2022—2023 学年度（下）联合体高一期末检测

数学

（满分：150 分　考试时间：120 分钟）

注意事项：

1．答题时，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡规定的位置上．

2．答选择题时，必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其他答案标号．

3．答非选择题时，必须使用黑色墨水笔或黑色签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置上，写在试题卷、草稿纸上无效．

4．考试结束后，将试题卷和答题卡一并交回．

第Ⅰ卷（选择题，共 60 分）

一、单选题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题所给的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的）

1. $\cos 1560^{\circ}$ 的值为（　　）

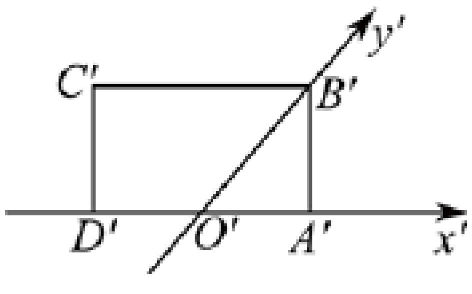
A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 已知 i 为虚数单位，复数 $z \quad \frac{2 \quad i}{2+i}\left(a \in R\right)$，则它的共轭复数 $\overline{z}$ 为（　　）

A. $\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$　　B. $\frac{3}{5} \quad \frac{4}{5}i$

C. $1+\frac{4}{5}i$　　D. $1 \quad \frac{4}{5}i$

3. 如图，一个水平放置的四边形 $ABCD$ 的斜二测画法的直观图是矩形 $A'B'C'D'$，$A'B'=\sqrt{5}$，O' 是 $A'D'$ 的中点，则原四边形 $ABCD$ 的面积是（　　）



A. $20\sqrt{2}$　　B. $40\sqrt{2}$　　C. $80\sqrt{2}$　　D. $160\sqrt{2}$

4. 已知 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right) = \frac{2}{5}$，则 $\tan\left(\frac{5\pi}{6} \quad \alpha\right) =$（　　）

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{21}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{21}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

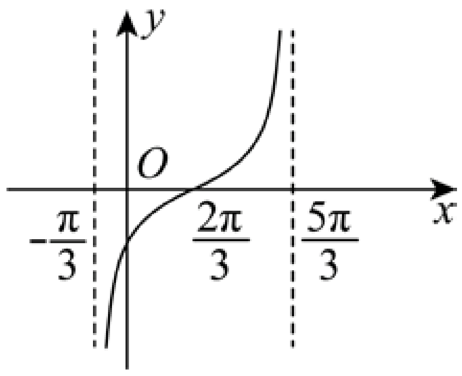
5. 已知 ABC 的外接圆半径为 1，$A=\frac{\pi}{3}$，则 $AC\ \ \cos C+AB\ \ \cos B=$（　　）

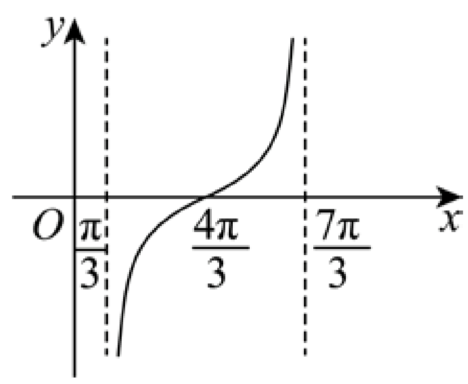
A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\sqrt{3}$

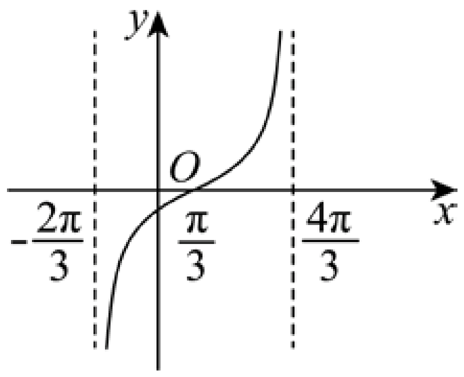
6. 已知向量 a、b 满足 $\left|a\right|=2$，$\left|b\right|=\sqrt{2}$，$a\ \ b=\ \ 2$，设 a 与 $a+b$ 的夹角为 θ，则 $\cos\theta=$（　　）

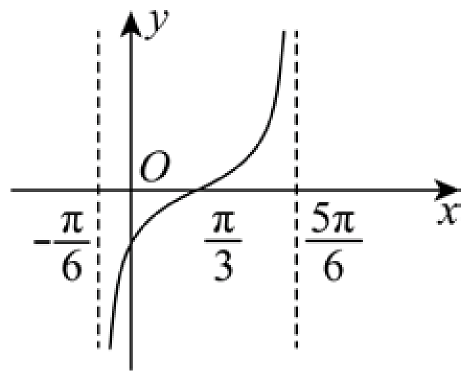
A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

7. 函数 $f\left(x\right)\ \ \tan\ \frac{1}{2}x\ \ \frac{\pi}{3}$ 在一个周期内的图像是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

8. 龙洗是我国著名的文物之一，因盆内有龙纹故称龙洗，为古代皇宫盥洗用具，其盆体可以近似看作一个圆台．如图，现有一龙洗盆高 15cm，盆口直径为 40cm，盆底直径为 20cm．往盆内倒入水，当水深 6cm 时，盆内水的体积近似为（　　）

A. $581\pi cm^3$　　B. $872\pi cm^3$　　C. $1152\pi cm^3$　　D. $1436\pi cm^3$

二、多选题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题所给的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分）

9. 已知 i 为虚数单位，下列说法正确的是（　　）

A. $i+i^2+i^3+i^4=0$

B. $|2+i|=2$

C. 若$z=\ (1\quad 2i)^2$，则z的虚部为4

D. 已知复数z满足$|z|=2$，则复数z在复平面内对应点的集合是以0为圆心、以2为半径的圆

10. 已知A,B为点，l,m,n为直线，α,β为平面，则下列命题成立的是（　　）

A·若$m\perp l$，$n\perp l$，则$m//n$

B. 若$m\perp\alpha$，$m//n$，$n//\beta$，则$\alpha\perp\beta$

C. 若$A\in l$，$B\in l$，且$A\in\alpha$，$B\in\alpha$，则$l\quad\alpha$

D. 若$m\perp n$，$m\quad\alpha$，$n\quad\beta$，则$\alpha\perp\beta$

11. 在 ABC 中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，下列说法正确的是（　　）

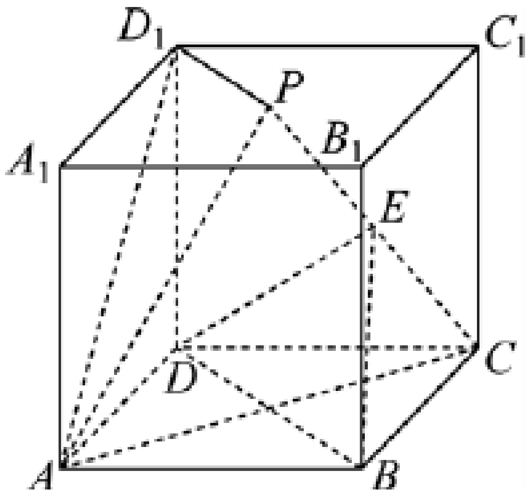
A. 若$A>B$，则$\sin A>\sin B$

B. 若$b\quad a\cos C+c\sin A$，则$A=\ 45^\circ$

C. 若 $\frac{AB}{|AB|}+\frac{AC}{|AC|}\quad BC=0$，则$B=C$

D. 若$a=4$，$B=\frac{\pi}{6}$，符合条件的 ABC 只有一个，则$2<b<4$

12. 如图，正方体$ABCD\quad A_1B_1C_1D_1$的棱长为1，P是正方形$A_1B_1C_1D_1$的中心，E是PC的中点，则以下结论正确的是（　　）



A. $BD\perp$平面PAC

B. 平面$PAD_1//$平面BDE

C. 三棱锥$D\quad BCE$的体积为$\frac{1}{12}$

D. 异面直线PC与AB所成的角为45°

第II卷（非选择题，共90分）

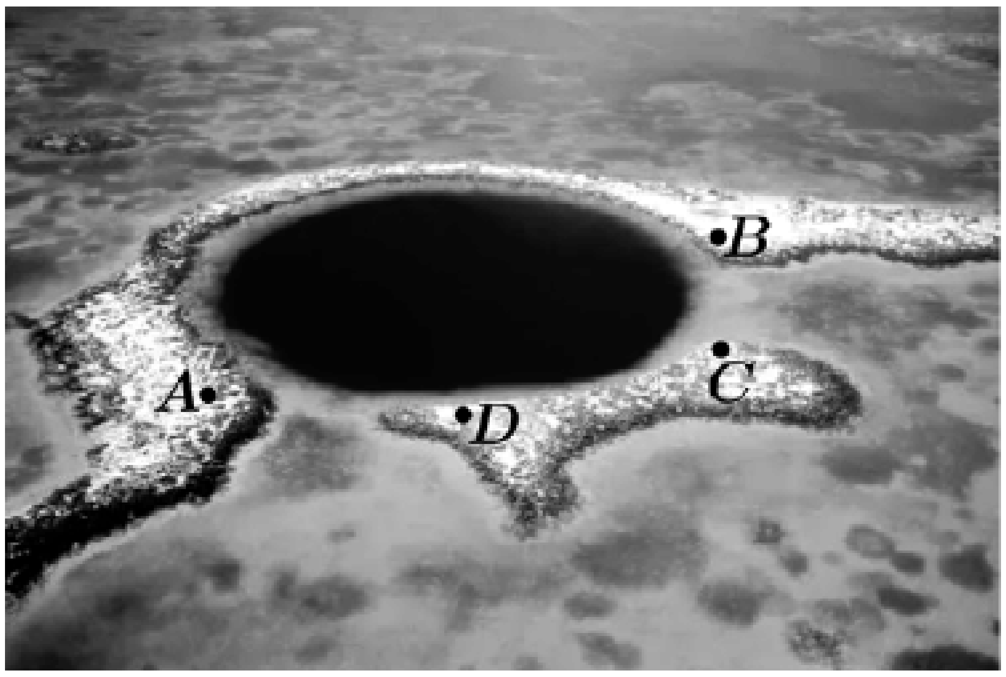
三、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13. 若$\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{5}{4}$，则$\sin2\alpha=$______.

14. 已知复数$z_1=3+i$，$z_2=1+3i$（i为虚数单位）在复平面上对应的点分别为Z_1，Z_2，则

$OZ_1\ \ OZ_2=$______.

15. 海洋蓝洞是地球罕见的自然地理现象，被喻为"地球留给人类保留宇宙秘密的最后遗产"，我国拥有世界上最深的海洋蓝洞，若要测量如图所示的蓝洞的口径A，B两点间的距离，现在珊瑚群岛上取两点C，D，测得$CD=80$，$\angle ADB=135^\circ$，$\angle BDC=\angle DCA=15^\circ$，$\angle ACB=120^\circ$，则$A$，$B$两点间的距离为______.



16. 已知四棱锥$P\ \ ABCD$的底面四边形$ABCD$是边长为$\sqrt{3}$的正方形，且$PA\perp$平面$ABCD$，$PA=\sqrt{3}$，点M为线段PC上的动点（不包含端点），则当三棱锥$M\ \ BCD$的外接球的体积最小时，CM的长为________.

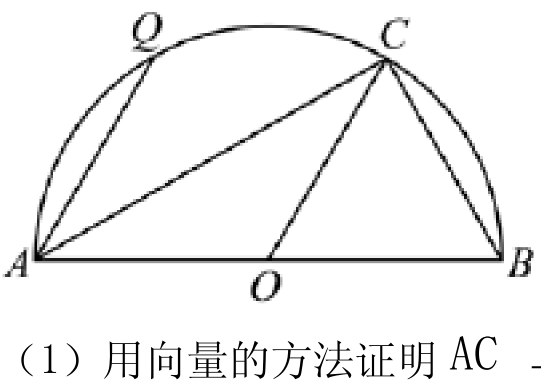
四、解答题（本大题共6小题，共70分．解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17. 已知复数$z=\left(m^2\ \ m\ \ 20\right)+\left(m^2+2m\ \ 35\right)i$，$m\in R$．

（1）若复数z为纯虚数，求实数m的值；

（2）当$m=3$时，求$iz+\overline{z}$.

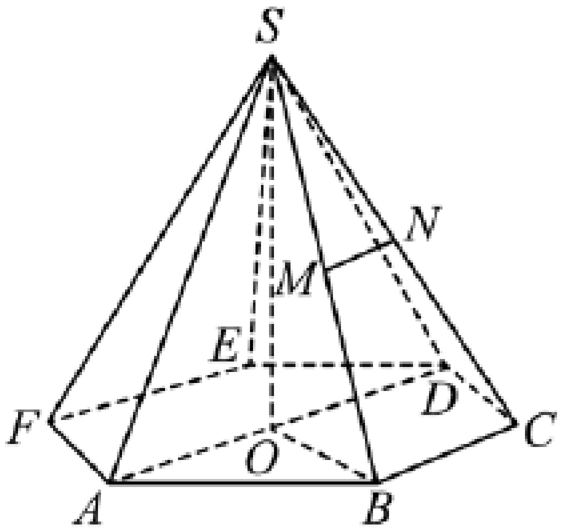
18. 如图，AB为半圆O的直径，$|AB|=2$，C为AB上一点（不含端点）.



（1）用向量的方法证明$AC\perp BC$；

（2）若C是AB上更靠近点B的三等分点，Q为AC上的任意一点（不含端点），求$\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{CB}$的最大值.

19. 如图，在正六棱锥$S-ABCDEF$中，O为底面中心，$SO=8$，$OB=4$.



（1）若M，N分别是棱SB，SC的中点，证明：$MN//$平面SAD；

（2）若该正六棱锥的顶点都在球Q的表面上，求球Q的表面积和体积.

20. 已知$\triangle ABC$的内角A，B，C所对的边分别是a，b，c，且$2b\sin A=a\tan B$.

（1）求角B；

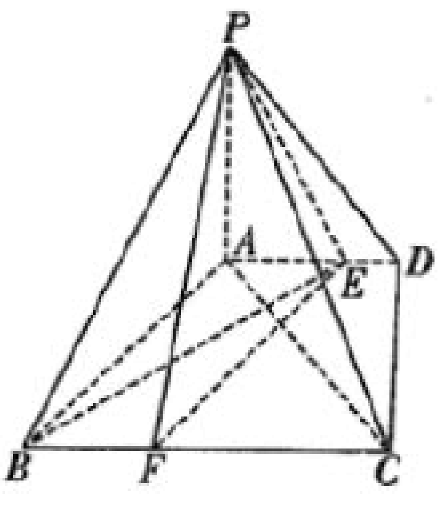
（2）若$a+c=4$，求$\triangle ABC$周长的最小值，并求出此时$\triangle ABC$的面积.

21. 已知向量$\vec{a}=(\cos x,\cos x)$，$\vec{b}=(\cos x,\sqrt{3}\sin x)$，函数$f(x)=2\vec{a}\cdot\vec{b}$，$x\in R$.

（1）求函数$f(x)$的最小正周期、值域；

（2）对任意实数x_1，x_2，定义$\max\{x_1,x_2\}=\begin{cases}x_1, & x_1\geqslant x_2\\ x_2, & x_1<x_2\end{cases}$，设$g(x)=\max\{\sqrt{3}a\sin x,a\cos x\}$，$x\in R$，$a$为大于0的常数，若对于任意$x_1\in R$，总存在$x_2\in R$，使得$g(x_1)=f(x_2)$恒成立，求实数$a$的取值范围.

22. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$底面$ABCD$，底面$ABCD$是直角梯形，$\angle ADC=90^\circ$，$AD//BC$，$AB\perp AC$，$AB=AC=\sqrt{2}$，点E在AD上，且$AE=2ED$.



（1）已知点F在BC上，且$CF=2FB$，证明：平面$PEF\perp$平面PAC；

（2）求点D 到平面PAB 的距离.

2022—2023学年度（下）联合体高一期末检测

数学

（满分：150分　考试时间：120分钟）

注意事项：

1．答题时，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡规定的位置上．

2．答选择题时，必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其他答案标号．

3．答非选择题时，必须使用黑色墨水笔或黑色签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置上，写在试题卷、草稿纸上无效．

4．考试结束后，将试题卷和答题卡一并交回．

第Ⅰ卷（选择题，共60分）

一、单选题（本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题所给的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的）

1. $\cos 1560^\circ$ 的值为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】B

【解析】

【分析】利用三角函数的诱导公式与特殊角的三角函数值求解即可.

【详解】$\cos 1560^\circ = \cos\left(4\times 360^\circ + 120^\circ\right) = \cos 120^\circ = \ \frac{1}{2}$.

故选：B.

2. 已知i为虚数单位，复数 $z\ \frac{2\ \ i}{2+i}\left(a\in R\right)$，则它的共轭复数 $\bar{z}$ 为（　　）

A. $\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$　　B. $\frac{3}{5}\ \ \frac{4}{5}i$

C. $1+\frac{4}{5}i$　　D. $1\ \ \frac{4}{5}i$

【答案】A

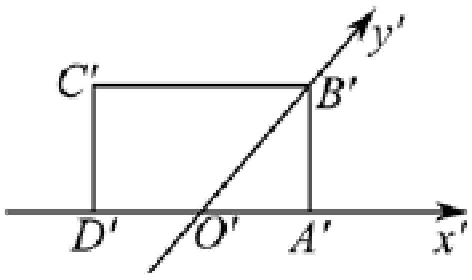
【解析】

【分析】利用复数的四则运算与共轭复数的概念即可得解.

【详解】因为 $z=\frac{2-i}{2+i}=\frac{(2-i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}=\frac{3-4i}{5}=\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$，所以 $\bar{z}=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$.

故选：A.

3. 如图，一个水平放置的四边形 $ABCD$ 的斜二测画法的直观图是矩形 $A'B'C'D'$，$A'B'=\sqrt{5}$，O'是 $A'D'$的中点，则原四边形 $ABCD$ 的面积是（　　）



A. $20\sqrt{2}$　　B. $40\sqrt{2}$　　C. $80\sqrt{2}$　　D. $160\sqrt{2}$

【答案】A

【解析】

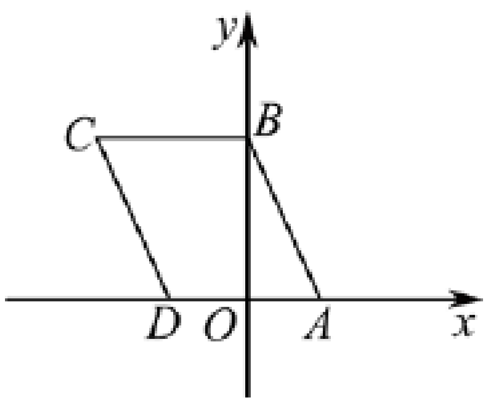
【分析】首先求出 $O'B'$，$A'D'$，即可得到平面图形中 AD，OB 的值，即可求出四边形 $ABCD$ 的面积.

【详解】在直观图中 $\triangle O'A'B'$为等腰直角三角形，所以 $O'A'=A'B'=\sqrt{5}$，

所以 $O'B'=\sqrt{(O'A')^2+(A'B')^2}=\sqrt{10}$，又 O'是 $A'D'$的中点，所以 $A'D'=2O'A'=2\sqrt{5}$，

所以在平面图形中 $AD=2\sqrt{5}$，$OB=2O'B'=2\sqrt{10}$，

所以 $S_{ABCD}=AD\times OB=2\sqrt{5}\times 2\sqrt{10}=20\sqrt{2}$.



故选：A

4. 已知 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{2}{5}$，则 $\tan\left(\frac{5\pi}{6}-\alpha\right)=$（　　）

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{21}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{21}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】利用三角函数的基本关系式与诱导公式即可得解.

【详解】因为$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，所以$\frac{\pi}{6}<\alpha+\frac{\pi}{6}<\frac{2\pi}{3}$，

则$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{1-\cos^2\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)}=\sqrt{1-\left(-\frac{2}{5}\right)^2}=\frac{\sqrt{21}}{5}$，

所以$\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)}{\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)}=-\frac{\sqrt{21}}{2}$，

所以$\tan\left(\frac{5\pi}{6}-\alpha\right)=\tan\left[\pi-\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)\right]=-\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{21}}{2}$.

故选：C.

5. 已知$\triangle ABC$的外接圆半径为1，$A=\frac{\pi}{3}$，则$AC\cdot\cos C+AB\cdot\cos B=$（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\sqrt{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】利用正弦定理化边为角，再利用两角和的正弦公式结合三角形内角和定理即可得解.

【详解】由正弦定理可得$\frac{AB}{\sin C}=\frac{AC}{\sin B}=\frac{BC}{\sin A}=2$，

所以$AB=2\sin C, AC=2\sin B$，

则$AC\cdot\cos C+AB\cdot\cos B=2\sin B\cos C+2\sin C\cos B=2\sin(B+C)=2\sin A=\sqrt{3}$.

故选：D.

6. 已知向量a、b满足$|a|=2$，$|b|=\sqrt{2}$，$a\cdot b=-2$，设a与$a+b$的夹角为θ，则$\cos\theta=$（　　）

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】由已知条件，求出$|a+b|$及$a\cdot(a+b)$，然后利用向量的夹角公式即可求解.

【详解】解：因为$|a|=2$，$|b|=\sqrt{2}$，$a\cdot b=-2$，

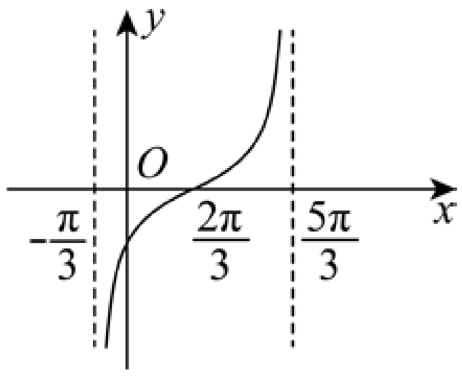
所以$|a+b|=\sqrt{(a+b)^2}=\sqrt{a^2+2a\cdot b+b^2}=\sqrt{2^2+2\times(-2)+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{2}$，

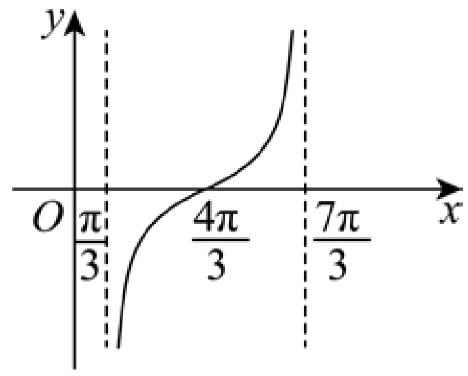
$a\cdot\left(a+b\right)=a^2+a\cdot b=2^2-2=2$，

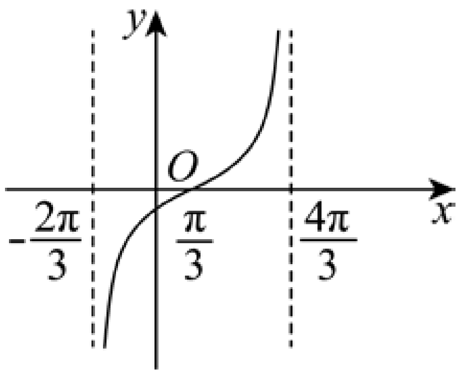
所以$\cos\theta=\dfrac{a\cdot\left(a+b\right)}{\left|a\right|\left|a+b\right|}=\dfrac{2}{2\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

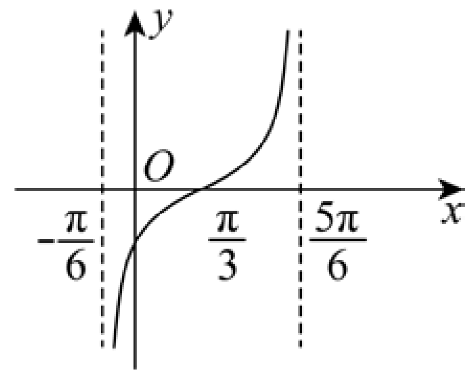
故选：C.

7. 函数$f\left(x\right)=\tan\left(\dfrac{1}{2}x-\dfrac{\pi}{3}\right)$在一个周期内的图像是（　）

A.


B.


C.


D.


【答案】A

【解析】

【分析】利用正切函数的周期及单调区间排除错误选项，即可得到正确结果.

【详解】函数$f\left(x\right)=\tan\left(\dfrac{1}{2}x-\dfrac{\pi}{3}\right)$的最小正周期$T=\dfrac{\pi}{\frac{1}{2}}=2\pi$，

∵选项D的最小正周期$T=\dfrac{5\pi}{6}-\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\pi$，D错误；

令$k\pi-\dfrac{\pi}{2}<\dfrac{1}{2}x-\dfrac{\pi}{3}<k\pi+\dfrac{\pi}{2},k\in Z$，解得$2k\pi-\dfrac{\pi}{3}<x<2k\pi+\dfrac{5\pi}{3},k\in Z$，

故$f\left(x\right)=\tan\left(\dfrac{1}{2}x-\dfrac{\pi}{3}\right)$的单调递增区间为$\left(2k\pi-\dfrac{\pi}{3},2k\pi+\dfrac{5\pi}{3}\right)\left(k\in Z\right)$，

取$k=0$，则$f\left(x\right)=\tan\left(\dfrac{1}{2}x-\dfrac{\pi}{3}\right)$的单调递增区间为$\left(-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{3}\right)$，

故A正确，B、C错误；

故选：A.

8. 龙洗是我国著名的文物之一，因盆内有龙纹故称龙洗，为古代皇宫盥洗用具，其盆体可以近似看作一个圆台．如图，现有一龙洗盆高15cm，盆口直径为40cm，盆底直径为20cm．往盆内倒入水，当水深6cm

时，盆内水的体积近似为（　　）

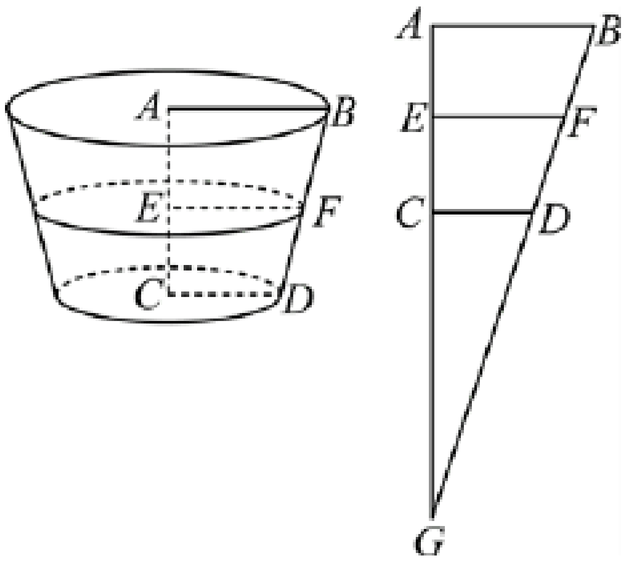
A. $581\pi \text{cm}^3$　　B. $872\pi \text{cm}^3$　　C. $1152\pi \text{cm}^3$　　D. $1436\pi \text{cm}^3$

【答案】B

【解析】

【分析】结合题意，利用平行线分线段成比例求得 EF ，从而利用圆台的体积公式即可得解.

【详解】如图所示，画出圆台的立体图形和轴截面平面图形，并延长 EC 与 FD 交于点 G .



根据题意，得 $AB=20\text{cm}, CD=10\text{cm}, AC=15\text{cm}, EC=6\text{cm}$.

设 $CG=x\text{cm}, EF=y\text{cm}$ ，有 $\frac{CD}{AB}=\frac{CG}{AG}, \frac{CD}{EF}=\frac{CG}{EG}$，即 $\frac{10}{20}=\frac{x}{x+15}, \frac{10}{y}=\frac{x}{x+6}$，解得

$x=15, y=14$,

所以盆内水的体积为 $V=\frac{1}{3}\pi\left(14^2+10^2+\sqrt{14^2\times10^2}\right)\times6=872\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

故选：B.

二、多选题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题所给的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分）

9. 已知 i 为虚数单位，下列说法正确的是（　　）

A. $i+i^2+i^3+i^4=0$

B. $|2+i|=2$

C. 若 $z=(1-2i)^2$，则 z 的虚部为 4

D. 已知复数 z 满足 $|z|=2$，则复数 z 在复平面内对应点的集合是以 O 为圆心、以 2 为半径的圆

【答案】AD

【解析】

【分析】根据复数的乘方判断 A，根据复数的模判断 B，根据复数的乘法化简，再由复数的概念判断 C，根据复数的几何意义判断 D.

【详解】对于 A：$i+i^2+i^3+i^4=i-1-i+1=0$，故 A 正确；

对于 B：$|2+i|=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，故 B 错误；

对于 C：$z=(1-2i)^2=1+(2i)^2-4i=-3-4i$，所以 z 的虚部为 -4，故 C 错误；

对于 D：令 $z=x+yi$，$x,y\in R$，因为 $|z|=2$，所以 $\sqrt{x^2+y^2}=2$，则 $x^2+y^2=4$，

所以复数 z 在复平面内对应点的集合是以 O 为圆心、以 2 为半径的圆，故 D 正确；

故选：AD

10. 已知 A,B 为点，l,m,n 为直线，α,β 为平面，则下列命题成立的是（　　）

A. 若 $m\perp l$，$n\perp l$，则 $m//n$

B. 若 $m\perp\alpha$，$m//n$，$n//\beta$，则 $\alpha\perp\beta$

C. 若 $A\in l$，$B\in l$，且 $A\in\alpha$，$B\in\alpha$，则 $l\subset\alpha$

D. 若 $m\perp n$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则 $\alpha\perp\beta$

【答案】BC

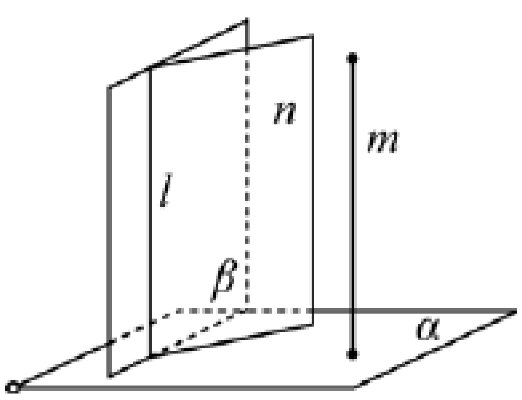
【解析】

【分析】对于 AD，利用线面的位置关系直观想象即可判断；对于 B，利用线面与面面平行与垂直的性质与判定定理判断即可；对于 C，利用平面的性质即可判断.

【详解】对于 A，若 $m\perp l,n\perp l$，则直线 m,n 可能平行、相交或异面，故 A 错误；

对于 B，因为 $m//n,m\perp\alpha$，所以 $n\perp\alpha$.

又因为 $n//\beta$，所以 β 内存在一条直线 $l//n$，所以 $l\perp\alpha$.



由 $l\subset\beta$，从而得到 $\alpha\perp\beta$，故 B 正确；