

考试题

副标题

考试时间: **分钟 满分: **分

注意事项:

- 1、填写答题卡的内容用 2B 铅笔填写
- 2、提前 xx 分钟收取答题卡

一、选择题 (共 8 题)

- 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4 < 0\}, B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B = ()$
 A. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. \emptyset D. $\{x | -2 < x < 2\}$
- 已知复数 $z = (a + bi)i (a, b \in \mathbb{R}, i$ 为虚数单位) 的共轭复数为 \bar{z} , 则“ \bar{z} 为纯虚数”的充分必要条件为 ()
 A. $a^2 + b^2 \neq 0$ B. $ab = 0$ C. $a = 0, b \neq 0$ D. $a \neq 0, b = 0$
- 已知非零向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $\vec{a} \perp \vec{b}, |\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = \sqrt{2}$, 若 $|\lambda\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{6}$, 则实数 λ 的值为 ()
 A. 1 或 -1 B. 2 或 -2 C. 1 或 2 D. -1 或 2
- 已知函数 $f(x) = \log_a(-x^2 + ax + 3) (a > 1)$, 若 $f(x)$ 在区间 $(1, 2)$ 上单调递增, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $(1, 2)$ B. $(1, 2]$ C. $(1, 4]$ D. $[4, +\infty)$
- 已知 m, n 是两条不同的直线, α, β, γ 是三个不同的平面. 下列说法中正确的是 ()
 A. 若 $m \parallel \alpha, m \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$
 B. 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$
 C. 若 $\alpha \perp \beta, \beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \parallel \gamma$
 D. 若 $m \perp \alpha, m \perp \beta, \alpha \parallel \gamma$, 则 $\beta \parallel \gamma$

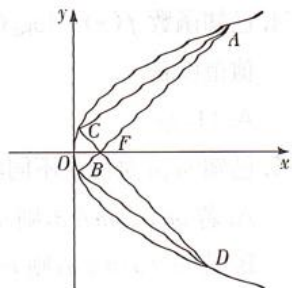
保密★启用前

D. 产品定价 x 与销量 y 的相关系数 $r \approx -0.99$

参考公式:
$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

参考数据: $\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = 2.5, \sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2 = 26, \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -8\sqrt{65} \approx 8.06$

10. 已知抛物线 $\Gamma: y^2 = 2px (p > 0)$ 过点 $P(2, 2\sqrt{2})$, 其焦点为 F , 过点 F 作两条互相垂直的直线 l_1, l_2 , 直线 l_1 与抛物线 Γ 相交于 A, B 两点, 直线 l_2 与 Γ 相交于 C, D 两点(如图所示), 则下列结论正确的是 ()



- A. 抛物线 Γ 的方程为 $y^2 = 4x$
- B. 抛物线 Γ 的准线方程为 $x = -2$
- C. $\triangle ACF$ 和 $\triangle BFD$ 面积之和的最小值为 7
- D. $\triangle ACF$ 和 $\triangle BFD$ 面积之和的最小值为 8

11. 已知定义在实数集 \mathbf{R} 上的函数 $f'(x)$ 的图象关于点 $(1, 0)$ 中心对称, 函数 $g(x) = (x-1)f(x)$, 且函数 $g(x)$ 在 $(-\infty, 1]$ 上单调递减, 函数 $f(x), g(x)$ 的导函数分别是 $f'(x), g'(x)$, 则下列结论正确的是 ()

- A. 函数 $f'(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称
- B. $g(x)$ 的图象关于点 $(1, 0)$ 对称
- C. 若 $g'(-1) = -2$, 则 $g'(3) = 2$
- D. $g(\sqrt{e}) > g(1 - \ln 1.5) > 0$

三、填空题 (共 3 题)

保密★启用前

17. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右顶点为 A_2 , 双曲线 C 的左、右焦点分别为

F_1, F_2 , 且 $|F_1F_2| = 4$, 双曲线 C 的一条渐近线方程为 $y = \sqrt{3}x$.

(1) 求双曲线 C 的标准方程;

(2) 已知过点 $P(1, 4)$ 的直线与双曲线 C 右支交于 A, B 两点, 点 Q 在线段 AB 上, 若存在实数 $\lambda (\lambda > 0$ 且 $\lambda \neq 1)$, 使得 $\overline{AP} = -\lambda \overline{PB}, \overline{AQ} = \lambda \overline{QB}$, 证明: 直线 A_2Q 的斜率为定值.

18. 某电竞平台开发了 A, B 两款训练手脑协同能力的游戏, A 款游戏规则是: 五关竞击有奖闯关, 每位玩家上一关通过才能进入下一关, 上一关没有通过则不能进入下一关, 且每关第一次没有通过都有再挑战一次的机会, 两次均未通过, 则闯关失败, 各关和同一关的两次挑战能否通过相互独立, 竞击的五关分别依据其难度赋分. B 款游戏规则是: 共设计了

$n (n \in \mathbf{N}^+, \text{且 } n \geq 2)$ 关, 每位玩家都有 n 次闯关机会, 每关闯关成功的概率为 $\frac{1}{3}$, 不成功的概率为 $\frac{2}{3}$, 每关闯关成功与否相互独立; 第 1 次闯关时, 若闯关成功则得 10 分, 否则得 5 分.

从第 2 次闯关开始, 若闯关成功则获得上一次闯关得分的两倍, 否则得 5 分. 电竞游戏玩家甲先后玩 A, B 两款游戏.

(1) 电竞游戏玩家甲玩 A 款游戏, 若第一关通过的概率为 $\frac{3}{4}$, 第二关通过的概率为 $\frac{2}{3}$, 求甲可以进入第三关的概率;

(2) 电竞游戏玩家甲玩 B 款游戏, 记玩家甲第 i 次闯关获得的分数为 $X_i (i = 1, 2, \dots, n)$, 求 $E(X_i)$ 关于 i 的解析式, 并求 $E(X_8)$ 的值. (精确到 0.1, 参考数据: $(\frac{2}{3})^7 \approx 0.059$.)

19. 已知函数 $f(x) = x \ln x + ax$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与直线 $x + 2y + 2 = 0$ 垂直.

(1) 求实数 a 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[\frac{1}{e^4}, e^2]$ 的最大值和最小值;

(3) 证明: $f(x) \geq x^2 - e^{x-2}$.

保密★启用前

【答案区】

1. 【答案】B

【解析】【解答】解：因为 $A = \{x | -2 < x < 2\}$ ， 又 $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ，

所以 $A \cap B = \{-1, 0, 1\}$.

故选：B.

【分析】本题考查集合的交集运算.先解一元二次不等式求出集合 A ， 再根据集合交集的定义可求出答案.

2. 【答案】D

【解析】【解答】解：因为 $z = (a + bi)i = -b + ai (a, b \in \mathbb{R})$ ，

由 $\bar{z} = -b - ai$ 为纯虚数，即 $-b = 0$ 且 $-a \neq 0$ ， 即 $a \neq 0$ 且 $b = 0$.

故选：D.

【分析】本题考查复数的乘法运算，共轭复数的定义，纯虚数的定义.先利用复数的乘法运算求出 z ， 再根据共轭复数的定义求出 \bar{z} ， 利用纯虚数的定义可列出方程组，解方程组可求出答案.

3. 【答案】A

【解析】【解答】解：由 $|\lambda \vec{a} - \vec{b}|^2 = \lambda^2 \vec{a}^2 - 2\lambda \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 6 \Rightarrow 4\lambda^2 + 2 = 6 \Rightarrow \lambda = \pm 1$ ，

故选：A.

【分析】本题考查平面向量的数量积.先对 $|\lambda \vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{6}$ 两边同时平方，利用完全平方公式进行展开，再利用平面向量数量积的运算，结合平面向量垂直的表示可列出方程，解方程可求出实数 λ 的值.

4. 【答案】D

【解析】【解答】解：令函数 $g(x) = -x^2 + ax + 3 = -\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{4} + 3$ ，

该函数在 $\left(-\infty, \frac{a}{2}\right)$ 上单调递增，在 $\left(\frac{a}{2}, +\infty\right)$ 上单调递减.

当 $a > 1$ 时，要使 $f(x)$ 在 $(1, 2)$ 上单调递增，则 $g(x)$ 在 $(1, 2)$ 上单调递增，

且 $x \in (1, 2)$ 时， $g(x) > 0$ ， 故 $\begin{cases} \frac{a}{2} \geq 2, \\ g(1) = -1^2 + a + 3 \geq 0 \end{cases}$ ， 解得 $a \geq 4$.

保密★启用前

7. 【答案】A

【解析】【解答】解：依题意，将6本相同的数学书和2本相同的语文书随机排成一排，即从8个空位中选2个位置放语文书，剩余6个位置放数学书，摆放种数为： $C_8^2 = 28$ 种；

利用插空法，6本数学书之间共有7个位置可以放2本语文书，摆放种数为： $C_7^2 = 21$ 种，

由古典概型概率的计算公式得： $\frac{21}{28} = \frac{3}{4}$ 。

故选：A.

【分析】本题考查排列组合的实际应用.先求出6本相同的数学书和2本相同的语文书摆放的种数，再用插空法求出2本语文书不相邻的摆放种数，利用古典概型概率的计算公式进行计算可求出答案.

8. 【答案】A

【解析】【解答】解：设过A, B, P三点的圆的圆心为M，且M(0, t)，

由于 $\angle AMB = 2\angle APB$ ，故 $\angle AMB$ 最大，则 $\angle APB$ 最大，

只需要圆M与圆C相切于点P时， $\angle APB$ 最大，

则有 $\sqrt{t^2+1} + \sqrt{2} = \sqrt{4+(t-3)^2} \Rightarrow 7t^2 - 30t + 23 = 0 \Rightarrow t = 1$ 或 $t = \frac{23}{7}$ (舍去)，

$\therefore t = 1$ ，

所以M(0, 1), A(-1, 0), C(2, 3)，易知此时A, M, P, C四点共线，

此时 $\angle MAB = 45^\circ$, $\therefore \angle MBA = 45^\circ$ ，进而 $\angle AMB = 90^\circ$ ，故

$\tan \angle APB = \tan \frac{1}{2} \angle AMB = \tan 45^\circ = 1$ ，

故选：A.

【分析】本题考查圆与圆的位置关系.先设过A, B, P三点的圆的圆心为M，且

M(0, t)，根据圆心角与圆周角的关系可得 $\angle AMB$ 最大，则 $\angle APB$ 最大，利用两圆外

切时可列出关于t的方程，解方程可求出圆心M(0, 1)，利用三点共线结合角的运算可推

出 $\angle AMB = 90^\circ$ ，据此可求出答案.

9. 【答案】A, C, D

【解析】【解答】解：A.由题可得 $\bar{x} = \frac{1}{5}(9+9.5+10+10.5+11) = 10$ ，故A正确；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/035130110011011222>