河南省襄城高中2024届高三数学试题5月模拟试题

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0．5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知定点A,B都在平面α内，定点$P\notin\alpha,PB\perp\alpha,C$是$\alpha$内异于$A,B$的动点，且$PC\perp AC$，那么动点$C$在平面$\alpha$内的轨迹是（　　）

A．圆，但要去掉两个点　　B．椭圆，但要去掉两个点

C．双曲线，但要去掉两个点　　D．抛物线，但要去掉两个点

2．已知$z=i\left(3-2i\right)$，则$z\cdot\overline{z}=$（　　）

A．5　　B．$\sqrt{5}$　　C．13　　D．$\sqrt{13}$

3．设$a\in R$，$b>0$，则“$3^a>2b$”是“$a>\log_3 b$”的

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．在菱形$ABCD$中，$AC=4$，$BD=2$，E，F分别为AB，BC的中点，则$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DF}=$（　　）

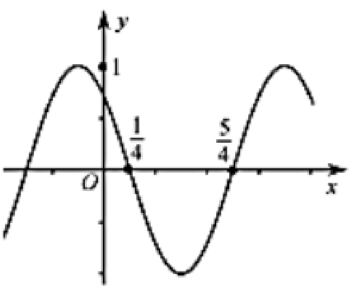
A．$-\dfrac{13}{4}$　　B．$\dfrac{5}{4}$　　C．5　　D．$\dfrac{15}{4}$

5．已知实数x，y满足约束条件$\begin{cases}x+y-2\le 0\\x-2y-2\le 0\\x\ge 1\end{cases}$，则目标函数$z=\dfrac{y-2}{x+1}$的最小值为

A．$-\dfrac{2}{3}$　　B．$-\dfrac{5}{4}$

C．$-\dfrac{4}{3}$　　D．$-\dfrac{1}{2}$

6．函数$f\left(x\right)=\sin(\omega x+\varphi)$的部分图象如图所示，则$f\left(x\right)$的单调递增区间为（　　）



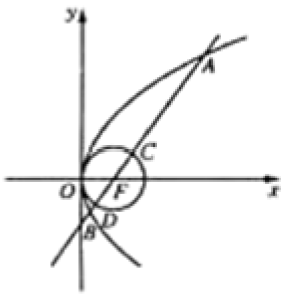
A. $\left[-\frac{5}{4}+k\pi,-\frac{1}{4}+k\pi\right],k\in Z$　　B. $\left[-\frac{5}{4}+2k\pi,-\frac{1}{4}+2k\pi\right],k\in Z$

C. $\left[-\frac{5}{4}+k,-\frac{1}{4}+k\right],k\in Z$　　D. $\left[-\frac{5}{4}+2k,-\frac{1}{4}+2k\right],k\in Z$

7．抛物线 $y^2=2px\left(p>0\right)$ 的准线与 x 轴的交点为点 C，过点 C 作直线 l 与抛物线交于 A、B 两点，使得 A 是 BC 的中点，则直线 l 的斜率为（　　）

A. $\pm\frac{1}{3}$　　B. $\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　C. ± 1　　D. $\pm\sqrt{3}$

8．如图，抛物线 M：$y^2=8x$ 的焦点为 F，过点 F 的直线 l 与抛物线 M 交于 A，B 两点，若直线 l 与以 F 为圆心，线段 OF（O 为坐标原点）长为半径的圆交于 C，D 两点，则关于 $\left|AC\right|\cdot\left|BD\right|$ 值的说法正确的是（　　）



A．等于 4　　B．大于 4　　C．小于 4　　D．不确定

9．在 $\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$，则 $\overrightarrow{AD}=$（　　）

A. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$　　B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$　　D. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

10．要得到函数 $y=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的图象，只需将函数 $y=2\cos 2x$ 的图象

A．向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度

B．向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度

C．向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

D．向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

11．定义在 R 上函数 $f\left(x\right)$ 满足 $f\left(-x\right)=f\left(x\right)$，且对任意的不相等的实数 $x_1,x_2\in\left[0,+\infty\right)$ 有 $\frac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2}<0$

成立，若关于 **x** 的不等式 $f\left(2mx-\ln x-3\right)\geq 2f\left(3\right)-f\left(-2mx+\ln x+3\right)$ 在 $x\in\left[1,3\right]$ 上恒成立，则实数 **m** 的取值范围是（　　）

A． $\left[\dfrac{1}{2e},1+\dfrac{\ln 6}{6}\right]$　　**B．** $\left[\dfrac{1}{2e},1+\dfrac{\ln 3}{6}\right]$　　**C．** $\left[\dfrac{1}{e},2+\dfrac{\ln 3}{3}\right]$　　**D．** $\left[\dfrac{1}{e},2+\dfrac{\ln 6}{3}\right]$

12．已知集合 $A=\left\{x\mid 1<x\leq 24\right\}$，$B=\left\{x\mid y=\dfrac{1}{\sqrt{-x^2+6x-5}}\right\}$，则 $\complement_A B=$（　　）

A． $\left\{x\mid x\geq 5\right\}$　　**B．** $\left\{x\mid 5<x\leq 24\right\}$

C． $\left\{x\mid x\leq 1\text{或}x\geq 5\right\}$　　**D．** $\left\{x\mid 5\leq x\leq 24\right\}$

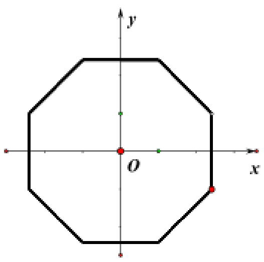
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在 ΔABC 中，角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c，若 $c=1$，$C=60^\circ$，则 b 的取值范围是_____.

14．设 $f(x)=e^{tx}$（$t>0$），过点 P（t，0）且平行于 y 轴的直线与曲线 C：$y=f(x)$ 的交点为 Q，曲线 C 过点 Q 的切线交 x 轴于点 R，若 S（1，f（1）），则 ΔPRS 的面积的最小值是_____.

15．已知函数 $y=f\left(x+1\right)-2$ 为奇函数，$g\left(x\right)=\dfrac{2x-1}{x-1}$，且 $f\left(x\right)$ 与 $g\left(x\right)$ 图象的交点为 $\left(x_1,y_1\right)$，$\left(x_2,y_2\right)$，…，$\left(x_6,y_6\right)$，则 $x_1+x_2+\cdots+x_6+y_1+y_2+\cdots+y_6=$______.

16．集合 $A=\left\{(x,y)\middle||x|+|y|=a,a>0\right\}$，$B=\left\{(x,y)\middle||xy|+1=|x|+|y|\right\}$，若 $A\cap B$ 是平面上正八边形的顶点所构成的集合，则下列说法正确的为________



①a 的值可以为 2；

②a 的值可以为 $\sqrt{2}$；

③a 的值可以为 $2+\sqrt{2}$；

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $c\sin B=b\sin(\dfrac{\pi}{3}-C)+\sqrt{3}b$．

（1）求角 C 的大小；

（2）若 $c=\sqrt{7},a+b=3$，求 AB 边上的高.

18．（12 分）在$\triangle ABC$中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，向量$\vec{m}=\left(2a-\sqrt{3}b,\sqrt{3}c\right)$，向量$\vec{n}=(\cos B,cosC)$，且$\vec{m}//\vec{n}$.

（1）求角C的大小；

（2）求$y=sinA+\sqrt{3}sin(B-\frac{\pi}{3})$的最大值.

19．（12 分）在等比数列$\{a_n\}$中，已知$a_1=1$，$a_4=\frac{1}{8}$.设数列$\{b_n\}$的前n项和为S_n，且$b_1=-1$，$a_n+b_n=-\frac{1}{2}S_{n-1}$（$n\geq 2$，$n\in\mathbf{N}^*$）.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）证明：数列$\left\{\frac{b_n}{a_n}\right\}$是等差数列；

（3）是否存在等差数列$\{c_n\}$，使得对任意$n\in\mathbf{N}^*$，都有$S_n\leq c_n\leq a_n$？若存在，求出所有符合题意的等差数列$\{c_n\}$；若不存在，请说明理由.

20．（12 分）已知函数$f\left(x\right)=\left|x+a\right|+\left|x-1\right|$.

（1）当$a=2$时，求不等式$f\left(x\right)\geq x+8$的解集；

（2）若关于x的不等式$f\left(x\right)\leq\left|x-5\right|$的解集包含$\left[0,2\right]$，求实数$a$的取值范围.

21．（12 分）在平面直角坐标系中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\theta\\ y=1+\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数）.以原点为极点，$x$轴的非负半轴为极轴，建立极坐标系.

（1）求曲线C的极坐标方程；

（2）直线$l:\begin{cases}x=1+t\cos\theta\\ y=t\sin\theta\end{cases}$（$t$为参数）与曲线$C$交于$A$，$B$两点，求$|AB|$最大时，直线$l$的直角坐标方程.

22．（10 分）已知函数$f(x)=e^{-\frac{x}{1-x}}$，

（1）证明：$f(x)$在区间$(0,1)$单调递减；

（2）证明：对任意的$x\in(0,1)$有$e^{-\frac{x}{1-x}}<1-x<e^{-x}$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**A**

【解析】

根据题意可得 $AC \perp BC$,即知 ***C*** 在以 ***AB*** 为直径的圆上.

【详解】

$\because PB \perp \alpha, AC \subset \alpha$，

$\therefore PB \perp AC$，

又 $PC \perp AC$， $PB \cap PC = P$，

$\therefore AC \perp$平面 PBC ,又 $BC \subset$平面 PBC

$\therefore AC \perp BC$，

故 C 在以 AB 为直径的圆上，

又 C 是 α 内异于 A, B 的动点，

所以 C 的轨迹是圆，但要去掉两个点 ***A,B***

故选：***A***

【点睛】

本题主要考查了线面垂直、线线垂直的判定，圆的性质，轨迹问题，属于中档题.

2、**C**

【解析】

先化简复数 $z = i(3-2i)$，再求 $\overline{z}$，最后求 $z \cdot \overline{z}$ 即可.

【详解】

解： $z = i(3-2i) = 2+3i$， $\overline{z} = 2-3i$

$z \cdot \overline{z} = 2^2 + 3^2 = 13$，

故选：**C**

【点睛】

考查复数的运算，是基础题.

3、**A**

【解析】

根据对数的运算分别从充分性和必要性去证明即可.

【详解】

若$3^a>2b$， $b>0$，则$a>\log_3 2b$，可得$a>\log_3 b$；

若$a>\log_3 b$，可得$3^a>b$，无法得到$3^a>2b$，

所以“$3^a>2b$”是“$a>\log_3 b$”的充分而不必要条件.

所以本题答案为 **A.**

【点睛】

本题考查充要条件的定义，判断充要条件的方法是：

① 若$p\Rightarrow q$为真命题且$q\Rightarrow p$为假命题，则命题 **p** 是命题 **q** 的充分不必要条件；

② 若$p\Rightarrow q$为假命题且$q\Rightarrow p$为真命题，则命题 **p** 是命题 **q** 的必要不充分条件；

③ 若$p\Rightarrow q$为真命题且$q\Rightarrow p$为真命题，则命题 **p** 是命题 **q** 的充要条件；

④ 若$p\Rightarrow q$为假命题且$q\Rightarrow p$为假命题，则命题 **p** 是命题 **q** 的即不充分也不必要条件.

⑤ 判断命题 **p** 与命题 **q** 所表示的范围，再根据“谁大谁必要，谁小谁充分”的原则，判断命题 **p** 与命题 **q** 的关系.

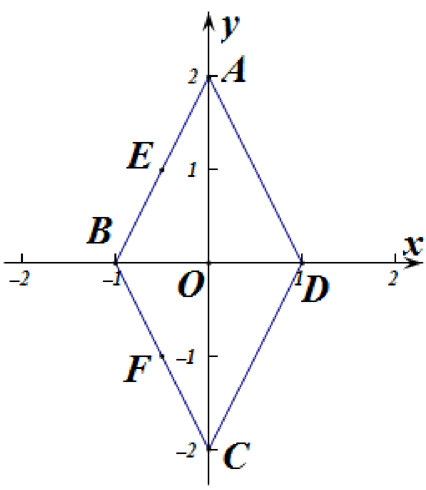
4、**B**

【解析】

据题意以菱形对角线交点O为坐标原点建立平面直角坐标系，用坐标表示出$\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DF}$，再根据坐标形式下向量的数量积运算计算出结果.

【详解】

设AC与BD交于点O，以O为原点，$\overrightarrow{BD}$的方向为x轴，$\overrightarrow{CA}$的方向为y轴，建立直角坐标系，



则$E\left(-\dfrac{1}{2},1\right)$，$F\left(-\dfrac{1}{2},-1\right)$，$D(1,0)$，$\overrightarrow{DE}=\left(-\dfrac{3}{2},1\right)$，$\overrightarrow{DF}=\left(-\dfrac{3}{2},-1\right)$，

所以 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DF}=\frac{9}{4}-1=\frac{5}{4}$.

故选：**B.**

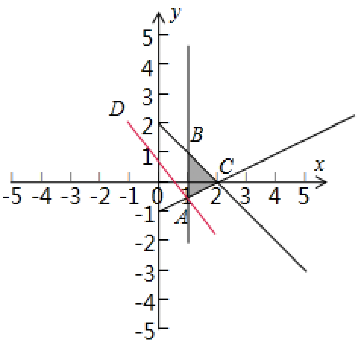
【点睛】

本题考查建立平面直角坐标系解决向量的数量积问题，难度一般.长方形、正方形、菱形中的向量数量积问题，如果直接计算较麻烦可考虑用建系的方法求解.

5、**B**

【解析】

作出不等式组对应的平面区域，目标函数 $z=\frac{y-2}{x+1}$ 的几何意义为动点 $M\left(x,y\right)$ 到定点 $D\left(-1,2\right)$ 的斜率，利用数形结合即可得到 z 的最小值.



【详解】

解：作出不等式组对应的平面区域如图：

目标函数 $z=\frac{y-2}{x+1}$ 的几何意义为动点 $M\left(x,y\right)$ 到定点 $D\left(-1,2\right)$ 的斜率，

当 M 位于 $A\left(1,-\frac{1}{2}\right)$ 时，此时 DA 的斜率最小，此时 $z_{min}=\frac{-\frac{1}{2}-2}{1+1}=-\frac{5}{4}$.

故选 **B.**

【点睛】

本题主要考查线性规划的应用以及两点之间的斜率公式的计算，利用 z 的几何意义，通过数形结合是解决本题的关键.

6、**D**

【解析】

由图象可以求出周期，得到 ω，根据图象过点 $(\frac{3}{4},-1)$ 可求 φ，根据正弦型函数的性质求出单调增区间即可.

【详解】

由图象知 $\frac{T}{2}=\frac{5}{4}-\frac{1}{4}=1$，

所以$T=2$，$\omega=\frac{2\pi}{2}=\pi$，

又图象过点$(\frac{3}{4},-1)$，

所以$-1=\sin(\frac{3\pi}{4}+\varphi)$，

故φ可取$\frac{3\pi}{4}$，

所以$f(x)=\sin(\pi x+\frac{3\pi}{4})$

令$2k\pi-\frac{\pi}{2}\le\pi x+\frac{3\pi}{4}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z$，

解得$2k-\frac{5}{4}\le x\le 2k-\frac{1}{4},k\in Z$

所以函数的单调递增区间为$\left[-\frac{5}{4}+2k,-\frac{1}{4}+2k\right],k\in Z$

故选：D.

【点睛】

本题主要考查了三角函数的图象与性质，利用“五点法”求函数解析式，属于中档题.

7、B

【解析】

设点$A\left(x_1,y_1\right)$、$B\left(x_2,y_2\right)$，设直线AB的方程为$x=my-\frac{p}{2}$，由题意得出$y_1=\frac{y_2}{2}$，将直线l的方程与抛物线的方程联立，列出韦达定理，结合$y_1=\frac{y_2}{2}$可求得m的值，由此可得出直线l的斜率.

【详解】

由题意可知点$C\left(-\frac{p}{2},0\right)$，设点$A\left(x_1,y_1\right)$、$B\left(x_2,y_2\right)$，设直线$AB$的方程为$x=my-\frac{p}{2}$，

由于点A是BC的中点，则$y_1=\frac{y_2}{2}$，

将直线l的方程与抛物线的方程联立得$\begin{cases}x=my-\frac{p}{2}\\ y^2=2px\end{cases}$，整理得$y^2-2mpy+p^2=0$，

由韦达定理得$y_1+y_2=3y_1=2mp$，得$y_1=\frac{2mp}{3}$，$y_1y_2=2y_1^2=\frac{8m^2p^2}{9}=p^2$，解得$m=\pm\frac{3\sqrt{2}}{4}$，

因此，直线l的斜率为$\frac{1}{m}=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

故选：**B.**

【点睛】

本题考查直线斜率的求解，考查直线与抛物线的综合问题，涉及韦达定理设而不求法的应用，考查运算求解能力，属于中等题.

8、**A**

【解析】

利用 F 的坐标为 $\left(2,0\right)$，设直线 l 的方程为 $x-my-2=0$，然后联立方程得 $\begin{cases}y^2=8x\\my=x-2\end{cases}$，最后利用韦达定理求解即可

【详解】

据题意，得点 F 的坐标为 $\left(2,0\right)$.设直线 l 的方程为 $x-my-2=0$，点 A，B 的坐标分别为 $\left(x_1,y_1\right)$，$\left(x_2,y_2\right)$.讨论：

当 $m=0$ 时，$x_1=x_2=2$；当 $m\neq 0$ 时，据 $\begin{cases}y^2=8x\\my=x-2\end{cases}$，得 $x^2-\left(8m^2+4\right)x+4=0$，所以 $x_1x_2=4$，所以

$\left|AC\right|\cdot\left|BD\right|=\left(\left|AF\right|-2\right)\cdot\left(\left|BF\right|-2\right)=\left(x_1+2-2\right)\cdot\left(x_2+2-2\right)=x_1x_2=4$.

【点睛】

本题考查直线与抛物线的相交问题，解题核心在于联立直线与抛物线的方程，属于基础题

9、**B**

【解析】

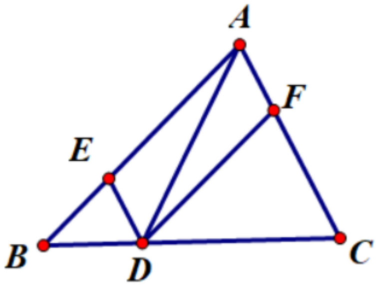
在 AB,AC 上分别取点 E、F,使得 $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{EB},\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{FC}$,

可知 $AEDF$ 为平行四边形，从而可得到 $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，即可得到答案.

【详解】

如下图，$\overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$，在 AB,AC 上分别取点 E、F,使得 $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{EB},\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{FC}$,

则 $AEDF$ 为平行四边形，故 $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$,故答案为 **B.**



【点睛】