r}$ 得 $v=\sqrt{\dfrac{GM}{r}}$，所以 $v_A>v_B=v_C$，选项 A 正确；由 $G\dfrac{Mm}{r^2}=mr\dfrac{4\pi^2}{T^2}$ 得 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{GM}}$，所以 $T_A<T_B=T_C$，选项 B 正确；由 $G\dfrac{Mm}{r^2}=ma_n$ 得 $a_n=G\dfrac{M}{r^2}$，所以 $a_A>a_B=a_C$，又 $m_A=m_B<m_C$，所以 $F_A>F_B$，$F_B<F_C$，选项 C 错误；三颗卫星都绕地球运行，故由开普勒第三定律得 $\dfrac{R_A^3}{T_A^2}=\dfrac{R_B^3}{T_B^2}=\dfrac{R_C^3}{T_C^2}$，选项 D 正确．

考向三　卫星变轨与对接问题

1．比较卫星在不同圆轨道上的速度大小时应用 $v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$进行判断，注意不能用 $v=\omega r$ 进行判断，因为 ω 也随 r 的变化而变化．

2．比较卫星在椭圆轨道远地点、近地点的速度大小时，根据开普勒第二定律判断．

3．点火加速，v 突然增大，$G\frac{Mm}{r^2}<m\frac{v^2}{r}$，卫星将做离心运动．

4．点火减速，v 突然减小，$G\frac{Mm}{r^2}>m\frac{v^2}{r}$，卫星将做近心运动．

5．同一卫星在不同轨道上运行时机械能不同，轨道半径越大，机械能越大．

6．卫星经过不同轨道相交的同一点时加速度相等，外轨道的速度大于内轨道的速度．

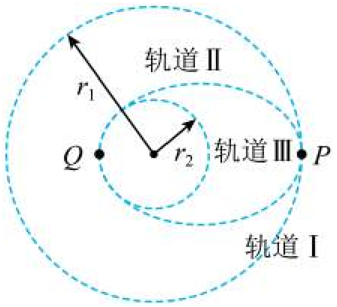
7.分析卫星变轨应注意的三个问题

(1)卫星变轨时半径的变化，根据万有引力和所需向心力的大小关系判断；稳定的新轨道上的运行速度变化由 $v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$判断．

(2)同一卫星在不同轨道上运行时机械能不同，轨道半径越大，机械能越大．

(3)卫星经过不同轨道相交的同一点时加速度相等，外轨道的速度大于内轨道的速度．

【典例 3】2022 年 4 月 16 日 0 时 44 分，神舟十三号与空间站天和核心舱分离，正式踏上回家之路，分离过程简化如图所示，脱离前天和核心舱处于半径为 r_1 的圆轨道Ⅰ上，从 P 点脱离后神舟十三号飞船沿椭圆轨道Ⅱ返回半径为 r_2 的近地圆轨道Ⅲ上，然后再多次调整轨道，绕行 5 圈后顺利着落在东风着落场。已知轨道Ⅱ与轨道Ⅰ、Ⅲ两圆轨道相切于 P、Q 点两点且恰好对应椭圆的长轴两端点，引力常量为 G，地球质最为 M，则下列说法正确的是（　　）



A．飞船从 P 点运动至 Q 点的最短时间为 $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{(r_1+r_2)^3}{2GM}}$

B．飞船在轨道Ⅲ上的向心加速度小于在轨道Ⅰ上的向心加速度

C．飞船在轨道Ⅰ上的机械能大于在轨道Ⅲ上的机械能

D．飞船在轨道Ⅰ与地心连线和在轨道Ⅲ与地心连线在相同时间内扫过的面积相等

【答案】AC

【详解】A．根据开普勒第三定律可得 $\frac{(\frac{r_1+r_2}{2})^3}{T_2^2}=\frac{r_1^3}{T_1^2}=k$ 对于Ⅰ轨道上的卫星，有 $G\frac{Mm}{r_1^2}=m(\frac{2\pi}{T_1})^2 r_1$ 所以

$k=\frac{r_1^3}{T_1^2}=\frac{GM}{4\pi^2}$ 联立解得 $t_{PQ}=\frac{T_2}{2}=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{(r_1+r_2)^3}{2GM}}$ 故 A 正确；

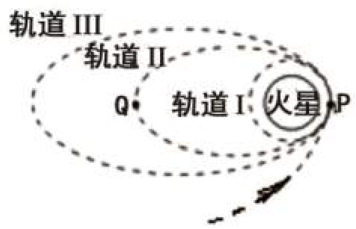
B．根据万有引力提供向心力，有 $G\frac{Mm}{r^2}=ma_{\rm n}$ 可得 $a_{\rm n}=\frac{GM}{r^2}$ 所以轨道半径越大，向心加速度越小，所以飞船在轨道Ⅲ上的向心加速度大于在轨道Ⅰ上的向心加速度，故 B 错误；

C．飞船由轨道Ⅰ运动到轨道Ⅲ需要在轨道相切的位置 P 和 Q 点点火减速，做近心运动，所以在点火过程中外力对飞船做负功，所以飞船的机械能减小，即飞船在轨道Ⅰ上的机械能大于在轨道Ⅲ上的机械能，故 C 正确；

D. 根据开普勒第二定律可知，飞船在同一轨道上运行时，飞船与地心的连线在相同时间内扫过的面积相等，故 D 错误。故选 AC。

[变式 1]2020 年 7 月 23 日我国首颗火星探测器“天问一号”宇宙飞船发射成功，开启火星探测之旅。假设飞船从“地—火轨道”到达火星近地点 P

短暂减速，进入轨道 III，再经过两次变轨进入圆轨道 I。轨道 I 的半径近似等于火星半径。已知万有引力常量 G。则下列说法正确的是（　　）



A. 在 P 点进入轨道 III 时，飞船应向后喷气

B. 在轨道Ⅱ上运动时，飞船在 Q 点的机械能大于在 P 点机械能

C. 在轨道Ⅱ上运动周期大于在轨道 III　　上运动周期

D. 测出飞船在轨道 I 上运动的周期，就可以推知火星的密度

【答案】D

【解析】A．在 P 点进入轨道 III 时，需要向前喷气减速，故 A 错误；

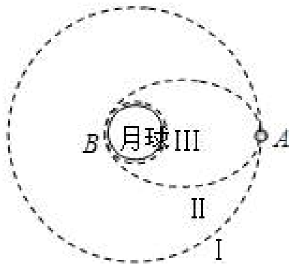
B．在轨道Ⅱ上运动时，飞船在 Q 点的机械能等于在 P 点机械能，故 B 错误；

C．根据开普勒第三定律 $\frac{r^3}{T^2}=C$ 可知，在轨道Ⅱ上运动周期小于在轨道 III 上运动周期，故 C 错误；

D．测出飞船在轨道 I 上运动的周期，根据万有引力提供向心力有 $G\frac{Mm}{R^2}=m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2R$

火星体积为 $V=\frac{4\pi R^3}{3}$ 火星质量 $M=\rho V$ 联立解得 $\rho=\frac{3\pi}{GT^2}$ 故 D 正确故选 D。

[变式 2]我国正在进行的探月工程是高新技术领域的一次重大科技活动，在探月工程中飞行器成功变轨至关重要。如图所示，假设月球半径为 R，月球表面的重力加速度为 g_0，飞行器在距月球表面高度为 $3R$ 的圆形轨道 I 上运动，到达轨道的 A 点点火变轨进入椭圆轨道Ⅱ，到达轨道的近月点 B 再次点火进入近月轨道Ⅲ，绕月球做圆周运动则（　　）



A. 飞行器在 B 点处点火后，动能增加

B. 由已知条件不能求出飞行器在轨道Ⅲ上的运行周期

C. 只有万有引力作用情况下，飞行器在轨道Ⅱ上通过 B 点的加速度大小小于在轨道Ⅰ上通过 B 点的加速度

D. 飞行器在轨道Ⅲ上绕月球运行一周所需的时间为 $2\pi\sqrt{\dfrac{R}{g_0}}$

【答案】D

【解析】A．飞船要在 B 点从椭圆轨道Ⅱ进入圆轨道Ⅲ，做近心运动，要求万有引力大于飞船所需向心力，所以应给飞船点火减速，减小所需的向心力，故在 B 点火减速后飞船动能减小，故A错误；

BD．设飞船在近月轨道Ⅲ绕月球运行一周所需的时间为 T_3，则有 $G\dfrac{Mm}{R^2}=mg_0$， $G\dfrac{Mm}{R^2}=m\dfrac{4\pi^2}{T_3^2}R$

联立解得 $T_3=2\pi\sqrt{\dfrac{R}{g_0}}$，根据几何关系可知，Ⅱ轨道的半长轴 a=2.5R，根据开普勒第三定律有 $\dfrac{a^3}{T^2}=\dfrac{R^3}{T_3^2}$

由此可解得轨道Ⅱ上运动的周期，故B错误，D正确。C．根据牛顿第二定律有 $G\dfrac{Mm}{r^2}=ma$ 解得

$a=\dfrac{GM}{r^2}$，可知在同一点距离相等，故加速度相同，故C错误。故选D。

考向四 双星与多星系统模型

1．双星系统之“二人转”模型

双星系统由两颗相距较近的星体组成，由于彼此的万有引力作用而绕连线上的某点做匀速圆周运动(简称“二人转”模型)．双星系统中两星体绕同一个圆心做圆周运动，周期、角速度相等；向心力由彼此的万有引力提供，大小相等．