

云南省普洱市 2023-2024 学年数学高三上期末复习检测试题

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $CA=CC_1=2CB$, $AC \perp BC$, 则直线 BC_1 与 AB_1 所成的角的余弦值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

2. 若 $0 < a < b < 1$, 则 a^b , b^a , $\log_b a$, $\log_{\frac{1}{a}} b$ 的大小关系为 ()

- A. $a^b > b^a > \log_b a > \log_{\frac{1}{a}} b$ B. $b^a > a^b > \log_{\frac{1}{a}} b > \log_b a$
C. $\log_b a > a^b > b^a > \log_{\frac{1}{a}} b$ D. $\log_b a > b^a > a^b > \log_{\frac{1}{a}} b$

3. 已知集合 $A = \{x | \log_2(x-1) < 2\}$, $B = N$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{2,3,4,5\}$ B. $\{2,3,4\}$ C. $\{1,2,3,4\}$ D. $\{0,1,2,3,4\}$

4. 以下关于 $f(x) = \sin 2x - \cos 2x$ 的命题, 正确的是

A. 函数 $f(x)$ 在区间 $\left(0, \frac{2\pi}{3}\right)$ 上单调递增

B. 直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 需是函数 $y = f(x)$ 图象的一条对称轴

C. 点 $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ 是函数 $y = f(x)$ 图象的一个对称中心

D. 将函数 $y = f(x)$ 图象向左平移需 $\frac{\pi}{8}$ 个单位, 可得到 $y = \sqrt{2} \sin 2x$ 的图象

5. 已知复数 $z = (1+i)(3-i)$ (i 为虚数单位), 则 z 的虚部为 ()

- A. 2 B. $2i$ C. 4 D. $4i$

6. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = e^x + x$, 则 $a = f(-2^{\frac{3}{2}})$, $b = f(\log_2 9)$, $c = f(\sqrt{5})$ 的大小关系为 ()

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > a > c$ D. $b > c > a$

7.

小明有3本作业本，小波有4本作业本，将这7本作业本混放在一起，小明从中任取两本.则他取到的均是自己的作业本的概率为()

- A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{2}{7}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{18}{35}$

8. 已知实数 x, y 满足线性约束条件 $\begin{cases} x \geq 1 \\ x + y \geq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \end{cases}$, 则 $\frac{y+1}{x}$ 的取值范围为 ()

- A. $(-2, -1]$ B. $(-1, 4]$ C. $[-2, 4)$ D. $[0, 4]$

9. 已知函数 $f(x) = 4\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$, $x \in \left[0, \frac{13}{3}\pi\right]$, 若函数 $F(x) = f(x) - 3$ 的所有零点依次记为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, 且

$x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n$, 则 $x_1 + 2x_2 + 2x_3 + \dots + 2x_{n-1} + x_n =$ ()

- A. $\frac{50\pi}{3}$ B. 21π C. $\frac{100\pi}{3}$ D. 42π

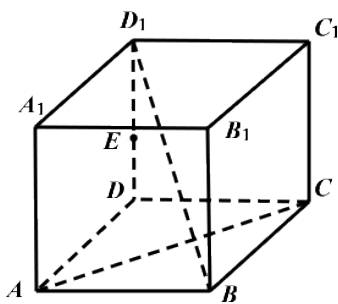
10. 若向量 $\vec{m} = (0, -2)$, $\vec{n} = (\sqrt{3}, 1)$, 则与 $2\vec{m} + \vec{n}$ 共线的向量可以是 ()

- A. $(\sqrt{3}, -1)$ B. $(-1, \sqrt{3})$ C. $(-\sqrt{3}, -1)$ D. $(-1, -\sqrt{3})$

11. 在明代程大位所著的《算法统宗》中有这样一首歌谣，“放牧人粗心大意，三畜偷偷吃苗青，苗主扣住牛马羊，要求赔偿五斗粮，三畜户主愿赔偿，牛马羊吃得异样。马吃了牛的一半，羊吃了马的一半。”请问各畜赔多少？它的大意是放牧人放牧时粗心大意，牛、马、羊偷吃青苗，青苗主人扣住牛、马、羊向其主人要求赔偿五斗粮食（1斗=10升），三畜的主人同意赔偿，但牛、马、羊吃的青苗量各不相同。马吃的青苗是牛的一半，羊吃的青苗是马的一半。问羊、马、牛的主人应该分别向青苗主人赔偿多少升粮食？ ()

- A. $\frac{25}{7}, \frac{50}{7}, \frac{100}{7}$ B. $\frac{25}{14}, \frac{25}{7}, \frac{50}{7}$ C. $\frac{100}{7}, \frac{200}{7}, \frac{400}{7}$ D. $\frac{50}{7}, \frac{100}{7}, \frac{200}{7}$

12. 如图，点 E 是正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱 DD_1 的中点，点 F, M 分别在线段 AC, BD_1 (不包含端点) 上运动，则 ()



- A. 在点 F 的运动过程中，存在 $EF \parallel BC_1$
 B. 在点 M 的运动过程中，不存在 $B_1M \perp AE$
 C. 四面体 $EMAC$ 的体积为定值

D. 四面体 FA_1C_1B 的体积不为定值

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线与准线的一个交点坐标为 $(1, \sqrt{3})$ ，则双曲线的焦距为_____。

14. 设 $f(x)$ 为偶函数，且当 $x \in (-2, 0]$ 时， $f(x) = -x(x+2)$ ；当 $x \in [2, +\infty)$ 时， $f(x) = (a-x)(x-2)$ 。关于函数 $g(x) = f(x) - m$ 的零点，有下列三个命题：

- ①当 $a = 4$ 时，存在实数 m ，使函数 $g(x)$ 恰有 5 个不同的零点；
- ②若 $\forall m \in [0, 1]$ ，函数 $g(x)$ 的零点不超过 4 个，则 $a \leq 2$ ；
- ③对 $\forall m \in (1, +\infty)$ ， $\exists a \in (4, +\infty)$ ，函数 $g(x)$ 恰有 4 个不同的零点，且这 4 个零点可以组成等差数列。

其中，正确命题的序号是_____。

15. 连续掷两次骰子，分别得到的点数作为点 P 的坐标，则点 P 落在圆 $x^2 + y^2 = 19$ 内的概率为_____。

16. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geq a \\ x-y \leq -1 \end{cases}$ ，且 $z = x+ay$ 的最小值为 7，则 $a =$ _____。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 某商场为改进服务质量，随机抽取了 200 名进场购物的顾客进行问卷调查。调查后，就顾客“购物体验”的满意度统计如下：

	满意	不满意
男	40	40
女	80	40

(1) 是否有 97.5% 的把握认为顾客购物体验的满意度与性别有关？

(2) 为答谢顾客，该商场对某款价格为 100 元/件的商品开展促销活动。据统计，在此期间顾客购买该商品的支付情况如下：

支付方式	现金支付	购物卡支付	APP 支付
频率	10%	30%	60%
优惠方式	按 9 折支付	按 8 折支付	其中有 1/3 的顾客按 4 折支付，1/2 的顾客按 6 折支付，1/6 的顾客按 8 折支付

将上述频率作为相应事件发生的概率，记某顾客购买一件该促销商品所支付的金额为 X ，求 X 的分布列和数学期望。

附表及公式: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

18. (12分) 已知函数 $f(x) = ae^x - x^2$.

(1) 若曲线 $f(x)$ 存在与 y 轴垂直的切线, 求 a 的取值范围.

(2) 当 $a \geq 1$ 时, 证明: $f(x) \geq 1 + x - \frac{3}{2}x^2$.

19. (12分) 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \cos \alpha \\ y = \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \cos^2 \theta = 4 \sin \theta$.

(1) 求曲线 C_1 的极坐标方程和曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 过原点且倾斜角为 α ($\frac{\pi}{4} \leq \alpha < \frac{\pi}{3}$) 的射线 l 与曲线 C_1, C_2 分别交于 A, B 两点 (异于原点), 求 $|OA| \cdot |OB|$ 的取值范围.

20. (12分) 已知函数 $f(x) = x^3 - x^2 - (a-16)x$, $g(x) = a \ln x$, $a \in \mathbb{R}$. 函数 $h(x) = \frac{f(x)}{x} - g(x)$ 的导函数 $h'(x)$

在 $[\frac{5}{2}, 4]$ 上存在零点.

(1) 求实数 a 的取值范围;

(2) 若存在实数 a , 当 $x \in [0, b]$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 时取得最大值, 求正实数 b 的最大值;

(3) 若直线 l 与曲线 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 都相切, 且 l 在 y 轴上的截距为 -12 , 求实数 a 的值.

21. (12分) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 4 \cos \alpha \\ y = 2 \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 将曲线 C 上各点纵坐标伸长到

原来的 2 倍 (横坐标不变) 得到曲线 C_1 , 以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴, 建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $4\rho \cos \theta + 3\rho \sin \theta - 25 = 0$.

(1) 写出 C_1 的极坐标方程与直线 l 的直角坐标方程;

(2) 曲线 C_1 上是否存在不同的两点 $M(4, \theta_1)$, $N(4, \theta_2)$ (以上两点坐标均为极坐标, $0 < \theta_1 < 2\pi$, $0 < \theta_2 < 2\pi$),

使点 M 、 N 到 l 的距离都为 3? 若存在, 求 $|\theta_1 - \theta_2|$ 的值; 若不存在, 请说明理由.

22. (10 分) 一种游戏的规则为抛掷一枚硬币, 每次正面向上得 2 分, 反面向上得 1 分.

(1) 设抛掷 4 次的得分为 X , 求变量 X 的分布列和数学期望.

(2) 当游戏得分为 $n(n \in \mathbb{N}^*)$ 时, 游戏停止, 记得 n 分的概率和为 Q_n , $Q_1 = \frac{1}{2}$.

①求 Q_2 ;

②当 $n \in \mathbb{N}^*$ 时, 记 $A_n = Q_{n+1} + \frac{1}{2}Q_n$, $B_n = Q_{n+1} - Q_n$, 证明: 数列 $\{A_n\}$ 为常数列, 数列 $\{B_n\}$ 为等比数列.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、A

【解析】

设 $CA = CC_1 = 2CB = 2$, 延长 A_1B_1 至 D , 使得 $A_1B_1 = B_1D$, 连 BD, C_1D , 可证 $AB_1 // BD$, 得到 $\angle C_1BD$ (或补角)

为所求的角, 分别求出 BC_1, AB_1, C_1D , 解 $\triangle C_1BD$ 即可.

【详解】

设 $CA = CC_1 = 2CB = 2$, 延长 A_1B_1 至 D , 使得 $A_1B_1 = B_1D$,

连 BD, C_1D , 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB // A_1B_1, AB = A_1B_1$,

$\therefore AB // B_1D, AB = B_1D$, 四边形 $ABDB_1$ 为平行四边形,

$\therefore AB_1 // BD$, $\therefore \angle C_1BD$ (或补角) 为直线 BC_1 与 AB_1 所成的角,

在 $Rt\triangle BCC_1$ 中, $BC_1 = \sqrt{CC_1^2 + BC^2} = \sqrt{5}$,

在 $Rt\triangle A_1B_1C_1$ 中, $A_1B_1 = \sqrt{A_1C_1^2 + B_1C_1^2} = \sqrt{5}, \cos \angle B_1A_1C_1 = \frac{2}{\sqrt{5}}$,

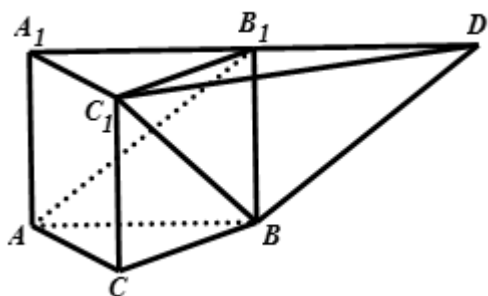
在 $\triangle A_1C_1D$ 中,

$$C_1D^2 = A_1C_1^2 + A_1D^2 - 2A_1C_1 \cdot A_1D \cos \angle B_1A_1C_1 = 4 + 20 - 16 = 8,$$

在 $Rt\triangle AA_1B_1$ 中, $AB_1 = \sqrt{AA_1^2 + A_1B_1^2} = 3, \therefore BD = AB_1 = 3,$

$$\text{在 } \triangle BC_1D \text{ 中, } \cos \angle C_1BD = \frac{BC_1^2 + BD^2 - C_1D^2}{2BC_1 \cdot BD} = \frac{5 + 9 - 8}{6\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

故选: A.



【点睛】

本题考查异面直线所成的角, 要注意几何法求空间角的步骤“做”“证”“算”缺一不可, 属于中档题.

2、D

【解析】

因为 $0 < a < b < 1$, 所以 $1 > b^a > a^a > a^b > 0$,

因为 $\log_b a > \log_b b > 1$, $0 < a < 1$, 所以 $\frac{1}{a} > 1, \log_{\frac{1}{a}} b < 0$.

综上 $\log_b a > b^a > a^b > \log_{\frac{1}{a}} b$; 故选 D.

3、B

【解析】

解对数不等式可得集合 A, 由交集运算即可求解.

【详解】

集合 $A = \{x | \log_2(x-1) < 2\}$, 解得 $A = \{x | 1 < x < 5\}$,

$$B = N,$$

由集合交集运算可得 $A \cap B = \{x | 1 < x < 5\} \cap N = \{2, 3, 4\}$,

故选: B.

【点睛】

本题考查了集合交集的简单运算, 对数不等式解法, 属于基础题.

4、D

【解析】

利用辅助角公式化简函数得到 $f(x) = \sqrt{2} \sin(2x - \frac{\pi}{4})$ ，再逐项判断正误得到答案.

【详解】

$$f(x) = \sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2} \sin(2x - \frac{\pi}{4})$$

A 选项, $x \in (0, \frac{2\pi}{3}) \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{4} \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{13\pi}{12})$ 函数先增后减, 错误

B 选项, $x = \frac{\pi}{8} \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = 0$ 不是函数对称轴, 错误

C 选项, $x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$, 不是对称中心, 错误

D 选项, 图象向左平移需 $\frac{\pi}{8}$ 个单位得到 $y = \sqrt{2} \sin(2(x + \frac{\pi}{8}) - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \sin 2x$, 正确

故答案选 D

【点睛】

本题考查了三角函数的单调性, 对称轴, 对称中心, 平移, 意在考查学生对于三角函数性质的综合应用, 其中化简三角函数是解题的关键.

5、A

【解析】

对复数 z 进行乘法运算, 并计算得到 $z = 4 + 2i$, 从而得到虚部为 2.

【详解】

因为 $z = (1+i)(3-i) = 4 + 2i$, 所以 z 的虚部为 2.

【点睛】

本题考查复数的四则运算及虚部的概念, 计算过程要注意 $i^2 = -1$.

6、C

【解析】

根据函数的奇偶性得 $a = f(-2^{\frac{3}{2}}) = f(2^{\frac{3}{2}})$, 再比较 $\sqrt{5}, 2^{\frac{3}{2}}, \log_2 9$ 的大小, 根据函数的单调性可得选项.

【详解】

依题意得 $a = f(-2^{\frac{3}{2}}) = f(2^{\frac{3}{2}})$, $\mathbb{Q} \sqrt{5} < \sqrt{8} = 2\sqrt{2} = 2^{\frac{3}{2}} < 3 = \log_2 8 < \log_2 9$,

当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = e^x + x$, 因为 $e > 1$, 所以 $y = e^x$ 在 R 上单调递增, 又 $y = x$ 在 R 上单调递增, 所以 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$

上单调递增，

$$\therefore f(\log_2 9) > f(2^{\frac{3}{2}}) > f(\sqrt{5}), \text{ 即 } b > a > c,$$

故选：C.

【点睛】

本题考查函数的奇偶性的应用、幂、指、对的大小比较，以及根据函数的单调性比较大小，属于中档题.

7、A

【解析】

利用 $P = \frac{n_A}{n}$ 计算即可，其中 n_A 表示事件 A 所包含的基本事件个数， n 为基本事件总数.

【详解】

从 7 本作业本中任取两本共有 C_7^2 种不同的结果，其中，小明取到的均是自己的作业本有 C_3^2 种不同结果，

由古典概型的概率计算公式，小明取到的均是自己的作业本的概率为 $\frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{1}{7}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查古典概型的概率计算问题，考查学生的基本运算能力，是一道基础题.

8、B

【解析】

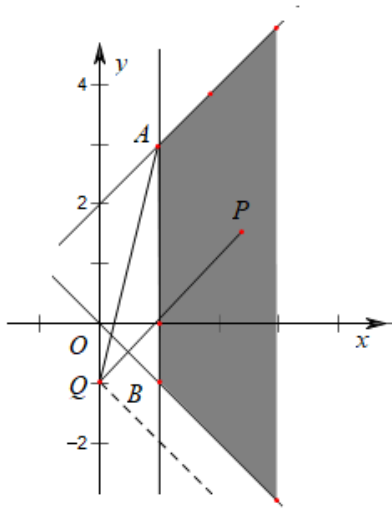
作出可行域， $\frac{y+1}{x}$ 表示可行域内点 $P(x, y)$ 与定点 $Q(0, -1)$ 连线斜率，观察可行域可得最小值.

【详解】

作出可行域，如图阴影部分（含边界）， $\frac{y+1}{x}$ 表示可行域内点 $P(x, y)$ 与定点 $Q(0, -1)$ 连线斜率， $A(1, 3)$,

$$k_{QA} = \frac{3 - (-1)}{1 - 0} = 4, \text{ 过 } Q \text{ 与直线 } x + y = 0 \text{ 平行的直线斜率为 } -1, \therefore -1 < k_{PQ} \leq 4.$$

故选：B.



【点睛】

本题考查简单的非线性规划. 解题关键是理解非线性目标函数的几何意义, 本题 $\frac{y+1}{x}$ 表示动点 $P(x, y)$ 与定点 $Q(0, -1)$ 连线斜率, 由直线与可行域的关系可得结论.

9、C

【解析】

令 $2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in Z)$, 求出在 $\left[0, \frac{13}{3}\pi\right]$ 的对称轴, 由三角函数的对称性可得

$x_1 + x_2 = \frac{\pi}{3} \times 2, x_2 + x_3 = \frac{5\pi}{6} \times 2, \dots, x_{n-1} + x_n = \frac{23\pi}{6} \times 2$, 将式子相加并整理即可求得 $x_1 + 2x_2 + 2x_3 + \dots + 2x_{n-1} + x_n$ 的值.

【详解】

令 $2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in Z)$, 得 $x = \frac{1}{2}k\pi + \frac{\pi}{3} (k \in Z)$, 即对称轴为 $x = \frac{1}{2}k\pi + \frac{\pi}{3} (k \in Z)$.

函数周期 $T = \pi$, 令 $\frac{1}{2}k\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{13}{3}\pi$, 可得 $k = 8$. 则函数在 $x \in \left[0, \frac{13}{3}\pi\right]$ 上有 8 条对称轴.

根据正弦函数的性质可知 $x_1 + x_2 = \frac{\pi}{3} \times 2, x_2 + x_3 = \frac{5\pi}{6} \times 2, \dots, x_{n-1} + x_n = \frac{23\pi}{6} \times 2$,

将以上各式相加得: $x_1 + 2x_2 + 2x_3 + \dots + 2x_{n-1} + x_n = \left(\frac{2\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} + \frac{8\pi}{6} + \dots + \frac{23\pi}{6}\right) \times 2 = \frac{\pi}{3} \times \frac{(2+23) \times 8}{2} = \frac{100\pi}{3}$

故选:C.

【点睛】

本题考查了三角函数的对称性, 考查了三角函数的周期性, 考查了等差数列求和. 本题的难点是将所求的式子拆分为 $x_1 + x_2 + x_2 + x_3 + x_3 + x_4 + \dots + x_{n-1} + x_n$ 的形式.

10、B

【解析】

先利用向量坐标运算求出向量 $2\vec{m} + \vec{n}$, 然后利用向量平行的条件判断即可.

【详解】

$$\text{Q } \vec{m} = (0, -2), \vec{n} = (\sqrt{3}, 1)$$

$$\therefore 2\vec{m} + \vec{n} = (\sqrt{3}, -3)$$

$$(-1, \sqrt{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{3}(\sqrt{3}, -3)$$

故选 B

【点睛】

本题考查向量的坐标运算和向量平行的判定,属于基础题,在解题中要注意横坐标与横坐标对应,纵坐标与纵坐标对应,切不可错位.

11、D

【解析】

设羊户赔粮 a_1 升,马户赔粮 a_2 升,牛户赔粮 a_3 升,易知 a_1, a_2, a_3 成等比数列, $q = 2, a_1 + a_2 + a_3 = 50$, 结合等比数列的性质可求出答案.

【详解】

设羊户赔粮 a_1 升,马户赔粮 a_2 升,牛户赔粮 a_3 升,则 a_1, a_2, a_3 成等比数列,且公比 $q = 2, a_1 + a_2 + a_3 = 50$, 则

$$a_1(1 + q + q^2) = 50, \text{ 故 } a_1 = \frac{50}{1 + 2 + 2^2} = \frac{50}{7}, a_2 = 2a_1 = \frac{100}{7}, a_3 = 2^2 a_1 = \frac{200}{7}.$$

故选:D.

【点睛】

本题考查数列与数学文化,考查了等比数列的性质,考查了学生的运算求解能力,属于基础题.

12、C

【解析】

采用逐一验证法, 根据线线、线面之间的关系以及四面体的体积公式, 可得结果.

【详解】

A 错误

由 $EF \subset$ 平面 AEC , $BC_1 \parallel AD_1$

而 AD_1 与平面 AEC 相交,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/035200313112011131>