中考数学总复习

分类讨论

一. 数学思想方法的三个层次:

- 数学思想和方法
  - 数学一般方法
    - 配方法、换元法、待定系数法、判别式法、割补法等
  - 逻辑学中的方法(或思维方法)
    - 分析法、综合法、归纳法、反证法等
  - 数学思想方法
    - 函数和方程思想、分类讨论思想、数形结合思想、化归思想等

分类讨论思想

- 分类思想是根据数学本质属性的相同点和不同点，将数学研究对象分为不同种类的一种数学思想。分类以比较为基础，比较是分类的前提，分类是比较的结果。
- 分类必须有一定的标准，标准不同分类的结果也就不同。分类要做到不遗漏，不重复。分类后，对每个类进行研究，使问题在各种不同的情况下，分别得到各种结论，这就是讨论。

分类讨论思想

- 分类讨论是对问题深入研究的思想方法，用分类讨论的思想，有助于发现解题思路和掌握技能技巧，做到举一反三，触类旁通。
- 分类的思想随处可见，既有概念的分类：如实数、有理数、绝对值、点（直线、圆）与圆的位置关系和两圆相切等概念的分类；又有解题方法上的分类，如代数式中含有字母系数的方程、不等式；还有几何中图形位置关系不确定的分类，等腰三角形的顶角顶点不确定、相似三角形的对应关系不确定等。

一.与概念有关的分类

- **1.** 一次函数**$y=kx+b$**的自变量的取值范围是 **$-3\le x\le 6$**，，相应的函数值的取值范围是 **$-5\le y\le -2$**，则这个函数的解析式____。

$$\begin{cases}-5=-3k+b\\-2=6k+b\end{cases}\qquad\qquad \begin{cases}-5=6k+b\\-2=-3k+b\end{cases}$$

解析式为 **$Y=\frac{1}{3}x-4$，或 $y=-\frac{1}{3}x-3$**

2. 函数**$y=ax^2-ax+3x+1$**与**x**轴只有一个交点，求**a**的值与交点坐标。

当**$a=0$**时,为一次函数**$y=3x+1$**,交点为（$-\frac{1}{3}$，0）；

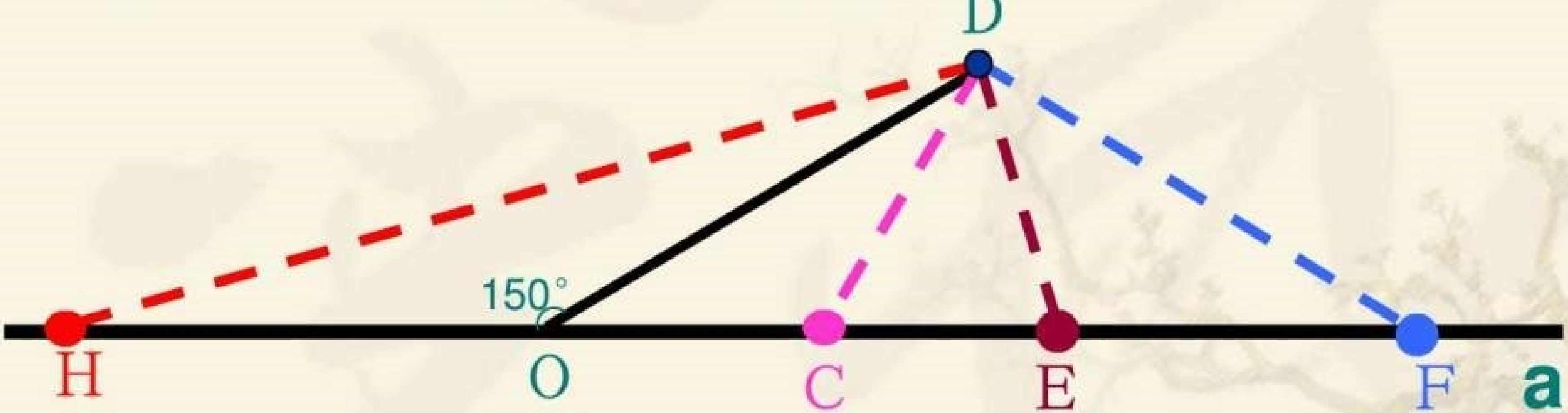
当**a**不为**0**时,为二次函数**$y=ax^2+(3-a)x+1$**，$\triangle=a^2-10a+9=0$.

解得**$a=1$**或 **$a=9$**,交点为（-1，0）或（$\frac{1}{3}$，0）

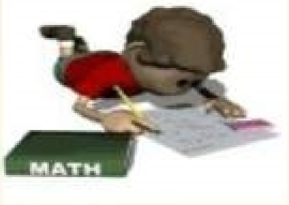
二.图形位置的分类

探索题1：

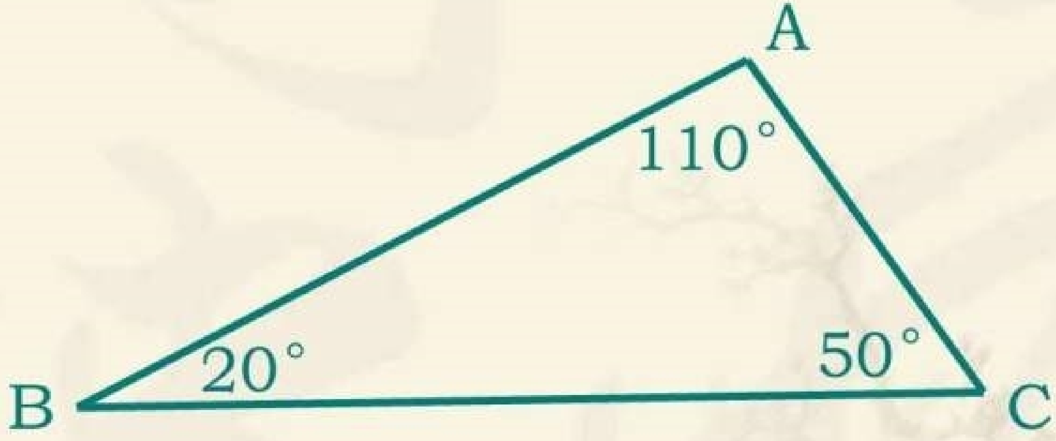
如图，线段OD的一个端点O在直线a上，以OD为一边画等腰三角形，并且使另一个顶点在直线a上，这样的等腰三角形能画多少个？



探索题2：

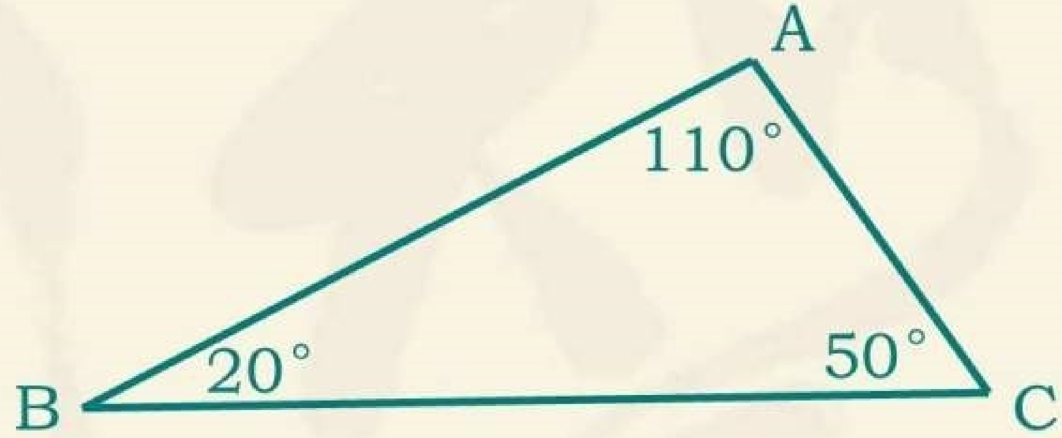


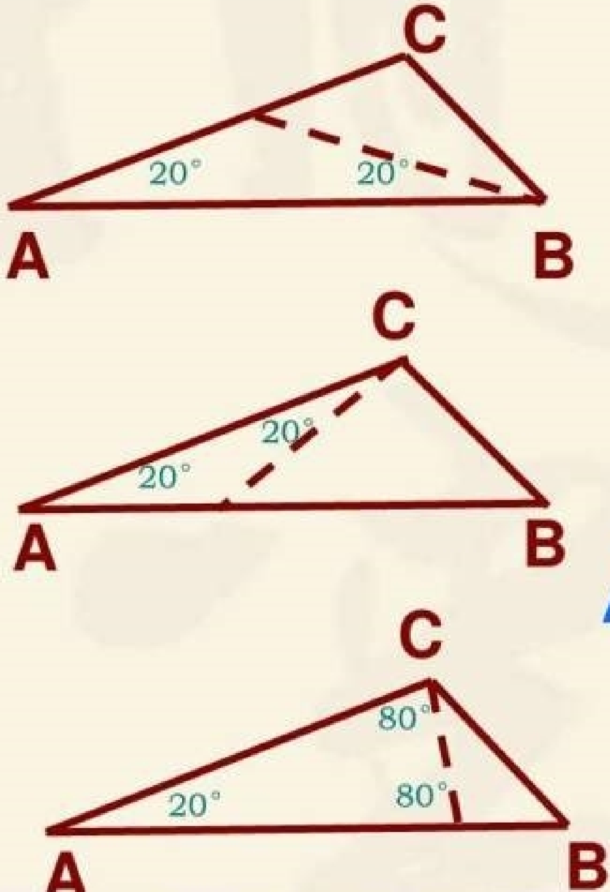
在下图三角形的边上找出一点，使得该点与三角形的两顶点构成**等腰三角形**！



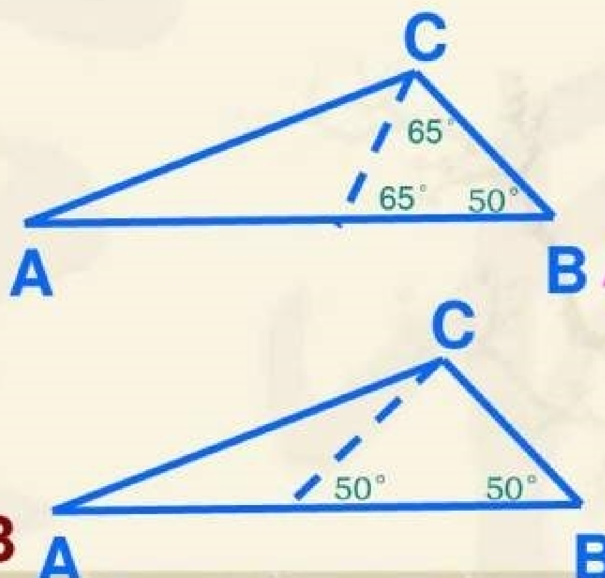
（分类讨论）

1、对∠**A**进行讨论

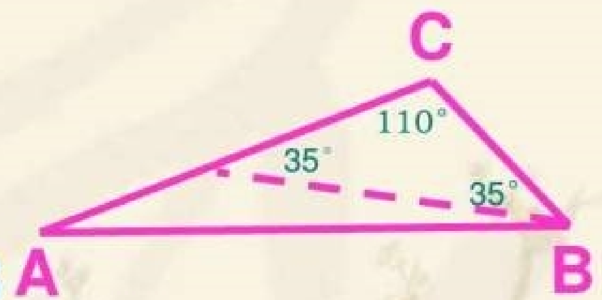




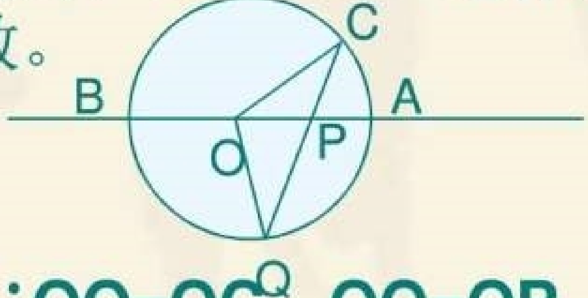
2、对∠**B**进行讨论



3、对∠**C**进行讨论



3. 如图，直线**AB**经过圆**O**的圆心，与圆**O**交于**A**、**B**两点，点**C**在**O**上，且$\angle AOC=30^0$，点**P**是直线**AB**上的一个动点（与点**O**不重合），直线**PC**与圆**O**相交于点**Q**，问点**P**在直线**AB**的什么位置时，**QP=QO**？这样的点**P**有几个？并相应地求出$\angle OCP$的度数。



解：$\because OQ=OC$，$OQ=QP$ $\therefore \angle OQC=\angle OCQ$，$\angle QOP=\angle QPO$ 设$\angle OCP=x^0$，则有：

（1）如上图，当点**P**在线段**OA**上时，$\because \angle OQC=\angle OCP=x$,

$\therefore \angle QPO=\frac{1}{2}(180^0-\angle OQP)=\frac{1}{2}(180^0-x)$

又$\angle QPO=\angle OCP+\angle COP$，$\frac{1}{2}(180^0-x)=x+30^0$,

解得$x=40^0$，即$\angle OCP=40^0$

（2）如果点**P**在线段**OB**上，显然有**PQ**＞**OQ**，所以点**P**不可能在线段**OB**上。

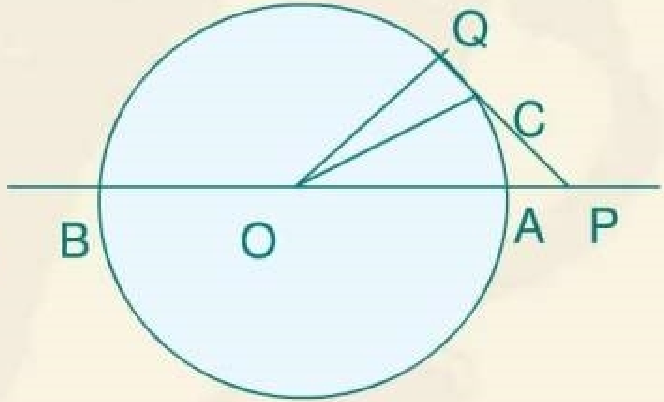
（3）如图，当点P在的OA延长线上时，

$\because \angle OQC=\angle OCQ=180^0-x$，

$\therefore \angle OPQ=\frac{1}{2}(180^0-x)=\frac{1}{2}x.$

又$\because \angle QCO=\angle CPO+\angle COP$，$\therefore 180^0-x=x+30^0$

解得$x=100^0$　即$\angle OCP=100^0$



（4）如图当P在OB的延长线上时，

$\because \angle OQC=\angle OCQ=x$，$\therefore \angle OQC=\angle QPO+\angle QOP$，

$\therefore \angle QPO=\frac{1}{2}\angle OQC=\frac{1}{2}x$，

又$\angle COA=\angle OCP+\angle CPO$，　解方程$30=x+\frac{1}{2}x$，

得到$x=20^0$　即$\angle OCP=20^0$