

第一次月考押题重难点检测卷（培优卷）

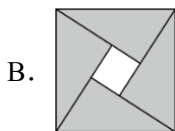
考查范围：苏科版第 7-9 章

注意事项：

本试卷满分 100 分，考试时间 120 分钟，试题共 28 题。答卷前，考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、班级等信息填写在试卷规定的位置

一、选择题（10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

1.（2023 上·江苏南通·九年级校联考阶段练习）下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



【答案】D

【分析】根据“将图形沿某一条直线对折，直线两边的图形能完全重合的图形是轴对称图形。”及“将图形绕着某一点旋转 180° 与原图形重合的图形叫做中心对称图形。”逐一进行判断即可。

【详解】A.既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故此项不符合题意；

B.不是轴对称图形，但是中心对称图形，故此项不符合题；

C.是轴对称图形，但不是中心对称图形，故此项不符合题；

D.既是轴对称图形，又是中心对称图形，故此项符合题；

故选：D.

【点睛】本题考查了轴对称图形和中心对称图形的定义，理解定义，会用定义进行判断是解题的关键。

2.（2023 上·江苏南通·九年级校考期中）下列事件是必然事件的是（ ）

A. 明天一定下雪

B. 抛掷一枚普通硬币，得到正面朝上

C. 经过有信号灯的路口，遇见绿灯

D. 直角三角形的两个锐角互余

【答案】D

【分析】根据确定事件和随机事件的定义来区分判断即可，必然事件和不可能事件统称确定性事件；必然

事件：在一定条件下，一定会发生的事件称为必然事件；不可能事件：在一定条件下，一定不会发生的事件称为不可能事件；随机事件：在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件称为随机事件。

- 【详解】解：A.明天一定下雪，是随机事件，故 A 不符合题意；
B.抛掷一枚普通硬币，得到正面朝上，是随机事件，故 B 不符合题意；
C. 经过有信号灯的路口，遇见绿灯，是随机事件，故 C 不符合题意；
D. 直角三角形的两个锐角互余，是必然事件，故 D 符合题意；
故选：D.

【点睛】本题考查了随机事件，熟练掌握随机事件，必然事件，不可能事件的定义，掌握定义是解题的关键。

3.（2023 下·江苏盐城·八年级校联考阶段练习）为了调查某一中学生的视力情况，在全校的 2900 名学生中随机抽取了 200 名学生，下列说法正确的是（ ）

- A. 此次调查属于全面调查 B. 样本容量是 200
C. 2900 名学生是总体 D. 被抽取的每一名学生称为个体

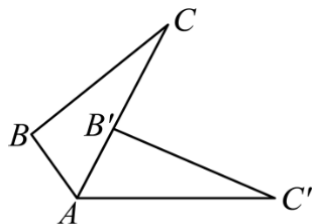
【答案】B

【分析】根据全面调查与抽样调查，总体、个体、样本、样本容量的意义逐一判断即可解答。

- 【详解】解：A、此次调查属于抽样调查，故此选项不合题意；
B、样本容量是 200，故此选项符合题意；
C、2900 名学生的视力情况是总体，故此选项不符合题意；
D、被抽取的每一名学生的视力情况称为个体，故此选项不合题意。
故选：B.

【点睛】本题考查了全面调查与抽样调查，总体、个体、样本、样本容量，掌握这些数学概念是解题的关键。

4.（2023 下·江苏·八年级专题练习）如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转一定的角度得到 $\triangle AB'C'$ ，此时点 B 恰在边 AC 上，若 $AB=2$ ， $AC=5$ ，则 $B'C$ 的长为（ ）



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【答案】B

【分析】本题考查了旋转的性质，掌握旋转的性质是解题的关键．由旋转的性质可得 $AB = AB' = 2$ ，即可求解．

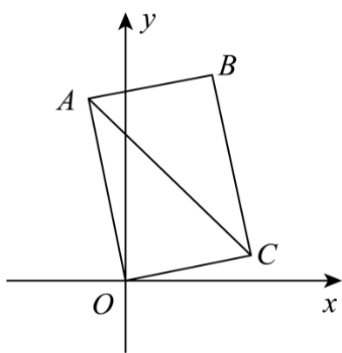
【详解】解：∵将 $\square ABC$ 绕点 A 顺时针旋转一定的角度得到 $\triangle AB'C'$ ，

$$\therefore AB = AB' = 2,$$

$$\therefore B'C = AC - AB' = 5 - 2 = 3.$$

故选：B.

5. (2023 下·江苏·八年级专题练习) 如图，在矩形 $OABC$ 中，点 B 的坐标是 $(1, 3)$ ，则 AC 的长是 ()



A. 3

B. $\sqrt{10}$

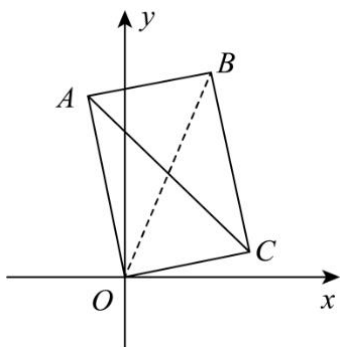
C. $2\sqrt{2}$

D. 4

【答案】B

【分析】本题考查了矩形的性质以及勾股定理的应用，熟练掌握矩形的性质是解题的关键．连接 OB ，根据勾股定理求得 $OB = \sqrt{10}$ ，然后根据矩形的性质得出 $AC = OB = \sqrt{10}$ ．

【详解】解：连接 OB ，



∵ 四边形 $OABC$ 是矩形，

$$\therefore AC = OB,$$

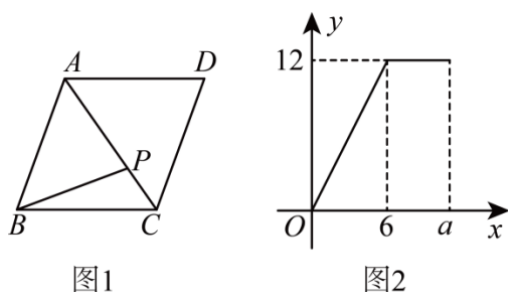
∵ 点 B 的坐标是 $(1, 3)$,

$$\therefore OB = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10},$$

$$\therefore AC = OB = \sqrt{10},$$

故选：B.

6. (2023 上·江苏·八年级专题练习) 如图 1, 在菱形 $ABCD$ 中, 动点 P 从点 C 出发, 沿着 $C \rightarrow A \rightarrow D$ 运动至终点 D , 设点 P 运动的路程为 x , $\triangle BCP$ 的面积为 y , 若 y 与 x 的函数图象如图 2 所示, 则图中 a 的值为 ()



A. 9

B. 10

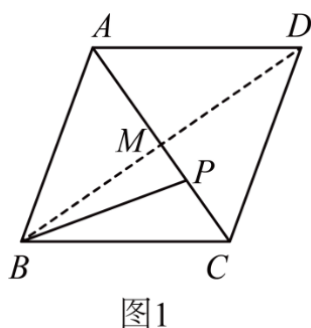
C. 11

D. 12

【答案】C

【分析】由图象上点 $(6,12)$ 知 $CA=6$, 且点 P 在点 A 时, $\triangle BCP$ 的面积为 12, 连接 BD 交 AC 于点 M , 则可求出 BM 和 BD , 利用勾股定理求出 AD , 得到 a .

【详解】解: 如图 1,



连接 BD 交 AC 于点 M ,

由图 2 知, $AC=6$, 且 $CP=6$ 时, $\triangle BCP$ 的面积为 12,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore BD \perp AC$, 且 $AM = CM = 3, BM = MD$,

$$\therefore \frac{1}{2} AC \cdot BM = \frac{1}{2} \times 6BM = 12,$$

$$\therefore BM = 4,$$

$$\therefore DM = 4,$$

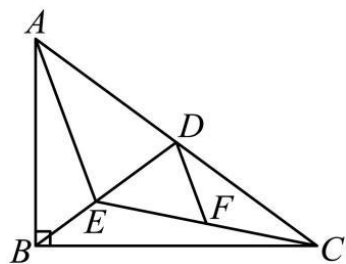
$$\therefore AD = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$$\therefore a = CA + AD = 6 + 5 = 11.$$

故选：C.

【点睛】本题考查了三角形的面积公式、菱形的对角线互相垂直平分的性质、勾股定理和函数图象，要求学生学会由函数图象找出对应的信息，理解 $(6,12)$ 的几何意义是关键.

7. (2023 下·江苏常州·八年级校考期中) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， D 是斜边 AC 的中点， E 是 BD 上一点， F 是 CE 的中点. 若 $AE = AD$ ， $DF = 3$ ，则 BD 的长是 ()



A. 8

B. 6

C. 5

D. 4

【答案】B

【分析】根据三角形中位线定理求出 AE ，进而求出 AD ，再根据直角三角形斜边上的中线的性质解答即可.

【详解】解：∵ D 是 AC 的中点， F 是 CE 的中点， $DF = 3$ ，

∴ DF 是 $\triangle ACE$ 的中位线，

$$\therefore AE = 2DF = 6,$$

$$\therefore AE = AD,$$

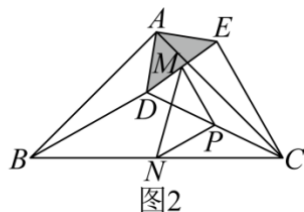
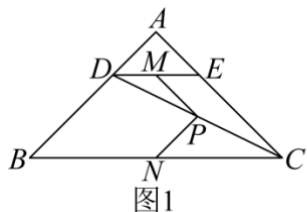
$$\therefore AD = 6,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， D 是斜边 AC 的中点，则 $BD = AD = CD = 6$ ，

故选：B.

【点睛】本题考查的是三角形中位线定理、直角三角形斜边上的中线的性质，掌握三角形中位线等于第三边的一半是解题的关键.

8. (2023 上·江苏南通·八年级南通田家炳中学校考开学考试) 如图 1，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上， $AD = AE$ ，连接 DC ，点 M 、 P 、 N 分别为 DE 、 DC 、 BC 的中点，将 $\triangle ADE$ 绕点 A 在平面内自由旋转 (如图 2)，若 $AD = 4$ ， $AB = 12$ ，则 $\triangle PMN$ 面积的最大值是 ()



A. 16

B. 32

C. $\frac{49}{4}$

D. $\frac{49}{2}$

【答案】B

【分析】由“SAS”可证 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ，可得 $\angle ABD = \angle ACE$ ， $BD = CE$ ，由三角形中位线定理可得 $PN = \frac{1}{2}BD$ ， $PM = \frac{1}{2}CE$ ， $PM \parallel CE$ ， $PN \parallel BD$ ，可证 $\triangle PMN$ 是等腰直角三角形，当 BD 最大时， $\triangle PMN$ 面积最大，即可求解。

【详解】解：由旋转知， $\angle BAD = \angle CAE$ ，

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中，
$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE \\ AD = AE \end{cases}$$
，

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS)，

$\therefore \angle ABD = \angle ACE$ ， $BD = CE$ ，

$\therefore$ 点 M、P、N 分别为 DE、DC、BC 的中点。

$\therefore PN = \frac{1}{2}BD$ ， $PM = \frac{1}{2}CE$ ， $PM \parallel CE$ ， $PN \parallel BD$ ，

$\therefore PM = PN$ ，

$\therefore \triangle PMN$ 是等腰三角形，

$\therefore PM \parallel CE$ ，

$\therefore \angle DPM = \angle DCE$ ，

$\therefore PN \parallel BD$ ，

$\therefore \angle PNC = \angle DBC$ ，

$\therefore \angle DPN = \angle DCB + \angle PNC = \angle DCB + \angle DBC$ ，

$\therefore \angle MPN = \angle DPM + \angle DPN = \angle DCE + \angle DCB + \angle DBC$

$= \angle BCE + \angle DBC = \angle ACB + \angle ACE + \angle DBC$

$$= \angle ACB + \angle ABD + \angle DBC = \angle ACB + \angle ABC,$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB + \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MPN = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle MPN$ 是等腰直角三角形,

$$PM = PN = \frac{1}{2} BD,$$

$\therefore PM$ 最大时, $\square PMN$ 面积最大, 即: BD 最大时, $\square PMN$ 面积最大,

$\therefore$ 此时点 D 在 BA 的延长线上,

$$\therefore BD = AB + AD = 16,$$

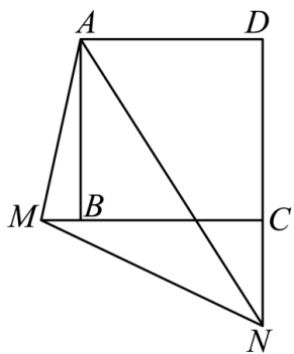
$$\therefore PM = 8,$$

$$S_{\square PMN} = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32,$$

故选: B.

【点睛】本题是三角形的综合题, 考查了旋转的性质, 等腰直角三角形的性质, 三角形的中位线的性质, 全等三角形的判定和性质等知识, 证明 $\square PMN$ 是等腰直角三角形是解题的关键.

9. (2023 下·江苏南通·九年级统考阶段练习) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 6, 点 M 在 CB 延长线上, $BM = 2$, 作 $\angle MAN = 45^\circ$ 交 DC 延长线于点 N , 则 MN 的长为 ()



A. 6

B. 8

C. 10

D. 12

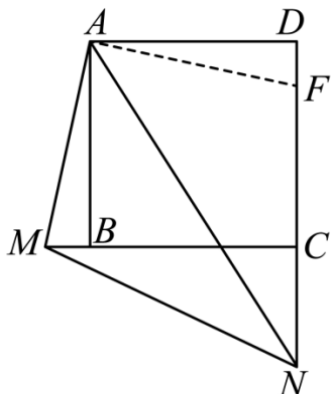
【答案】C

【分析】如图所示, 在 DC 上取一点 F 使得 $DF = BM$, 连接 AF , 先证明 $\square ABM \cong \square ADF$ (SAS) 得到 $AM = AF$,

$\angle MAB = \angle FAD$, 进而可以证明 $\square MAN \cong \square FAN$ (SAS) 得到 $MN = FN$, 设 $MN = FN = x$, 则

$DN = DF + FN = 2 + x$, $CM = BM + BC = 8$, $CN = DN - DC = x - 4$, 在 $\text{Rt}\triangle MCN$ 中利用勾股定理求解即可.

【详解】解：如图所示，在 DC 上取一点 F 使得 $DF = BM$ ，连接 AF ，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AD = AB$ ， $\angle ADF = \angle ABM = 90^\circ$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ，

又 $\because BM = DF$ ，

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle ADF$ (SAS)，

$\therefore AM = AF$ ， $\angle MAB = \angle FAD$ ，

$\therefore \angle MAB + \angle BAF = \angle FAD + \angle BAF = \angle BAD = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle MAF = 90^\circ$ ，

又 $\because \angle MAN = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle MAN = \angle FAN = 45^\circ$ ，

又 $\because AN = AN$ ， $AM = AF$ ，

$\therefore \triangle MAN \cong \triangle FAN$ (SAS)，

$\therefore MN = FN$ ，

设 $MN = FN = x$ ，

$\because BM = DF = 2$ ， $BC = DC = 6$ ，

$\therefore DN = DF + FN = 2 + x$ ， $CM = BM + BC = 8$ ，

$\therefore CN = DN - DC = x - 4$ ，

在 $\text{Rt}\triangle MCN$ 中， $CM^2 + CN^2 = MN^2$ ，

$\therefore 8^2 + (x - 4)^2 = x^2$ ，

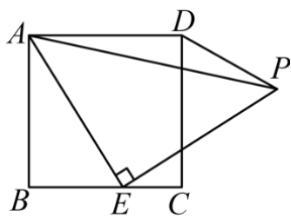
解得 $x = 10$ ，

$$\therefore MN=10,$$

故选 C.

【点睛】本题主要考查了正方形的性质，全等三角形的性质与判定，勾股定理，正确作出辅助线构造全等三角形是解题的关键.

10. (2023 下·江苏宿迁·九年级统考期中) 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E 为 BC 边上一动点 (点 E, B 不重合)， $\triangle AEP$ 是等腰直角三角形， $\angle AEP=90^\circ$ ，连接 DP . 若 $AB=1$ 时，则 $\triangle ADP$ 周长的最小值为 ()



A. 3

B. $\sqrt{5}$

C. $\sqrt{5}+1$

D. $\sqrt{7}+1$

【答案】C

【分析】如图所示，在 AB 上取一点 G 使得 $BG=BE$ ，连接 EG, CP ，由正方形的性质得到 $AB=BC=AD=CD=1$ ， $\angle B=\angle BCD=90^\circ$ ，证明 $\triangle AGE \cong \triangle ECP$ 得到 $\angle ECP=\angle AGE=135^\circ$ ，进而推出点 P 在直线 CP 上运动；如图所示，作点 D 关于直线 CP 的对称点 F ，连接 CF, AF, PF ，则 $DP=FP$ ， $CF=CD=1$ ， $\angle DCP=\angle FCP=45^\circ$ ，即 $\angle DCF=90^\circ$ ，即可证明 B, C, F 三点共线，进一步推出当 A, P, F 三点共线时， $\triangle ADP$ 的周长有最小值，最小值为 $AF+1$ ，由勾股定理得 $AF=\sqrt{5}$ ，则 $\triangle ADP$ 的周长最小值为 $\sqrt{5}+1$.

【详解】解：如图所示，在 AB 上取一点 G 使得 $BG=BE$ ，连接 EG, CP ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore AB=BC=AD=CD=1, \angle B=\angle BCD=90^\circ,$$

$$\because \angle AEP=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle BEA = 90^\circ = \angle BEA + \angle CEP,$$

$$\therefore \angle GAE = \angle CEP,$$

$$\because BG=BE,$$

$$\therefore \angle BGE = \angle BEG = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AGE = 90^\circ,$$

$$\because AB-BG=BC-BE,$$

$$\therefore AG = EC,$$

$$\text{又} \because AE = EP,$$

$$\therefore \triangle AGE \cong \triangle ECP (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle ECP = \angle AGE = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle DCP = 45^\circ,$$

$\therefore$ 点 P 在直线 CP 上运动,

如图所示, 作点 D 关于直线 CP 的对称点 F, 连接 CF, AF, PF,

$$\therefore DP = FP, CF = CD = 1, \angle DCP = \angle FCP = 45^\circ, \text{即} \angle DCF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCF + \angle BCD = 180^\circ, \text{即} B、C、F \text{ 三点共线},$$

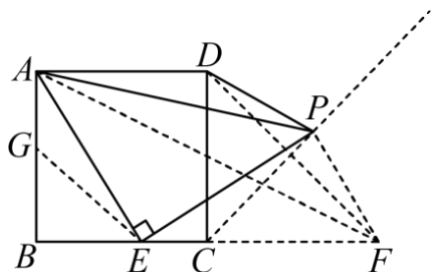
$$\therefore \triangle ADP \text{ 的周长} = AD + DP + AP = 1 + DP + AP = AP + PF + 1,$$

$$\therefore \text{当} A、P、F \text{ 三点共线时, } \triangle ADP \text{ 的周长有最小值, 最小值为} AF + 1,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, 由勾股定理得 } AF = \sqrt{AB^2 + BF^2} = \sqrt{1^2 + (1+1)^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore \triangle ADP \text{ 的周长最小值为 } \sqrt{5} + 1,$$

故选 C.



【点睛】本题主要考查了正方形的性质, 勾股定理, 轴对称最短路径问题, 全等三角形的性质与判定, 等边对等角等等, 正确作出辅助线确定点 P 的运动轨迹是解题的关键.

二、填空题 (8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

11. (2023 下·江苏南京·八年级校考阶段练习) 从一个不透明的口袋中有 8 个红球和 10 个白球, 从袋子中任意摸出 n 个球, 其中摸到红球是一个必然事件, 则 n 的最小值是_____.

【答案】11

【分析】必然事件是必定会发生的事件, 考虑最极端的情况即可.

【详解】一共有 10 个白球, 所以摸出至少要摸出 11 个球必然会摸到红球.

故答案为: 11.

【点睛】本题考查的是必然事件, 熟知随机事件、必然事件及不可能事件的定义是解题的关键.

12. (2023 下·江苏无锡·八年级校考阶段练习) 将 50 个数分成 5 组, 列出分布表, 其中第一组与第五组的频数分别是 5、8, 第二与第四组的频率之和是 0.48, 那么第三组的频数是_____.

【答案】13

【分析】先求得第二与第四组的频数之和, 据此即可求得第三组的频数.

【详解】解: 第二与第四组的频数之和是 $50 \times 0.48 = 24$,

$\therefore$ 第三组的频数是 $50 - 5 - 8 - 24 = 13$,

故答案为: 13.

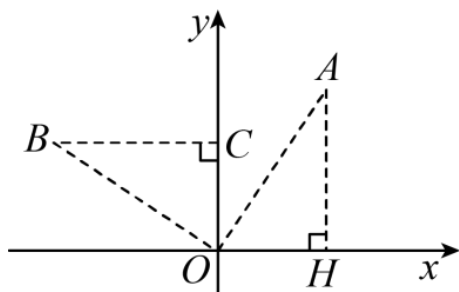
【点睛】本题考查了频数与频率, 熟记频率的计算公式是解题关键.

13. (2023 上·江苏苏州·八年级校考阶段练习) 已知点 $A(2,3)$, 将点 A 绕原点 O 逆时针方向旋转 90° 得点 B, 则点 B 的坐标为_____.

【答案】 $(-3,2)$

【分析】本题考查了坐标与图形变化-旋转, 熟练掌握旋转的性质是解题的关键, 作出图形更形象直观. 作出图形, 连接 OA, 过点 A 作 $AH \perp x$ 轴于 H, 过点 B 作 $BC \perp y$ 轴于 C, 连接 OB, 然后根据点 A 的坐标求出 AH、OH, 再根据旋转的性质求出 BC、OC, 然后写出点 B 的坐标即可.

【详解】解: 如图, 连接 OA, 过点 A 作 $AH \perp x$ 轴于 H, 过点 B 作 $BC \perp y$ 轴于 C, 连接 OB,



$\therefore A(2,3)$,

$\therefore AH = 3, OH = 2$,

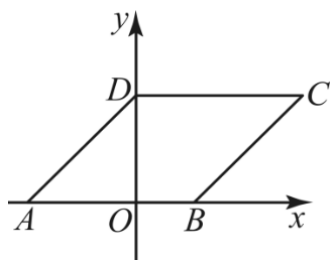
$\therefore$ 将点 A 绕原点 O 逆时针方向旋转 90° 得点 B,

$\therefore BC = AH = 3, OC = OH = 2$,

$\therefore$ 点 $B(-3,2)$.

故答案为: $(-3,2)$.

14. (2023 上·江苏常州·八年级校考阶段练习) 如图, 平面直角坐标系中, 平行四边形 $ABCD$ 的顶点 A 、 B 、 D 在坐标轴上, 若点 A 的坐标为 $(-1, 0)$, $OB=1$, $\angle DAB=45^\circ$, 则点 C 的坐标为_____.



【答案】 $(2, 1)$

【分析】 本题主要考查了坐标与图形, 平行四边形的性质, 等角对等边, 先求出 $OA=1$, 再证明 $\angle ADO = 45^\circ = \angle DAO$ 推出 $OD=OA=1$, 进一步求出 $AB=2$, 由平行四边形的性质得到 $CD=AB=2$, $CD \parallel AB$, 即 $CD \perp y$ 轴, 由此可得答案.

【详解】 解: $\because$ 点 A 的坐标为 $(-1, 0)$,

$$\therefore OA=1,$$

$$\because \angle DAB = 45^\circ, \angle DOA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADO = 45^\circ = \angle DAO,$$

$$\therefore OD=OA=1,$$

$$\because OB=1,$$

$$\therefore AB=2,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore CD=AB=2, CD \parallel AB, \text{ 即 } CD \perp y \text{ 轴},$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } (2, 1),$$

故答案为: $(2, 1)$.

15. (2023 下·江苏常州·八年级常州市第二十四中学校考期中) “2001 年 4 月 1 日, 王伟驾驶编号 81192 战机, 面对美国侦察机的侵犯, 用生命勇敢捍卫祖国南海领空, 22 年过去了, 我们不会忘记, 81192, 收到请返航!” 为了了解荣成市中学生对历史事件的知晓情况, 分别做了下列三种不同的抽样调查: ①随机调查了荣成市 1000 名初三学生对历史事件的知晓情况; ②调查了荣成市实验中学全体学生对该历史事件的知

晓情况；③利用荣成市学籍库随机调查了 10%的中学生对该历史事件的知晓情况，你认为抽样最合理的是（填序号）.

【答案】③

【分析】如果抽取的样本得当，就能很好地反映总体的情况，否则抽样调查的结果会偏离总体情况.

【详解】解：随机调查了荣成市 1000 名初三学生对该历史事件的知晓情况；调查不具代表性，故①不合题意；

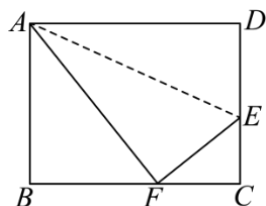
调查了荣成市实验中学全体学生对该历史事件的知晓情况；调查不具广泛性，故②不合题意；

利用荣成市学籍库随机调查了 10%的中学生对该历史事件的知晓情况. 调查具有广泛性、代表性，故③符合题意；

故答案为：③

【点睛】本题考查了抽样调查的可靠性，样本具有代表性是指抽取的样本必须是随机的，即各个方面，各个层次的对象都要有所体现.

16. (2023 上·江苏泰州·八年级校考阶段练习) 如图：折叠长方形 $ABCD$ （四个角都是直角，对边相等）的一边 AD ，点 D 落在 BC 边的 F 处，已知 $AB=8\text{cm}$ ， $BC=10\text{cm}$ ，则 $EC=$ __.



【答案】3cm

【分析】设 $EC=x$ ，利用长方形的性质及折叠的性质可得 $AF=AD=BC=10\text{cm}$ ， $DE=EF=8-x$ ，再利用勾股定理即可求解.

【详解】解：设 $EC=x$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是长方形， $AB=8\text{cm}$ ， $BC=10\text{cm}$ ，

$\therefore \angle B=\angle C=90^\circ$ ， $CD=AB=8\text{cm}$ ， $AD=BC=10\text{cm}$ ，

由折叠可知： $AF=AD=BC=10\text{cm}$ ， $DE=EF=8-x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中， $\angle B=90^\circ$ ，

$$\therefore BF=\sqrt{AF^2-AB^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6\text{cm},$$

$$\therefore CF=BC-BF=4\text{cm},$$

在 $\text{Rt}\triangle EFC$ 中, $EC^2 + FC^2 = EF^2$,

即: $x^2 + 4^2 = (8-x)^2$,

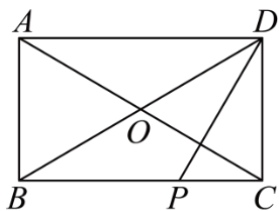
解得: $x=3$,

则 $EC=3\text{cm}$,

故答案为: 3cm .

【点睛】本题考查了矩形的性质、折叠的性质勾股定理, 熟练掌握其性质及勾股定理是解题的关键.

17. (2023 上·江苏徐州·九年级校联考阶段练习) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $\angle AOB=60^\circ$. 若点 P 是 BC 边上一动点, 求 $DP + \frac{1}{2}BP$ 的最小值为_____.



【答案】 $4\sqrt{3}$

【分析】如图所示, 在 BC 下方作 $\angle CBE=30^\circ$, 过点 P 作 $PE \perp BE$ 于 E , 则由含 30 度角的直角三角形的性质得到 $PE = \frac{1}{2}BP$, 故当 D 、 P 、 E 三点共线, 且 $DE \perp BE$ 时 $DP + PE$ 最小, 即此时 $DP + \frac{1}{2}BP$ 最小, 由矩形的性质得到 $OA=OB$, $BD=2OB$, $\angle ABC=90^\circ$, 则可证明 $\triangle AOB$ 是等边三角形, 则 $OA=AB=4$,

$\angle ABO=60^\circ$, $BD=8$, 再求出 $\angle BDE=30^\circ$, 得到 $DE = \frac{\sqrt{3}}{2}BD = 4\sqrt{3}$, 则 $DP + \frac{1}{2}BP$ 的最小值为 $4\sqrt{3}$.

【详解】解: 如图所示, 在 BC 下方作 $\angle CBE=30^\circ$, 过点 P 作 $PE \perp BE$ 于 E ,

$\therefore PE = \frac{1}{2}BP$,

$\therefore DP + \frac{1}{2}BP = DP + PE$,

$\therefore$ 当 D 、 P 、 E 三点共线, 且 $DE \perp BE$ 时 $DP + PE$ 最小, 即此时 $DP + \frac{1}{2}BP$ 最小,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore OA=OB$, $BD=2OB$, $\angle ABC=90^\circ$,

$\therefore \angle AOB=60^\circ$,

$\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形,

$$\therefore OA = AB = 4, \quad \angle ABO = 60^\circ,$$

$$\therefore BD = 8,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle ABC - \angle ABD = 30^\circ,$$

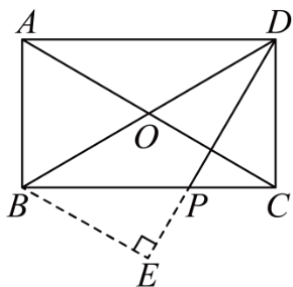
$$\therefore \angle DBE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE = 30^\circ,$$

$$\therefore DE = \frac{\sqrt{3}}{2} BD = 4\sqrt{3},$$

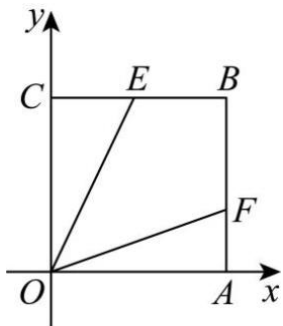
$$\therefore DP + \frac{1}{2} BP \text{ 的最小值为 } 4\sqrt{3},$$

故答案为: $4\sqrt{3}$.



【点睛】本题主要考查了矩形的性质，含 30° 度角的直角三角形的性质，勾股定理，等边三角形的性质与判定等等，正确作出辅助线确定当 D 、 P 、 E 三点共线，且 $DE \perp BE$ 时， $DP + \frac{1}{2} BP$ 最小是解题的关键。

18. (2023 下·江苏无锡·八年级校考阶段练习) 如图，在正方形 $OABC$ 中，点 B 的坐标是 $(4, 4)$ ，点 E 、 F 分别在边 BC 、 BA 上， $CE = 2$ 。若 $\angle EOF = 45^\circ$ ，则 F 点的坐标是_____。



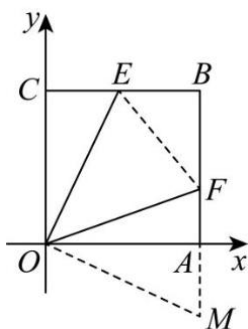
【答案】 $\left(4, \frac{4}{3}\right)$ / $\left(4, 1\frac{1}{3}\right)$

【分析】连接 EF ，延长 BA 到点 M ，使得 $AM = CE$ ，连接 OM ，根据正方形的性质可得 $OC = OA = AB = BC = 4$ ， $\angle OCE = \angle OAB = \angle B = \angle COA = 90^\circ$ ，分别证明 $\triangle OCE \cong \triangle OAM$ ， $\triangle OFE \cong \triangle OFM$ ，

由全等三角形的性质可得 $EF = FM = AF + AM = AF + CE$ ，设 $AF = t$ ，则 $BF = 4 - t$ ， $EF = t + 2$ ，在 $\text{Rt}\triangle EBF$

中，由勾股定理易得 $BE^2 + BF^2 = EF^2$ ，代入求值可得 $t = \frac{4}{3}$ ，可确定点 F 的纵坐标，即可获得答案.

【详解】解：连接 EF ，延长 BA 到点 M ，使得 $AM = CE$ ，连接 OM ，如下图，



$\because$ 四边形 $OABC$ 是正方形， $B(4,4)$ ，

$\therefore OC = OA = AB = BC = 4$ ， $\angle OCE = \angle OAB = \angle B = \angle COA = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle OAM = \angle OCE = 90^\circ$ ，

在 $\triangle OCE$ 和 $\triangle OAM$ 中，
$$\begin{cases} OC = OA \\ \angle OCE = \angle OAM \\ CE = AM \end{cases}$$
，

$\therefore \triangle OCE \cong \triangle OAM (\text{SAS})$ ，

$\therefore OE = OM$ ， $\angle COE = \angle MOA$ ，

$\therefore \angle EOF = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle COE + \angle AOF = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle MOF = \angle MOA + \angle AOF = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle EOF = \angle MOF$ ，

在 $\triangle OFE$ 和 $\triangle OFM$ 中，
$$\begin{cases} OE = OM \\ \angle EOF = \angle MOF \\ OF = OF \end{cases}$$
，

$\therefore \triangle OFE \cong \triangle OFM (\text{SAS})$ ，

$\therefore EF = FM = AF + AM = AF + CE$ ，

设 $AF = t$ ，则 $BF = 4 - t$ ， $EF = t + 2$ ， $BE = BC - CE = 2$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/036114240120010114>