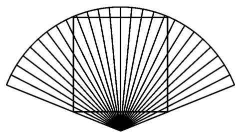
7．1　为什么要证明

教学目标

1．了解推理的意义，知道要判断一个数学结论是否正确，必须进行推理；(重点)
2．会用实验验证、举出反例、推理等方法简单地验证一个数学结论是否正确．(难点)

教学过程

一、情境导入



人的视觉有时候受到周围环境和自身经验的影响，会引导我们做出错误的判断．只有通过科学的方法推理论证，做出的判断才是正确的．如图，图中的四边形是正方形还是梯形？你能肯定吗？怎样来验证你的结论呢？快来学习本节知识吧！

二、合作探究

探究点一：数学的结论必须经过严格的论证

例1 当 n＝1，2，3，4，5 时，代数式 n^2-3n+7 的值是质数吗？你能肯定：对于所有的自然数，式子 n^2-3n+7 的值都是质数吗？

解析：把 1，2，3，4，5 等自然数代入 n^2-3n+7 中进行验证．

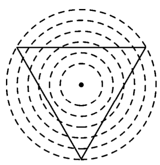
解：当 n＝1，2，3，4，5 时，n^2-3n+7 的值分别是 5，5，7，11，17，全是质数．而当 n＝6 时，$n^2-3n+7=6^2-18+7=25=5^2$．所以对于所有自然数，式子 n^2-3n+7 的值不都是质数．

方法总结：判断一个数学结论是否正确，仅仅依靠经验、观察是不够的，必须给出严格的证明或实验验证．

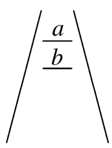
探究点二：检验数学结论的常用方法

【类型一】 <u>实验验证</u>

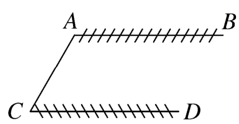
例2 先观察再验证．



图①



图②



图③

(1)图①中实线是直的还是弯曲的？
(2)图②中两条线段 a 与 b 哪一条更长？
(3)图③中的直线 AB 与直线 CD 平行吗？

解析：①②用直尺量；③用三角板平推．

解：观察可能得出的结论是：(1)实线是弯曲的；(2)a 更长一些；(3)AB 与 DC 不平行．而

我们用科学的方法验证后发现：(1)实线是直的；(2)a 与 b 一样长；(3)AB 平行于 CD.

方法总结：有时视觉受周围环境的影响，往往误导我们，让我们得出错误的结论，所以仅靠经验、观察是不够的，只有通过科学的实验进行严格的推理，才能得出最准确的结论.

【类型二】 **举出反例**

例3 当 n 为正整数时，代数式$(n^2-5n+5)^2$的值都等于 1 吗？

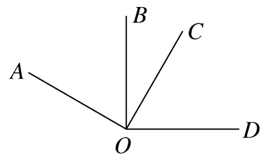
解析：对于代数式$(n^2-5n+5)^2$，n 的取值为正整数，要判断$(n^2-5n+5)^2$的值是否为 1，可以先取值分别求出代数式的值.

解：当 n＝1 时，$(n^2-5n+5)^2=1^2=1$；当 n＝2 时，$(n^2-5n+5)^2=(-1)^2=1$；当 n＝3 时，$(n^2-5n+5)^2=(-1)^2=1$；当 n＝4 时，$(n^2-5n+5)^2=1^2=1$；当 n＝5 时，$(n^2-5n+5)^2=5^2=25\neq1$. 所以当 n 为正整数时，$(n^2-5n+5)^2$不一定等于 1.

方法总结：验证特例是判断一个结论错误的最好方法.

【类型三】 **推理证明**

例4 如图，从点 O 出发作出四条射线 OA、OB、OC、OD，已知 OA⊥OC，OB⊥OD.



(1)若∠BOC＝30°，求∠AOB 和∠COD 的度数；

(2)若∠BOC＝54°，求∠AOB 和∠COD 的度数；

(3)由(1)、(2)你发现了什么？

(4)你能肯定上述的发现吗？

解析：图中∠AOB、∠COD 均与∠BOC 互余，根据角的和、差关系，可求得∠AOB 与∠COD 的度数. 通过计算发现∠AOB＝∠COD，于是可以归纳∠AOB＝∠COD.

解：(1)∵OA⊥OC，OB⊥OD，∴∠AOC＝∠BOD＝90°. ∵∠BOC＝30°，∴∠AOB＝∠AOC－∠BOC＝90°－30°＝60°，∠COD＝∠BOD－∠BOC＝90°－30°＝60°.

(2)∠AOB＝∠AOC－∠BOC＝90°－54°＝36°，∠COD＝∠BOD－∠BOC＝90°－54°＝36°.

(3)由(1)、(2)可发现：∠AOB＝∠COD.

(4)∵∠AOB＋∠BOC＝∠AOC＝90°，∠BOC＋∠COD＝∠BOD＝90°，∴∠AOB＋∠BOC＝∠BOC＋∠COD. ∴∠AOB＝∠COD.

方法总结：检验数学结论具体经历的过程是：观察、度量、实验→猜想归纳→结论→推理→正确结论.

三、板书设计

为什么,要证明
- 推理的意义：数学结论必须经过严格的论证
- 检验数学结论的常用方法
  - 实验验证
  - 举出反例
  - 推理证明

教学反思

经历观察、验证、归纳等过程，使学生对由这些方法得到的结论产生怀疑，以此激发学生的好奇心，从而认识证明的必要性，培养学生的推理意识，了解检验数学结论的常用方法：实验验证、举出反例、推理论证等.

7.1 为什么要证明

第一环节：验证活动（1）

活动内容：

某学习小组发现，当 n=0，1，2，3 时，代数式 n^2-n+11 的值都是质数，于是得到结论：对于所有自然数 n， n^2-n+11 的值都是质数．你认为呢？与同伴交流．

参考答案：列表归纳为

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	…
n^2-n+11	11	11	13	17	23	31	41	53	67	83	101	121	
是否为质数	是	是	是	是	是	是	是	是	是	是	是	不是	

活动目的：

对现在结论进行验证，让学生感受到知识有时具有一定的迷惑性（欺骗性），从而对不完全归纳的合理性产生怀疑，为下一步的学习提供必要的精神准备．

注意事项：

学生通过列表归纳，根据自己以往的经验判断，在 n=10 以前都一直认为 n^2-n+11 是一个质数，但当 n=10 时，找到了一个反例，进而发现不能根据少数几个现象轻易肯定某个数学结论的正确性．

第二环节：猜想并验证活动（2）

活动内容：

如图，假如用一根比地球的赤道长 1 米的铁丝将地球赤道围起来，那么铁丝与地球赤道之间的间隙能有多大（把地球看成球形）？能放进一个红枣吗？能放进一个拳头吗？

参考答案：设赤道周长为 c，铁丝与地球赤道之间的间隙为 ：

$$\frac{c+1}{2\pi}-\frac{c}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\approx 0.16(m)$$

它们的间隙不仅能放进一个红枣，而且也能放进一个拳头．

活动目的：

通过理性的计算，验证了很难想像到的结论，让学生产生思维上的碰撞，进而对自己的直观感觉产生怀疑，再次为论证的合理性提供素材.

注意事项：

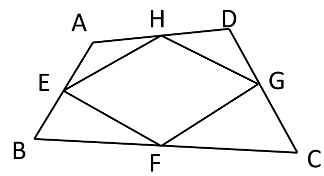
要充分让学生发表自己的见解，首先让学生对自己的结论确信无疑，再进一步计算，结果与学生的感觉产生矛盾，切忌直接进行计算，把结论告诉学生，这样就达不到预想的要求，不能让学生留下深刻的印象.

第三环节：猜想并验证活动（3）

活动内容：

如图，四边形 ABCD 四边的中点 E、F、G、H，度量四边形 EFGH 的边和角，你能发现什么结论？改变四边形 ABCD 的形状，还能得到类似的结论吗？

参考答案：连接 AC.



∵E、F、G、H 分别是四边形 ABCD 四边中点，

∴EF∥AC，EF=$\frac{1}{2}$AC；GH∥AC，GH=$\frac{1}{2}$AC；

∴EF 平行且等于 GH，

∴四边形 EFHG 为平行四边形.

活动目的：

通过对图形的直观感受得出结论，但要使学生清楚地知道对几何结论的验证，通常是用严谨的逻辑推理来论述.

注意事项：

让学生大胆地进行预测，但要让学生说清理由，让学生了解几何证明的必要性.

第四环节：归纳与总结

活动内容：

① 通过以上三个数学活动，使学生对每一个问题的结论的正确性有了怀疑，从而知道了由观察、猜想等渠道得到的结论还必须经过有效的证明才能对其进行肯定．也即：要判断一个数学结论是正确，仅观察、猜想、实验还不够，必须经过一步一步， 有根有据的推理.

②举例说明“推理意识”与推理方法.

活动目的：

使学生理解仅有对图形的直观感受是不够的，从而帮助学生建立推理意识.

注意事项：

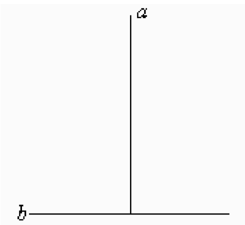
让学生用自己的语言进行叙述，培养学生的表达能力.

第五环节：反馈练习

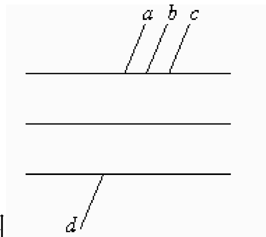
活动内容：1.如图中两条线段 a 与 b 的长度相等吗？请你先观察，再度量一下.

答案：a 与 b 的长度相等.

第 1 小题图



第 2 小题图



2.如图中三条线段 a、b、c,哪一条线段与线段 d 在同一直线上？请你先观察，再用三角尺验证一下.

答案：线段 b 与线段 d 在同一直线上.

3.当 n 为正整数时，n^2+3n+1 的值一定是质数吗？

答案：经验证：当 n 为正整数时，n^2+3n+1 的值一定是质数.

第六环节：课堂小结

活动内容：

今天这节课你学到了什么知识？

参考答案：① 要说明一个数学结论是否正确，无论验证多少个特殊的例子，也无法保证其正确性.

②要确定一个数学结论的正确性，必须进行一步一步、有根有据的推理.

活动目的：

通过学生的总结，使学生对证明的必要性有一个清楚的认识，数学杜绝随意性，数学是严密的科学.

注意事项：

通过前三个例题的感受以及反馈练习，学生都清楚地知道推理、论证的必要性，了解了数学不是一种直观感受，而是一种严密的科学.

第七环节　巩固练习

习题 7.1 第 2，3 题.

教学反思

本节课的教学设计是建立在“以学生的发展为本，为学生的终身学习奠定基础”的教育理念上，融入了新课标的思想内涵，尊重学生的直观感觉，并从学生的直观感觉出发逐步将学生的思维引向严密性、逻辑证明等方面，不是一味地强调证明的必要性，而是通过几个事实的说明来让学生意识到证明的必要性，设计中突出体现了学生的主体地位.

在教学设计中，力求让学生学会将生活问题数学化，用一个有趣的生活问题：“用一根铁丝将地球赤道围起来”引起学生的兴趣并进行猜测，然后通过计算得出一个令人很意外的结果，同时也培养了学生“用数学”的意识，并且使得学生有一种感受：数学来源于生活，服务于生活，同时也要用数学的眼光看世界，切勿盲信于自己的直观感觉.

本节课通过事例让学生体会检验数学结论的常用方法：实验验证、举出反例、推理等. 符合学生的认识特点和知识水平。有助于培养学生理解问题、分析问题、解决问题的能力.

7．2　定义与命题

第 1 课时　定义与命题

教学目标

1.理解定义、命题的概念，能区分命题的条件和结论，并把命题写成“如果……那么……”的形式；(重点)

2．了解真命题和假命题的概念，能判断一个命题的真假性，并会对假命题举反例．(难点)

教学过程

一、情境导入

神舟十号是中国神舟号系列飞船之一，主要由推进舱(服务舱)、返回舱、轨道舱组成.神舟十号在酒泉卫星发射中心“921 工位”，于 2013 年 6 月 11 日 17 时 38 分 02.666 秒发射，由长征二号 F 改进型运载火箭(遥十)“神箭”成功发射．在轨飞行十五天左右，加上发射与返回，其中停留天宫一号十二天，共搭载三位航天员——聂海胜、张晓光、王亚平.6 月 13 日与天宫一号进行对接.6 月 26 日回归地球．要读懂这段报导，你认为要知道哪些名称和术语的含义？

二、合作探究

探究点一：定义

例1 下列语句属于定义的是(　　)

A．明天是晴天

B．长方形的四个角都是直角

C．等角的补角相等

D．平行四边形是两组对边分别平行的四边形

解析：作出正确选择的关键是理解定义的含义．A 是对天气的预测，B 是描述长方形的性质，C 是描述补角的性质．只有 D 符合定义的概念．故选 D.

方法总结：定义指的是对术语和名称的含义的描述，是对一个事物区分于其他事物的本质特征的描述，而不是对其性质的判断．

探究点二：命题

【类型一】 <u>命题的概念</u>

例2 下列各语句中，哪些是命题，哪些不是命题？

(1)相等的角都是直角．

(2)空气是无色无味的．

(3)同旁内角相等吗？

(4)两条直线被第三条直线所截．

(5)画线段 AB＝5cm.

(6)对顶角不相等．

解析：(1)(2)(6)是命题，因为它们指出了是什么或不是什么；(3)是疑问句，(4)描述的是一个状态，(5)叙述的是一个过程，因此(3)(4)(5)都不是命题，因为它们都不含有判断的意思.

解：(1)(2)(6)是命题，(3)(4)(5)不是命题.

方法总结：认为“错误的命题不是命题”是错误的，实际上错误的命题也是命题，如本题中的(6)题.

【类型二】 <u>命题的结构</u>

例3 把下列命题改写成“如果……那么……”的形式.

(1)对顶角相等；

(2)垂直于同一条直线的两条直线平行；

(3)同角或等角的余角相等.

解析：设法把命题的题设和结论部分省略的文字找出来，要从文字的内在顺序、内在意义进行全面考虑，分清命题的题设部分和结论部分；再将它写成“如果……那么……”的形式.

解：(1)如果两个角是对顶角，那么这两个角相等.

(2)如果两条直线都和第三条直线垂直，那么这两条直线平行.

(3)如果两个角是同一个角的余角或两个相等的角的余角，那么这两个角相等.

方法总结：(1)命题改写的原则：不改变命题的原意；为了改写后的语句通畅且保持原意，应适当地增加或删减词语或调换词序；

(2)命题改写的方法:先搞清命题的题设(已知事项)部分和结论部分;再将其改写为“如果……那么……”的形式：“如果”后面跟的是已知事项，“那么”后面跟的是由已知事项推出的事项(即结论).

【类型三】 <u>真命题、假命题、反例</u>

例4 判断下列命题是真命题还是假命题，若是假命题请举一个反例加以说明.

(1)两个角的和是 $180°$，则这两个角是邻补角；

(2)一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形；

(3)如果 $x>y$，那么 $x^2>y^2$.

解析：(1)互补的两个角的和为 $180°$，但是互补的两个角不一定是邻补角；(2)一组对边平行，但这组对边不相等，即使另一组对边相等，也不一定是平行四边形；(3)若 $|x|<|y|$，则 $x^2<y^2$.

解：(1)假命题. 例如：两条直线平行，同旁内角的和为 $180°$，但它们不是邻补角.

(2)假命题. 例如：等腰梯形中，两底互相平行，两腰相等，但它不是平行四边形.

(3)假命题. 例如：$x=2$，$y=-3$，$x>y$，但 $x^2<y^2$.

方法总结：识别命题真假的关键是在条件成立的前提下，看结论是否正确，可以举“特例”验证，特例成立还不能证明其为真命题，要由特殊形式转化为一般形式，再用推理的方法证明结论正确；若特例不成立，则原命题一定是假命题.

三、板书设计

定义与命题
- 定义
- 命题
  - 概念：判断一个事件的句子
  - 结构：如果……那么……
  - 分类：真命题、假命题

教学反思

通过对学生的启发、调整、激励让学生对定义、命题等概念有一个清楚的认识和了解，用比较数学化的观点来审视生活中或数学学习中遇到的语句特征，充分展示学生的语言表达能力，力图通过学生的自主学习来体现学生的主体地位.

7.2 定义与命题

第 1 课时 定义与命题

第一环节：情景引入（由学生表演）

活动内容：

小亮和小刚正在津津有味地阅读《我们爱科学》.

小亮说：……

小刚说：“是的，现在因特网广泛运用于我们的生活中，给我们带来了方便，但……”

小亮说：“……”

小刚说：“……”

小亮说：“哈!，这个黑客终于被逮住了.”……

坐在旁边的两个人一边听着他们的谈话，一边也在悄悄议论着：

一人说：“这黑客是个小偷吧？”

另一人说：“可能是喜欢穿黑衣服的贼.”……

一人说：“那因特网肯定是一张很大的网.”

另一人说：“估计可能是英国造的特殊的网.”……（表演结束）

教师提出问题：在这个小品中，你得到什么启示?

（人与人之间的交流必须在对某些名称和术语有共同认识的情况下才能进行.为此，我们需要给出它们的定义.）

① 关于“黑客”对话的片断来引入生活中交流时必须对某些名称和术语有共同的认识才能进行；

② 对定义含义的解释；

③ 举例说明生活中和数学学习中所熟知的定义（学生举例，看哪个小组的举例

又多又好)；

活动目的：

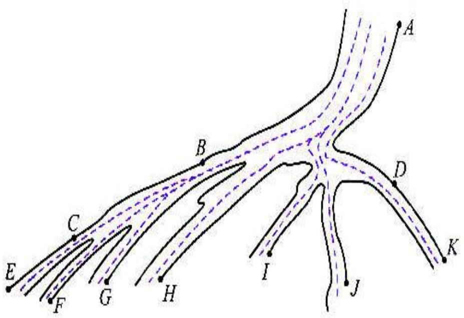
让学生通过对一个学生比较感兴趣的名词：“黑客”、“因特网”的不同理解，从而使学生了解定义的含义.

教学效果：

很多学生对黑客的概念是很熟悉的，而小品中出现的黑客的定义与自己所熟知的黑客的概念完全不同，由此产生了对定义的兴趣.

第二环节：命题含义（情景引入）

活动内容：



① 师：如果 B 处水流受到污染，那么____处水流便受到污染;

如果 C 处水流受到污染，那么____处水流便受到污染;

如果 D 处水流受到污染，那么____处水流便受到污染;

② 学生自编自练：如果____处水流受到污染，那么____处水流便受到污染.

([生甲] 如果 B 处工厂排放污水，那么 A、B、C、D 处便会受到污染.

[生乙] 如果 B 处工厂排放污水，那么 E、F、G 处也会受到污染的.

[生丙] 如果 C 处受到污染，那么 A、B、C 处便受到污染.

[生丁] 如果 C 处受到污染，那么 D 处也会受到污染的.

[生戊] 如果 E 处受到污染，那么 A、B 处便会受到污染.

[生己] 如果 H 处受到污染，我认为是 A 处的那个工厂或 B 处的那个工厂排放了污水.因为 A 处工厂的水向下游排放，B 处工厂的污水也向下游排放.

……

老师归纳：同学们在假设的前提条件下，对某一处受到污染作出了判断.像这样，对事情作出判断的句子，就叫做命题.

即：命题是判断一件事情的句子.如：

熊猫没有翅膀.

对顶角相等.

大家能举出这样的例子吗？

［生甲］两直线平行，内错角相等.

［生乙］无论 n 为任意的自然数，式子 n^2-n+11 的值都是质数.

［生丙］内错角相等.

［生丁］任意一个三角形都有一个直角.

［生戊］如果两条直线都和第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行.

［生己］全等三角形的对应角相等.

……

［师］很好.大家举出许多例子，说明命题就是肯定一个事物是什么或者不是什么，不能同时既否定又肯定，如：

你喜欢数学吗？

作线段 $AB=a$.

平行用符号“∥”表示.

这些句子没有对某一件事情作出任何判断，那么它们就不是命题.

一般情况下：疑问句不是命题.图形的作法不是命题.）

活动目的：

通过对水流的污染问题引入命题的概念，使学生了解命题的含义，会判断某些语句是不是命题.

教学效果：

命题的判断只有两种形式，要么肯定，要么否定。作判断时，必须泾渭分明，不能模棱两可；二是命题的句子只能是完整的句子，对一件事情的前因后果应叙述完整。从语法上讲，它应是陈述句，不能是祈使句、疑问句或感叹句.

第三环节：反馈练习

活动内容：

1.你能列举出一些命题吗？

答案：能.举例略.

2.举出一些不是命题的语句.

答案：如：①画线段 AB=3 cm.

②两条直线相交，有几个交点？

③等于同一个角的两个角相等吗？

④在射线 OA 上，任取两点 B、C.等等.

活动目的：

训练与反馈

教学效果：

一般都能正确解答。

第四环节：课堂小结

活动内容：

① 定义的含义：对名称和术语的含义加以描述，作出明确的规定，就是它们的定义；

② 命题的含义：判断一件事情的句子，叫做命题，如果一个句子没有对某一件事情作出任何判断，那么它就不是命题.

活动目的：

通过课后的总结，使学生对定义、命题等概念有更清楚的认识，让学生在头脑中对本节课进行系统的归纳与整理.

教学效果：

学生在有了前面对定义、特别是命题概念的学习后，能了解命题的结构，以及哪些是命题，使学生对命题的学习有了清楚的认识。

第五环节　课后练习

学习小组搜集八年级数学课本中的新学的部分定义、命题，看谁找得多.

四、教学反思

本节课的设计具有如下特点：

（1）采用了“小品表演”的形式引入新课，意在激起学生对数学的兴趣，让学生知道，数学不是枯燥无味的。并能从表演中不同的人对“黑客”这个名词的

不同理解更好地悟出“定义”的含义。

（2）在教学设计中，充分展示学生的语言表达能力，力图通过学生的自主学习来体现学生的主体地位，教师则通过对学生的启发、调整、激励来实现自己的主导地位。

（3）“什么是定义？什么是命题？”，关于这方面的教学更象是文科的教学，但我们注重的不是让学生去死记硬背这些名词的解释，而应侧重于对这些名词的理解。

第 2 课时　定理与证明

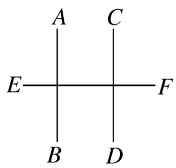
教学目标

1．了解公理、定理与证明的概念并了解本套教材所采用的公理；(重点)

2．体会命题证明的必要性，体验数学思维的严谨性．

教学过程

一、情境导入



体验证明的步骤：对于命题“如果一条直线与两条平行线中的一条垂直，那么这条直线也和另一条垂直”是否正确？转化为如图所示的图形，已知条件为 AB∥CD，AB⊥EF，请问 CD 与 EF 垂直吗？为什么？

二、合作探究

探究点一：公理与定理

例1　下列平行线的判定方法中是公理的是(　　)

A．平行于同一条直线的两条直线平行

B．同位角相等，两直线平行

C．内错角相等，两直线平行

D．在同一平面内，不相交的两条直线叫做平行线

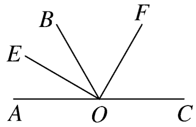
解析：A 是由公理推出的定理；C 是由 B 推出的平行线的判定定理；D 是平行线的定义，只有 B 是由画图实践得来的，符合公理的定义，故选 B.

方法总结：公理是不需要推理判断的公认的真命题；定理是需要用推理的方法来判断其正确的命题.

探究点二：证明

【类型一】 <u>**直接证明非文字题**</u>

例2　如图所示，在直线 AC 上取一点 O，作射线 OB，OE 和 OF 分别平分∠AOB 和∠BOC. 求证：OE⊥OF.



解析：要证明某个结论，可从条件入手分析，也可以从结论逆推进行分析．要证 OE⊥OF，只需证∠EOF = 90°，而∠EOF = ∠EOB + ∠BOF，因此只需证∠EOB + ∠BOF = 90°．由 OE、OF 平分∠AOB 和∠BOC 可得∠EOB + ∠BOF = $\frac{1}{2}$(∠AOB + ∠BOC) = 90°，所以得证 OE⊥OF.

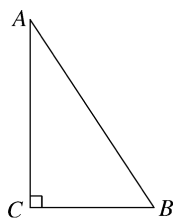
证明：∵OE 和 OF 分别平分∠AOB 和∠BOC，∴∠EOB＝$\frac{1}{2}$∠AOB，∠BOF＝$\frac{1}{2}$∠BOC. 又∵∠AOB＋∠BOC＝180°，∴∠EOB＋∠BOF＝$\frac{1}{2}$(∠AOB＋∠BOC)＝$\frac{1}{2}$×180°＝90°，即∠EOF＝90°，∴OE⊥OF.

方法总结：从结论逆推进行分析得出条件，反过来的过程就是证明结论的过程.

【类型二】 直接证明文字题

例3 求证：直角三角形的两个锐角互余.

解析：分析这个命题的条件和结论，根据已知条件和结论画出图形，写出已知、求证，并写出证明过程.



已知：如图所示，在△ABC 中，∠C＝90°. 求证：∠A 与∠B 互余.

证明：∵∠A＋∠B＋∠C＝180°（三角形内角和等于 180°），又∠C＝90°，∴∠A＋∠B＝180°－∠C＝90°. ∴∠A 与∠B 互余.

方法总结：解此类题首先根据题意将文字语言变成符号语言，画出图形，最后再经过分析论证，并写出证明的过程.

三、板书设计

$$\text{命题}\begin{cases}\text{分类}\begin{cases}\text{公理：公认的真命题}\\ \text{定理：经过证明的真命题}\end{cases}\\ \text{证明：推理的过程}\end{cases}$$

教学反思

经历实际情境，初步体会公理化思想和方法，了解本教材所采用的公理，让学生对真假命题有一个清楚的认识，从而进一步了解定理、公理的概念. 培养学生的语言表达能力.

7.2 定义与命题

第2课时 定理与证明

第一环节：回顾引入

活动内容：

①什么叫做定义？举例说明．②什么叫命题？举例说明．

活动目的：回顾上节知识，为本节课的展开打好基础．

教学效果：

学生举手发言，提问个别学生．

第二环节：探索命题的结构

活动内容：

① 探讨命题的结构特征

观察下列命题，发现它们的结构有什么共同特征？

（1）如果两个三角形的三条边对应相等，那么这两个三角形全等．

（2）如果一个三角形是等腰三角形，那么这个三角形的两个底角相等．

（3）如果一个四边形的一组对边平行且相等，那么这个四边形是平行四边形．

（4）如果一个四边的对角线相等，那么这个四边形是矩形．

（5）如果一个四边形的两条对角线互相垂直，那么这个四边形是菱形．

② 总结命题的结构特征

（1）上述命题都是“如果……，那么……”的形式．

（2）“如果……”是已知的事项，“那么……”是由已知事项推断出的结论．

（3）一般地命题都可以写成“如果……,那么……”的形式，其中“如果”引出的部分是条件，“那么”引出的结论，每个命题都有条件和结论．

活动目的：对命题的结构进行分析，让学生会判断一个命题的条件和结论．

教学效果：

分小组交流讨论，教师引导进行归纳．

应告诫学生当一个命题改写成“如果……那么……”的形式时，要注意改写时不要机械地添上“如果”和“那么”，应适当地补充一些修饰语句，使改写后的语句通顺，完整。

第三环节：思考探讨

活动内容：

① 找出下述命题中的条件和结论，指出它们哪些是正确的命题？哪些是不正确的命题？你又是如何知道的呢？

（1）如果两个角相等，那么它们是对顶角；

（2）如果 $a>b$，$b>c$，那么 $a=c$；

（3）两角和其中一角的对边对应相等的两个三角形全等；

（4）菱形的四条边都相等；

（5）全等三角形的面积相等.

② 探究真假命题的验证

说明一个命题是假命题，通常举出一个反例就可以了，使之具备命题的条件，而不具有命题的结论，这种例子称为反例，但是要说明一个命题是正确的无论验证多少个特例，也无法保证命题的正确性．如何验证命题的正确性呢？

结论：正确的命题称为真命题，不正确的命题称为假命题.

活动目的： 使学生了解命题有真假之分，并且知道怎样去判断真假命题。

教学效果：

分组交流、讨论、教师引导使得学生形成共识.

在对前面 5 个命题的真伪进行判断的基础上，大多数学生已经对命题的真假性有了初步的判断，但有部分学生误认为假命题不是命题.

第四环节：读一读

活动内容：

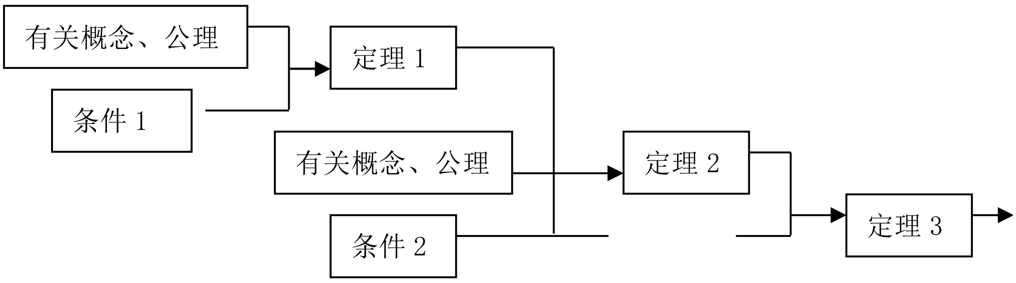
① 介绍《几何原本》、公理、定理等知识.

在数学发展史上，数学家们也遇到过类似的问题．公元前 3 世纪，人们已经积累了大量知识，在此基础上，古希腊数学家欧几里得（公元前 300 前后）编写了一本书，书名叫《原本》，为了说明每一结论的正确性，他在编写这本书时进行了大胆创新，挑选了一部分数学名词和一部分公认的真命题作为证实其它命题的起始依据，其中的数学名词称为原名，公认的真命题称为公理，除了公理外，

其他真命题的正确性都通过推理的方法证实，推理的过程称为证明，经过证明的真命题称为定理，而证明所需要的定义、公理和其他定理都编写在要证明的这个定理的前面.

《原本》问世之前，世界上还没有一本数学书籍象《原本》这样编排，因此，《原本》是一部具有划时代意义的著作.

② 公理、定理、概念和证明的关系.



③ 介绍本教材的公理.

1. 两点确定一条直线。

2. 两点之间线段最短。

3. 同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直。

4. 两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行.

5. 过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行.

6. 两边及其夹角对应相等的两个三角形全等.

7. 两角及其夹边对应相等的两个三角形全等.

8. 三边对应相等的两个三角形全等.

此八条基本事实前面已详细探索过，不必验证它们的正确性，可以直接用来证实其它命题的正确性，另外一条我们将在以后认识它。此外等式和不等式的有关性质也可看作公理. 比如：如果 a=b，b=c，那么 a=c.

④ 读一读《原本与几何原本》

活动目的：培养学生公理化思想和方法，养成科学、严谨思维习惯.

教学效果：

采取教师讲解与学生习读相结合的方式.

第五环节：课堂反思与小结

活动内容：

本节课的重点是了解命题中的真假命题、公理、定理的含义，通过学习学会区分命题的条件、结论，学会判别真、假命题，理解反例、证明等概念.

活动目的：

帮助学生归纳本节课所学知识，对本节课有一个系统的认识，从而能准确地区分命题的真假性，了解命题结构中的条件与结论.

教学效果：

学生能自行归纳本节课的知识，形成了较为清晰的知识脉络。

习题 7.7 第 1、2、3 题

教学反思

本节课的教学看似很容易，但要让学生真正弄清命题的含义，理清命题的构成并不容易，更多的学生只是能机械地将一个命题改写成“如果……那么……”的形式，往往改写的语句不够通顺、完整。因此，在教学中，进行适当的巩固练习是必要的，但要注意，应允许部分学生在课余时间自行消化。

在探讨命题的结构特征和修改命题形式时，有的学生可能会说出比较幼稚、甚至可笑的语句，尽管如此，也应让学生大胆说出自己的意见，避免学生机械模仿，要允许学生有错误，并能在自行改正错误中调整前进。

7．3　平行线的判定

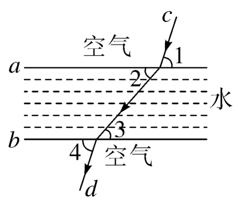
教学目标

1．了解并掌握平行线的判定公理和定理；(重点)
2．了解证明的一般步骤．(重点)

教学过程

一、情境导入

我们知道，光线从空气中进入水中会发生折射现象，光线从水中进入空气中，同样也会发生折射现象．如图为光线从空气中进入水中，再从水中进入空气中的示意图．由于折射率相同，因此有∠1＝∠4，∠2＝∠3，那么你能说明光线 c 与 d 平行吗？

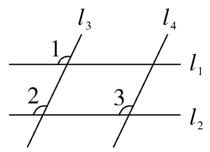


二、合作探究

探究点一：平行线的判定

【类型一】 <u>平行线的判定公理</u>

例1 如图，直线 l_1、l_2、l_3、l_4两两相交，且∠1＝∠2＝∠3. 求证：l_1∥l_2，l_3∥l_4.



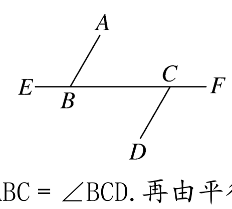
解析：∠1 和∠2 是直线 l_1、l_2被直线 l_3所截得的同位角，∠2 和∠3 是直线 l_3、l_4被直线 l_2所截得的同位角，所以由∠1 = ∠2 可以判定 l_1∥l_2，由∠2 = ∠3 可以判定 l_3∥l_4.

证明：∵∠1＝∠2(已知)，∴l_1∥l_2(同位角相等，两直线平行)．∵∠2＝∠3(已知)，∴l_3∥l_4(同位角相等，两直线平行)．

方法总结：利用平行线的判定公理进行推理证明的关键是分清同位角是哪两条直线被第三条直线所截构成的.

【类型二】 <u>平行线的判定定理 1</u>

例2 如图，已知 AB，CD 与直线 EF 分别相交于点 B，C，且∠ABE＝∠DCF. 求证：AB∥CD.



解析：由等角的补角相等可知∠ABC = ∠BCD. 再由平行线的判定定理 1 即可得到结论.

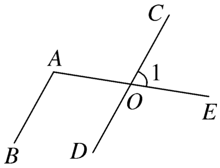
证明：因为∠ABC＋∠ABE＝∠DCB＋∠DCF＝180°（邻补角的定义)，∠ABE＝∠DCF(已知)，

所以∠ABC＝∠DCB(等角的补角相等)，所以 AB∥CD(内错角相等，两直线平行).

方法总结：要证明两条直线平行，主要是指出图形中两条直线被第三条直线所截的角，观察是否有同位角相等、内错角相等、同旁内角互补或由角的数量关系推得同位角相等、内错角相等、同旁内角互补.

【类型三】 平行线的判定定理 2

例3 如图，直线 AE，CD 相交于点 O，如果∠A＝110°，∠1＝70°，就可以说明 AB∥CD，这是为什么？



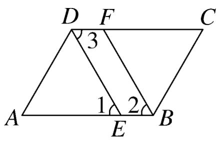
解析：由题意可知∠1 = ∠AOD = 70°，又因为∠A = 110°，所以∠A + ∠AOD = 180°，故 AB∥CD.

解：因为∠1＝∠AOD(对顶角相等)，∠1＝70°，所以∠AOD＝70°.又因为∠A＝110°，所以∠A＋∠AOD＝180°(等式的性质)，所以 AB∥CD(同旁内角互补，两直线平行).

方法总结：(1)本题运用数形结合思想，平行线的判定是由角之间的数量关系到“形”的判定. 要判定两直线平行，可围绕截线找同位角、内错角或同旁内角，若同位角相等、内错角相等或同旁内角互补，则两直线平行. (2)若题中的结论能用同位角相等、内错角相等或同旁内角互补中的一个方法说明两直线平行时，一般都要通过结合对顶角、互补角等知识来说明.

探究点二：平行线的判定公理、定理的综合应用

例4 如图，已知 DE，BF 分别平分∠ADC 和∠ABC，∠1＝∠2，∠ADC＝∠ABC，因此可推出图中哪些线段平行？为什么？



解析：结合图形以及已知条件，能证明 DE∥BF，DF∥BE 和 AD∥BC.

解：DE∥BF，DF∥BE，AD∥BC.理由如下：

(1)DE∥BF.∵∠1＝∠2(已知)，∴DE∥BF(同位角相等，两直线平行).

(2)DF∥BE.∵DE 平分∠ADC，BF 平分∠ABC(已知)，∴∠3＝$\frac{1}{2}$∠ADC，∠2＝$\frac{1}{2}$∠ABC(角平分线定义). ∵∠ADC＝∠ABC(已知)，∴∠2＝∠3(等量代换). 又∵∠1＝∠2(已知)，∴∠1＝∠3(等量代换)，∴DF∥BE(内错角相等，两直线平行).

(3)AD∥BC.由(2)知∠3＝∠1，又∵DE 平分∠ADC(已知)，∴∠ADE＝∠3(角平分线定义)，∠ADE＝∠1(等量代换). ∴∠A＝180°－∠ADE－∠1＝180°－2∠ADE＝180°－∠ADC＝180°－∠ABC(三角形内角和为 180°及等量代换)，即∠A＋∠ABC＝180°，∴AD∥BC(同旁内角互补，两直线平行).

方法总结：解此类题应首先结合图形猜测结论，然后证明. 证明两条直线平行，一般先找它们的截线，再求同位角相等(或内错角相等，同旁内角互补)来说明两直线平行. 若没有公共截线，则需作出两直线的截线辅助证明.

三、板书设计

$$\text{平行线,的判定}\begin{cases}\text{判定公理：同位角相等，两直线平行}\\ \text{判定定理}\begin{cases}\text{内错角相等，两直线平行}\\ \text{同旁内角互补，两直线平行}\end{cases}\end{cases}$$

教学反思

本节课通过经历探索平行线的判定方法的过程，发展学生的逻辑推理能力，逐步掌握规范的推理论证格式.

7.3 平行线的判定

第一环节：情景引入

活动内容：

回顾两直线平行的判定方法

师：前面我们探索过直线平行的条件．大家来想一想：两条直线在什么情况下互相平行呢？

生 1：在同一平面内，不相交的两条直线就叫做平行线．

生 2：两条直线都和第三条直线平行，则这两条直线互相平行．

生 3：同位角相等两直线平行；内错角相等两直线平行；同旁内角互补两直线平行．

师：很好．这些判定方法都是我们经过观察、操作、推理、交流等活动得到的．

上节课我们谈到了要证实一个命题是真命题．除公理、定义外，其他真命题都需要通过推理的方法证实．

我们知道："在同一平面内，不相交的两条直线叫做平行线"是定义．"两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行"是公理．那其他的三个真命题如何证实呢？这节课我们就来探讨．

活动目的：

回顾平行线的判定方法，为下一步顺利地引出新课埋下伏笔．

教学效果：

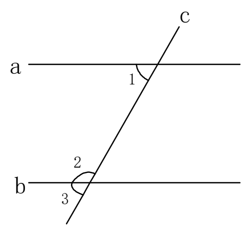
由于平行线的判定方法是学生比较熟悉的知识，教师通过对话的形式，可以使学生很快地回忆起这些知识．

第二环节：探索平行线判定方法的证明

活动内容：

① 证明：两条直线被第三条直线所截，如果同旁内角互补，那么这两条直线平行．

师：这是一个文字证明题，需要先把命题的文字语言转化成几何图形和符号语言．所以根据题意，可以把这个文字证明题转化为下列



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/036000003211010231