

2023-2024 学年安徽省滁州海亮学校高考适应性考试数学试卷

注意事项

1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 给甲、乙、丙、丁四人安排泥工、木工、油漆三项工作，每项工作至少一人，每人做且仅做一项工作，甲不能安排木工工作，则不同的安排方法共有（ ）

- A. 12 种 B. 18 种 C. 24 种 D. 64 种

2. 设集合 $A = \{1, 2, 6\}$, $B = \{-2, 2, 4\}$, $C = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 6\}$, 则 $(A \cup B) \cap C =$ ()

- A. $\{2\}$ B. $\{1, 2, 4\}$
C. $\{1, 2, 4, 6\}$ D. $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 5\}$

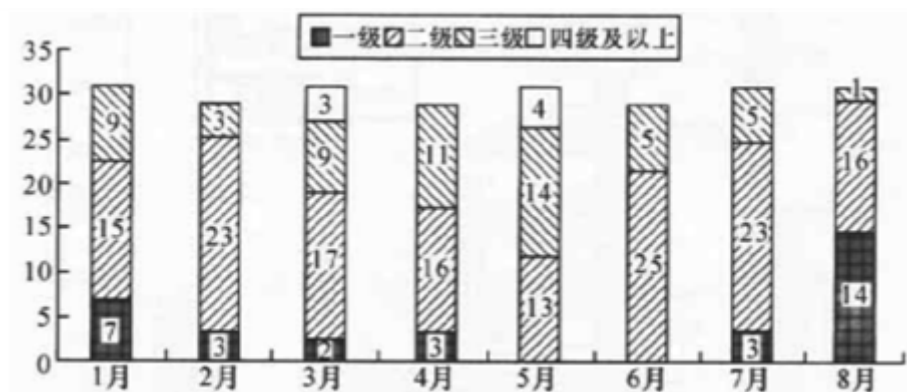
3. 等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，且 $a_3 a_8 + a_4 a_7 = 18$ ，则 $\log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \dots + \log_3 a_{10} =$ ()

- A. 12 B. 10 C. 8 D. $2 + \log_3 5$

4. 设 $f(x)$ 、 $g(x)$ 分别是定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数和偶函数，且 $f(x) + g(x) = (x+1)^2 - 2^{x+1}$ ，则 $f(1) - g(1) =$ ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 3

5. 随着人民生活水平的提高，对城市空气质量的关注度也逐步增大，下图是某城市 1 月至 8 月的空气质量检测情况，图中一、二、三、四级是空气质量等级，一级空气质量最好，一级和二级都是质量合格天气，下面叙述不正确的是（ ）



- A. 1 月至 8 月空气合格天数超过 20 天的月份有 5 个
B. 第二季度与第一季度相比，空气达标天数的比重下降了
C. 8 月是空气质量最好的一个月
D. 6 月份的空气质量最差.

6. 已知 $f(x) = 1 - 2\cos^2(\omega x + \frac{\pi}{3}) (\omega > 0)$. 给出下列判断:

①若 $f(x_1) = 1, f(x_2) = -1$, 且 $|x_1 - x_2|_{\min} = \pi$, 则 $\omega = 2$;

②存在 $\omega \in (0, 2)$ 使得 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到的图象关于 y 轴对称;

③若 $f(x)$ 在 $[0, 2\pi]$ 上恰有 7 个零点, 则 ω 的取值范围为 $[\frac{41}{24}, \frac{47}{24})$;

④若 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$ 上单调递增, 则 ω 的取值范围为 $(0, \frac{2}{3}]$.

其中, 判断正确的个数为 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$ 且 $a > b$, 则下列不等式成立的是 ()

A. $c - a < c - b$ B. $ac^2 > bc^2$ C. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ D. $\frac{b}{a} < 1$

8. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 点 P 是双曲线 C 上与 A_1, A_2 不重合的动点,

若 $k_{PA_1} k_{PA_2} = 3$, 则双曲线的离心率为 ()

A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 4 D. 2

9. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$, 直线 $y = k(x - \frac{p}{2}) (k > 0)$ 与 C 分别相交于点 A, M 与 C 的准线相交于点 N ,

若 $|AM| = |MN|$, 则 $k =$ ()

A. 3 B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{3}$

10. 已知 $\vec{a} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$, $\vec{b} = (\cos(-\alpha), \sin(-\alpha))$, 那么 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ 是 $\alpha = k\pi + \frac{\pi}{4} (k \in \mathbf{Z})$ 的 ()

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

11. 已知命题 $p: \forall x > 0, \ln(x+1) > 0$; 命题 $q: \text{若 } a > b, \text{ 则 } a^2 > b^2$, 下列命题为真命题的是 ()

A. $p \wedge q$ B. $p \wedge \neg q$ C. $\neg p \wedge q$ D. $\neg p \wedge \neg q$

12.

某装饰公司制作一种扇形板状装饰品，其圆心角为 120° ，并在扇形弧上正面等距安装 7 个发彩色光的小灯泡且在背面用导线相连(弧的两端各一个，导线接头忽略不计)，已知扇形的半径为 30 厘米，则连接导线最小大致需要的长度为 ()

- A. 58 厘米 B. 63 厘米 C. 69 厘米 D. 76 厘米

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 点 P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点且 $\vec{PB} + \vec{PC} = \vec{AP}$ ，在 $\triangle ABC$ 内任取一点，则此点取自 $\triangle PBC$ 内的概率是_____

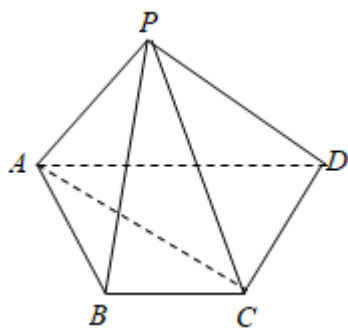
14. 在三棱锥 $S-ABC$ 中， SA, SB, SC 两两垂直且 $SA=SB=SC=2$ ，点 M 为 $S-ABC$ 的外接球上任意一点，则 $\vec{MA} \cdot \vec{MB}$ 的最大值为_____.

15. 已知 P 为椭圆 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ 上的一个动点， $A(-2,1), B(2,-1)$ ，设直线 AP 和 BP 分别与直线 $x=4$ 交于 M, N 两点，若 $\triangle ABP$ 与 $\triangle MNP$ 的面积相等，则线段 OP 的长为_____.

16. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geq 3 \\ y \leq 3x-1 \\ x \leq 2 \end{cases}$ ，则 $z = \frac{y}{x}$ 的最小值为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是梯形. $BC \parallel AD, AB=BC=CD=1, AD=2$, $PB = \frac{\sqrt{13}}{2}$, $PA=PC=\sqrt{3}$



(I) 证明: $AC \perp BP$;

(II) 求直线 AD 与平面 APC 所成角的正弦值.

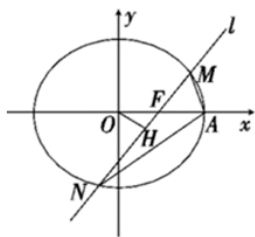
18. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中， A, B, C 的对应边分别为 a, b, c ，已知 $a=2$, $c=2\sqrt{3}$, $\cos C = -\frac{1}{2}$.

(1) 求 A ;

(2) 设 M 为 BC 中点，求 AM 的长.

19. (12 分) 如图，已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $\left(-\sqrt{2}, \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$ ，且离心率 $e = \frac{1}{2}$ ，过右焦点 F 且不与坐标

轴垂直的直线 l 与椭圆 C 相交于 M, N 两点.

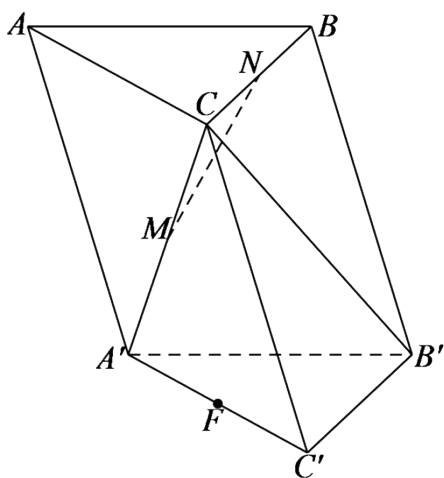


(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 设椭圆 C 的右顶点为 A , 线段 MN 的中点为 H , 记直线 OH, AM, AN 的斜率分别为 k_0, k_1, k_2 , 求证: $\frac{k_1 + k_2}{k_0}$

为定值.

20. (12 分) 如图, 在三棱柱 $ABC - A'B'C'$ 中, M, N, F 分别是 $A'C, BC, A'C'$ 的中点.



(1) 证明: $MN \parallel$ 平面 CFB' ;

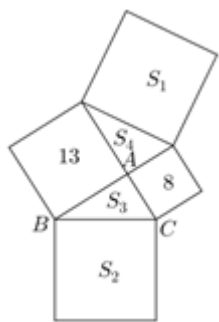
(2) 若底面 $A'B'C'$ 是正三角形, $A'C' = 1$, C 在底面的投影为 F , 求 B' 到平面 $AA'C'C$ 的距离.

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{\sin x}{x}$, $g(x) = x \cdot \cos x - \sin x$.

(I) 判断函数 $g(x)$ 在区间 $(0, 3\pi)$ 上零点的个数, 并证明;

(II) 函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 3\pi)$ 上的极值点从小到大分别为 x_1, x_2 , 证明: $f(x_1) + f(x_2) < 0$

22. (10 分) 某市计划在一片空地上建一个集购物、餐饮、娱乐为一体的大型综合园区, 如图, 已知两个购物广场的占地都呈正方形, 它们的面积分别为 13 公顷和 8 公顷; 美食城和欢乐大世界的占地也都呈正方形, 分别记它们的面积为 S_1 公顷和 S_2 公顷; 由购物广场、美食城和欢乐大世界围成的两块公共绿地都呈三角形, 分别记它们的面积为 S_3 公顷和 S_4 公顷.



(1) 设 $\angle BAC = \theta$ ，用关于 θ 的函数 $S(\theta)$ 表示 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ ，并求 $S(\theta)$ 在区间 $(0, \pi)$ 上的最大值的近似值（精确到 0.001 公顷）；

(2) 如果 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 52$ ，并且 $S_1 < S_2$ ，试分别求出 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 的值。

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

根据题意，分 2 步进行分析：①，将 4 人分成 3 组，②，甲不能安排木工工作，甲所在的一组只能安排给泥工或油漆，将剩下的 2 组全排列，安排其他的 2 项工作，由分步计数原理计算可得答案。

【详解】

解：根据题意，分 2 步进行分析：

①，将 4 人分成 3 组，有 $C_4^2 = 6$ 种分法；

②，甲不能安排木工工作，甲所在的一组只能安排给泥工或油漆，有 2 种情况，

将剩下的 2 组全排列，安排其他的 2 项工作，有 $A_2^2 = 2$ 种情况，

此时有 $2 \times 2 = 4$ 种情况，

则有 $6 \times 4 = 24$ 种不同的安排方法；

故选：C。

【点睛】

本题考查排列、组合的应用，涉及分步计数原理的应用，属于基础题。

2、B

【解析】

直接进行集合的并集、交集的运算即可.

【详解】

解: $A \cup B = \{-2, 1, 2, 4, 6\}$;

$\therefore (A \cup B) \cap C = \{1, 2, 4\}$.

故选: B.

【点睛】

本题主要考查集合描述法、列举法的定义, 以及交集、并集的运算, 是基础题.

3、B

【解析】

由等比数列的性质求得 $a_1 a_{10}$, 再由对数运算法则可得结论.

【详解】

$\because$ 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, $\therefore a_3 a_8 + a_4 a_7 = 2a_1 a_{10} = 18$, $a_1 a_{10} = 9$,

$\therefore \log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \dots + \log_3 a_{10} = \log_3 (a_1 a_2 \dots a_{10}) = \log_3 (a_1 a_{10})^5 = 5 \log_3 9 = 10$.

故选: B.

【点睛】

本题考查等比数列的性质, 考查对数的运算法则, 掌握等比数列的性质是解题关键.

4、C

【解析】

先根据奇偶性, 求出 $f(x) - g(x)$ 的解析式, 令 $x = 1$, 即可求出.

【详解】

因为 $f(x)$ 、 $g(x)$ 分别是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数和偶函数, $f(x) + g(x) = (x+1)^2 - 2^{x+1}$, 用 $-x$ 替换 x , 得

$$f(-x) + g(-x) = (-x+1)^2 - 2^{-x+1},$$

化简得 $-f(x) + g(x) = (x-1)^2 - 2^{-x+1}$, 即 $f(x) - g(x) = 2^{-x+1} - (x-1)^2$

令 $x = 1$, 所以 $f(1) - g(1) = 2^0 - 0 = 1$, 故选 C.

【点睛】

本题主要考查函数性质奇偶性的应用.

5、D

【解析】

由图表可知5月空气质量合格天气只有13天，5月份的空气质量最差。故本题答案选D。

6、B

【解析】

对函数 $f(x)$ 化简可得 $f(x) = \sin(2\omega x + \frac{\pi}{6})$ ，进而结合三角函数的最值、周期性、单调性、零点、对称性及平移变换，对四个命题逐个分析，可选出答案。

【详解】

因为 $f(x) = 1 - 2\cos^2(\omega x + \frac{\pi}{3}) = -\cos(2\omega x + \frac{2\pi}{3}) = \sin(2\omega x + \frac{\pi}{6})$ ，所以周期 $T = \frac{2\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{\omega}$ 。

对于①，因为 $|x_1 - x_2|_{\min} = \pi = \frac{1}{2}T$ ，所以 $T = 2\pi = \frac{\pi}{\omega}$ ，即 $\omega = \frac{1}{2}$ ，故①错误；

对于②，函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到的函数为 $y = \sin(2\omega x - \frac{\omega\pi}{3} + \frac{\pi}{6})$ ，其图象关于 y 轴对称，则 $-\frac{\omega\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ ，解得 $\omega = -1 - 3k (k \in \mathbb{Z})$ ，故对任意整数 k ， $\omega \notin (0, 2)$ ，所以②错误；

对于③，令 $f(x) = \sin(2\omega x + \frac{\pi}{6}) = 0$ ，可得 $2\omega x + \frac{\pi}{6} = k\pi (k \in \mathbb{Z})$ ，则 $x = \frac{k\pi}{2\omega} - \frac{\pi}{12\omega}$ ，

因为 $f(0) = \sin \frac{\pi}{6} > 0$ ，所以 $f(x)$ 在 $[0, 2\pi]$ 上第1个零点 $x_1 > 0$ ，且 $x_1 = \frac{\pi}{2\omega} - \frac{\pi}{12\omega}$ ，所以第7个零点

$x_7 = \frac{\pi}{2\omega} - \frac{\pi}{12\omega} + 3T = \frac{\pi}{2\omega} - \frac{\pi}{12\omega} + \frac{3\pi}{\omega} = \frac{41\pi}{12\omega}$ ，若存在第8个零点 x_8 ，则

$x_8 = \frac{\pi}{2\omega} - \frac{\pi}{12\omega} + \frac{7}{2}T = \frac{\pi}{2\omega} - \frac{\pi}{12\omega} + \frac{7\pi}{2\omega} = \frac{47\pi}{12\omega}$ ，

所以 $x_7 \leq 2\pi < x_8$ ，即 $\frac{41\pi}{12\omega} \leq 2\pi < \frac{47\pi}{12\omega}$ ，解得 $\frac{41}{24} \leq \omega < \frac{47}{24}$ ，故③正确；

对于④，因为 $f(0) = \sin \frac{\pi}{6}$ ，且 $0 \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$ ，所以 $\begin{cases} 2\omega(-\frac{\pi}{6}) + \frac{\pi}{6} \geq -\frac{\pi}{2} \\ 2\omega \times \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$ ，解得 $\omega \leq \frac{2}{3}$ ，又 $\omega > 0$ ，所以

$0 < \omega \leq \frac{2}{3}$ ，故④正确。

故选：B。

【点睛】

本题考查三角函数的恒等变换，考查三角函数的平移变换、最值、周期性、单调性、零点、对称性，考查学生的计算求解能力与推理能力，属于中档题。

7、A

【解析】

A 项，由 $a > b$ 得到 $-a < -b$ ，则 $c - a < c - b$ ，故 A 项正确；

B 项, 当 $c=0$ 时, 该不等式不成立, 故 B 项错误;

C 项, 当 $a=1, b=-2$ 时, $1 > -\frac{1}{2}$, 即不等式 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 不成立, 故 C 项错误;

D 项, 当 $a=-1, b=-2$ 时, $\frac{b}{a} = 2 > 1$, 即不等式 $\frac{b}{a} < 1$ 不成立, 故 D 项错误.

综上所述, 故选 A.

8、D

【解析】

设 $P(x_0, y_0)$, $A_1(-a, 0)$, $A_2(a, 0)$, 根据 $k_{PA_1} k_{PA_2} = 3$ 可得 $y_0^2 = 3x_0^2 - 3a^2$ ①, 再根据又 $\frac{x_0^2}{a^2} - \frac{y_0^2}{b^2} = 1$ ②, 由①②可

得 $(b^2 - 3a^2)x_0^2 = a^2(b^2 - 3a^2)$, 化简可得 $c = 2a$, 即可求出离心率.

【详解】

解: 设 $P(x_0, y_0)$, $A_1(-a, 0)$, $A_2(a, 0)$,

$$\because k_{PA_1} k_{PA_2} = 3,$$

$$\therefore \frac{y_0}{x_0 + a} \cdot \frac{y_0}{x_0 - a} = 3, \text{ 即 } y_0^2 = 3x_0^2 - 3a^2, \text{ ①}$$

$$\text{又 } \frac{x_0^2}{a^2} - \frac{y_0^2}{b^2} = 1, \text{ ②,}$$

$$\text{由①②可得 } (b^2 - 3a^2)x_0^2 = a^2(b^2 - 3a^2),$$

$$\because x_0 \neq \pm a,$$

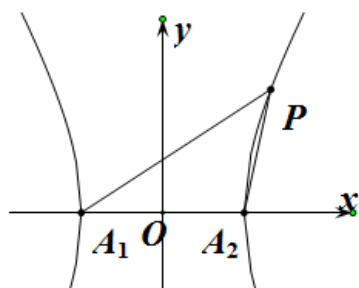
$$\therefore b^2 - 3a^2 = 0,$$

$$\therefore b^2 = 3a^2 = c^2 - a^2,$$

$$\therefore c = 2a,$$

$$\text{即 } e = 2,$$

故选: D.



【点睛】

本题考查双曲线的方程和性质，考查了斜率的计算，离心率的求法，属于基础题和易错题.

9、C

【解析】

根据抛物线的定义以及三角形的中位线，斜率的定义表示即可求得答案.

【详解】

显然直线 $y = k\left(x - \frac{p}{2}\right) (k > 0)$ 过抛物线的焦点 $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

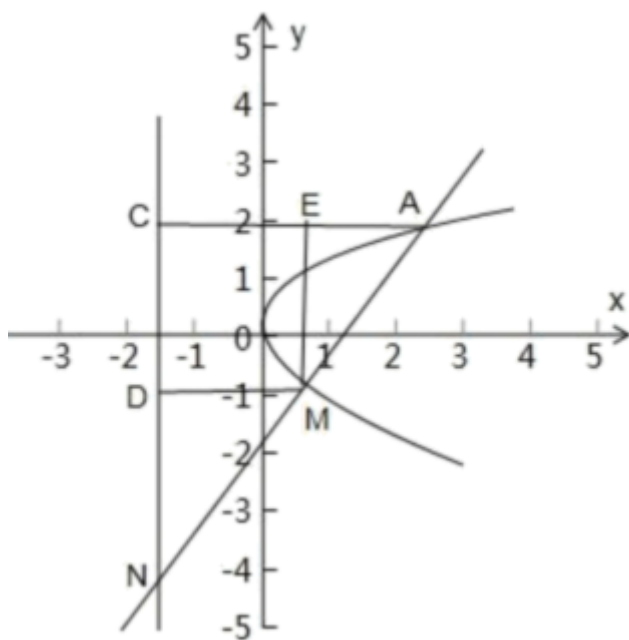
如图，过 A, M 作准线的垂直，垂足分别为 C, D ，过 M 作 AC 的垂线，垂足为 E

根据抛物线的定义可知 $MD = MF$ ， $AC = AF$ ，又 $AM = MN$ ，所以 M 为 AN 的中点，所以 MD 为三角形 NAC 的中位线，

故 $MD = CE = EA = \frac{1}{2} AC$

设 $MF = t$ ，则 $MD = t$ ， $AF = AC = 2t$ ，所以 $AM = 3t$ ，在直角三角形 AEM 中， $ME = \sqrt{AM^2 - AE^2} = \sqrt{9t^2 - t^2} = 2\sqrt{2}t$

所以 $k = \tan \angle MAE = \frac{ME}{AE} = \frac{2\sqrt{2}t}{t} = 2\sqrt{2}$



故选：C

【点睛】

本题考查求抛物线的焦点弦的斜率，常见于利用抛物线的定义构建关系，属于中档题.

10、B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/028075112137006055>