专题 1.3 解直角三角形（4 大考点 8 类题型）（知识梳理与题型分类讲解）

【知识储备】解直角三角形的常用关系

（1）三边之间的关系：$a^2+b^2=c^2$；

（2）锐角之间的关系：$\angle A+\angle B=90°$；

（3）边角之间的关系：$\sin A=\cos B=\frac{a}{c}$，$\cos A=\sin B=\frac{b}{c}$，$\tan A=\frac{a}{b}$.

知识点与题型目录

【考点一】解直角三角形的相关计算

【题型 1】解含特殊角的直角三角形..... 1

【题型 2】解直角三角形..... 2

【考点二】解非直角三角形

【题型 3】解含特殊角的非直角三角形..... 3

【题型 4】解非直角三角形..... 3

【考点三】构造直角三角形求不规则图形的边长或面积

【题型 5】构造直角三角形求含特殊角不规则图形的边长或面积..... 4

【题型 6】构造直角三角形求不规则图形的边长或面积..... 5

【考点四】直通中考与拓展延伸

【题型 7】直通中考..... 6

【题型 8】拓展延伸..... 6

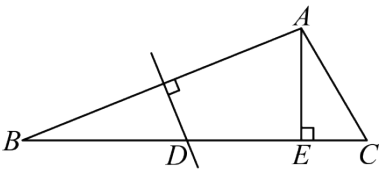
【题型展示与方法点拨】

【考点一】解直角三角形的相关计算

【题型 1】解含特殊角的直角三角形

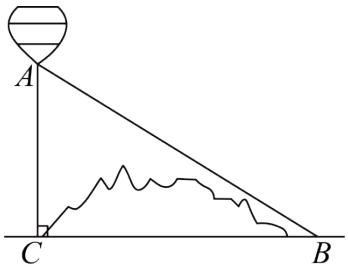
【例 1】（2024·黑龙江哈尔滨·一模）

1．如图在$\triangle ABC$中，$\angle B=22.5°$，$\angle C=60°$，AB的垂直平分线交BC于点D，$BD=6\sqrt{2}$，$AE\perp BC$于点E，求EC的长．



【变式 1】（22-23 九年级上·全国·单元测试）

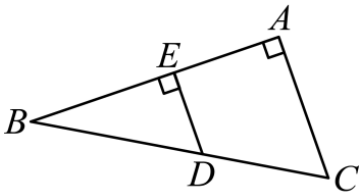
2．如图，已知$\angle ACB=90°$，$AC=100\text{m}$，$\angle B=30°$，则B，C两地之间的距离为（　）



A．$100\sqrt{3}\text{m}$　　B．$50\sqrt{2}\text{m}$　　C．$50\sqrt{3}\text{m}$　　D．$\dfrac{100\sqrt{3}}{3}\text{m}$

【变式 2】（22-23 九年级下·广东深圳·自主招生）

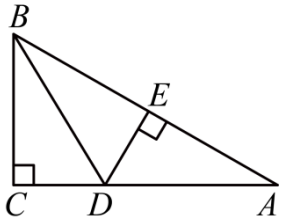
3．如图，已知$\text{Rt}\triangle ABC$中，$DE\perp AB$，$\angle B=30°$，$BE=AC$，求$AB+DE=480$时，DE的长度为_____.



【题型 2】解直角三角形

【例 2】（24-25 九年级上·上海浦东新·期中）

4．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，点D、E分别在边AC，AB上，BD平分$\angle ABC$，$DE\perp AB$，$AE=8$，$\sin A=\dfrac{3}{5}$.

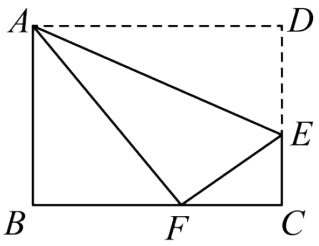


(1)求CD的长.

(2)求$\tan\angle DBC$的值.

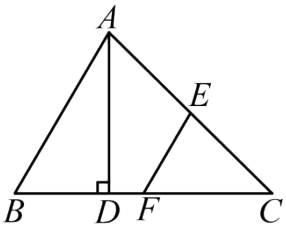
【变式 1】（23-24 九年级上·上海普陀·阶段练习）

5．如图，点E在矩形$ABCD$的边CD上，将$\triangle ADE$沿AE翻折，点D恰好落在边BC的点F处，如果$BC=10$，$\sin\angle BAF=\dfrac{3}{5}$，那么$EC=$_____.



【变式 2】（24-25 九年级上·全国·期末）

6．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle C=45°$，$\tan B=\sqrt{3}$，$AD\perp BC$于点D，$AC=2\sqrt{6}$．若E，F分别为AC，BC的中点，则EF的长为（　）



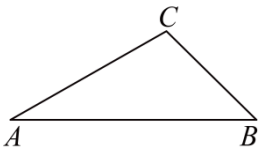
A．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　B．2　　C．3　　D．$2\sqrt{3}$

【考点二】解非直角三角形

【题型 3】解含特殊角的非直角三角形

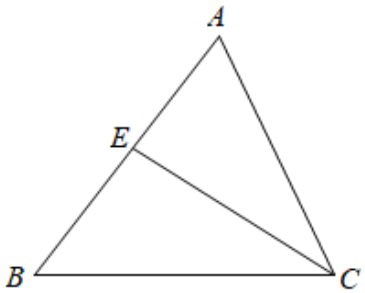
【例 3】（23-24 八年级下·全国·课后作业）

7．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle A=30°$，$\angle B=45°$，$AC=2$，求AB和BC的长．



【变式 1】（2022·陕西西安·三模）

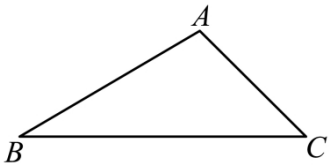
8．如图，在ΔABC中，$\angle ACB=60°$，$\angle B=45°$，$AB=\sqrt{6}$，CE平分$\angle ACB$交AB于点E，则线段CE的长为(　　)



A．$\sqrt{3}+1$　　B．2　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{6}-\sqrt{2}$

【变式 2】（21-22 九年级下·湖北省直辖县级单位·阶段练习）

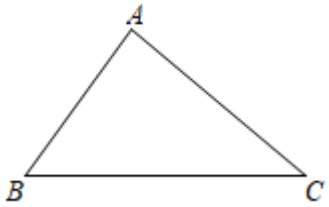
9．如图所示，某公路检测中心在一事故多发地带安装了一个测速仪，检测点设在距离公路 $10m$ 的 A 处，测得一辆汽车从 B 处行驶到 C 处所用的时间为 0.9s．已知 $\angle B=30°$，$\angle C=45°$，那么这辆汽车速度是_____m/s．（参考数据：$\sqrt{3}=1.7$，$\sqrt{2}=1.4$）



【题型 4】解非直角三角形

【例 4】（22-23 九年级上·上海·期中）

10．如图，已知在 $\triangle ABC$ 中，$AB=5$，$BC=7$，$\sin B=\dfrac{4}{5}$．

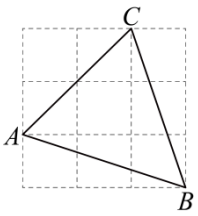


(1)求 $\tan\angle ACB$；

(2)求 AC．

【变式 1】（2024·重庆九龙坡·模拟预测）

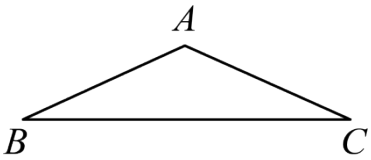
11．在边长相等的小正方形组成的网格中，点 A，B，C 都在格点上，那么 $\sin\angle ACB$ 的值为（　　）



A．$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　D．$\dfrac{1}{3}$

【变式 2】（2024 九年级下·上海·专题练习）

12．如图，已知在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\tan\angle B=\dfrac{1}{2}$，将 $\triangle ABC$ 翻折，使点 C 与点 A 重合，折痕 DE 交边 BC 于点 D，交边 AC 于点 E，那么 $\dfrac{BD}{DC}$ 的值为 _____．

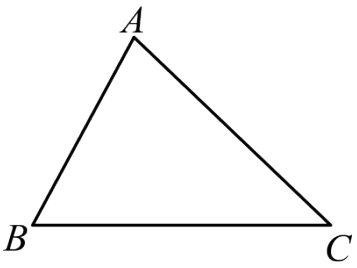


【考点三】构造直角三角形求不规则图形的边长或面积

【题型 5】构造直角三角形求含特殊角不规则图形的边长或面积

【例 5】（22-23 九年级上·山东聊城·阶段练习）

13．在$\triangle ABC$中，$AC=4\sqrt{2}$，$BC=6$，$\angle C$为锐角且$\tan C=1$．



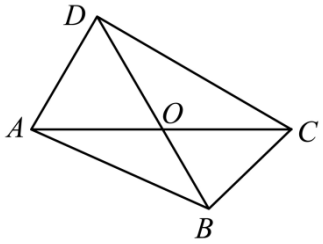
(1)求$\triangle ABC$的面积；

(2)求AB的值；

(3)求$\cos\angle ABC$的值．

【变式 1】（2022·四川绵阳·三模）

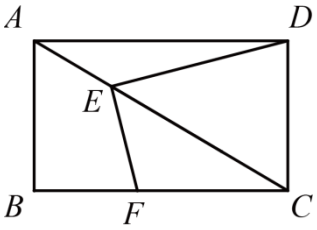
14．如图，四边形$ABCD$的对角线AC、BD相交于O，$\angle AOD=60°$，$AC=BD=2$，则这个四边形的面积是（　）



A．$\frac{\sqrt{3}}{4}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$2\sqrt{3}$

【变式 2】（2023·天津河北·二模）

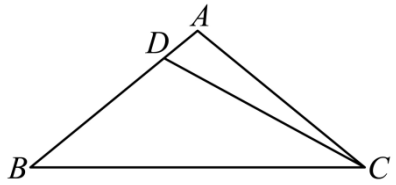
15．如图，在矩形$ABCD$中，$AB=2, BC=2\sqrt{3}$，连接AC，点E在AC上，$\angle DEF=90°, EC$平分$\angle DEF, AE=$_____.



【题型 6】构造直角三角形求不规则图形的边长或面积

【例 6】（19-20 九年级上·上海浦东新·期中）

16．如图，在△ABC 中，AB=AC=5，BC=8，D 是边 AB 上一点，且 tan∠BCD=$\frac{1}{2}$

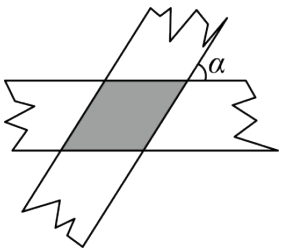


（1）试求 $\sin B$ 的值；

（2）试求△BCD 的面积.

【变式 1】（2020·上海·一模）

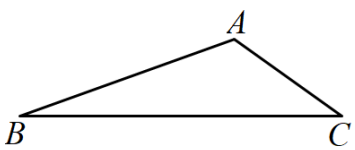
17．如图，把两条宽度都是 1 的纸条，其中一条对折后再两条交错地叠在一起，相交成角 α，则重叠部分的面积是（　　）



A．2sinα　　B．2cosα　　C．$\frac{1}{\sin\alpha}$　　D．$\frac{1}{2\cos\alpha}$

【变式 2】（2023 九年级下·全国·专题练习）

18．如图，在△ABC 中，$\sin B=\frac{1}{3}$，$\tan C=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$AB=3$，则 AC 的长为_____，△ABC 的面积为_____.

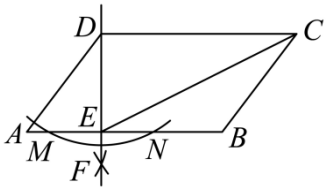


【考点四】直通中考与拓展延伸

【题型 7】直通中考

【例 1】（2024·海南·中考真题）

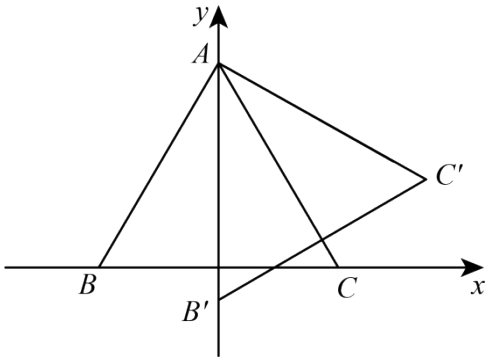
19．如图，在$\square ABCD$中，$AB=8$，以点D为圆心作弧，交AB于点M、N，分别以点M、N为圆心，大于$\frac{1}{2}MN$为半径作弧，两弧交于点F，作直线DF交AB于点E，若$\angle BCE=\angle DCE$，$DE=4$，则四边形$BCDE$的周长是（　）



A．22　　B．21　　C．20　　D．18

【例 2】（2024·山东潍坊·中考真题）

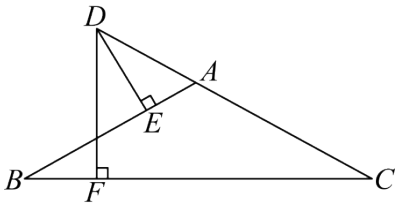
20．如图，在直角坐标系中，等边三角形ABC的顶点A的坐标为$(0,4)$，点B,C均在x轴上．将$\triangle ABC$绕顶点A逆时针旋转$30°$得到$\triangle AB'C'$，则点C'的坐标为_____.



【题型 8】拓展延伸

【例 1】（24-25 九年级上·江苏无锡·阶段练习）

21．已知在$\triangle ABC$中，$AB=AC=4$，$\angle BAC=120°$，点D是CA延长线上任意一点，作$DE\perp AB$于点E，$DF\perp BC$于点F，连接EF，则EF的最小值为（　　）

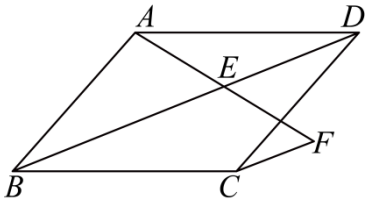


A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{3}-1$　　C．$\frac{4}{3}\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{5}-1$

【例 2】（24-25 九年级上·黑龙江哈尔滨·期中）

22．如图，点E为$\square ABCD$的对角线BD上一点，连接AE并延长至点F，使得$EF=AE$，

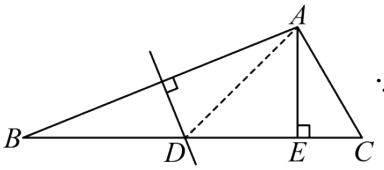
连接CF，若$FC=4$，$DE=7$，$CD=4\sqrt{5}$，$\sin F=\dfrac{4}{5}$，则$\square ABCD$的面积为_____.



1．$2\sqrt{3}$

【分析】本题考查了垂直平分线的性质，等腰三角形的性质，解直角三角形，解题关键是合理添加辅助线，利用垂直平分线的性质及特殊角三角函数值计算．如图，连接 AD，根据垂直平分线的性质可得 $AD=BD=6\sqrt{2}$，再根据等腰三角形的性质得 $\angle BAD=\angle B=22.5°$，即可证得 $\triangle ADE$ 为等腰直角三角形，再利用特殊角的三角函数值计算，即可求出 EC 的值．

【详解】解：如图，连接 AD，



$\because$ AB 的垂直平分线交 BC 于点 D，$BD=6\sqrt{2}$，

$\therefore AD=BD=6\sqrt{2}$，

$\therefore \angle BAD=\angle B$，

$\because \angle B=22.5°$，

$\therefore \angle ADE=\angle B+\angle BAD=2\angle B=45°$，

$\because AE\perp BC$，

$\therefore \angle AED=\angle AEC=90°$，$\angle DAE=\angle ADE=45°$，

$\therefore AE=AD\cdot\sin 45°=6\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6$，

$\because \angle C=60°$，

$\therefore EC=\dfrac{AE}{\tan 60°}=\dfrac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$．

2．A

【分析】本题主要考查了解直角三角形，直接解 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 求出 BC 的长即可得到答案．

【详解】解：在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=100\mathrm{m}$，$\angle B=30°$，

$\therefore BC=\dfrac{AC}{\tan B}=\dfrac{100}{\tan 30°}=100\sqrt{3}\mathrm{m}$，

故选：A．

3．120

【分析】本题考查了解直角三角形的应用，熟练掌握特殊角的锐角三角函数值是解题的关键．

根据角 $30°$ 正切值可求得 $BE=\sqrt{3}DE$，$AB=\sqrt{3}AC$，结合 $AB+DE=480$，列方程求解即可得出答案．

【详解】解：$\because \angle B=30°$，$DE\perp AB$，$\tan 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore$在$\mathrm{Rt}\triangle BDE$中，$\tan B=\dfrac{DE}{BE}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，即$BE=\sqrt{3}DE$，

$\because BE=AC$，

$\therefore AC=BE=\sqrt{3}DE$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\tan B=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，即$AB=\sqrt{3}AC=\sqrt{3}\times\sqrt{3}DE=3DE$，

$\because AB+DE=480$，

$\therefore AB+DE=3DE+DE=4DE=480$，

$\therefore DE=120$.

故答案为：120

4．$(1)\,CD=6$

$(2)\,\tan\angle DBC=\dfrac{1}{2}$

【分析】（1）由$DE\perp AB$，$AE=8$，$\sin A=\dfrac{3}{5}$，并结合勾股定理可求出DE、AD的长，由角平分线的性质可得$CD=DE$，即可获得答案；

（2）首先证明$\mathrm{Rt}\triangle BCD\cong\mathrm{Rt}\triangle BED(\mathrm{HL})$，由全等三角形的性质可得$BC=BE$，然后由$\sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{3}{5}$，求出$BC$的长，从而求出$\tan\angle DBC$的值.

【详解】（1）解：$\because DE\perp AB$，$AE=8$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ADE$，$\sin A=\dfrac{DE}{AD}=\dfrac{3}{5}$，

设$DE=3x$，$AD=5x$，

由勾股定理可得$DE^2+AE^2=AD^2$，即$(3x)^2+8^2=(5x)^2$，

解得 $x=-2$（舍去）或$x=2$，

$\therefore DE=6$，$AD=10$，

$\because BD$平分$\angle ABC$，$DE\perp AB$，$\angle C=90°$，

$\therefore CD=DE=6$；

（2）解：$\because DE\perp AB$，$\angle C=90°$，$CD=DE$，

又$\because BD=BD$，

$\therefore\mathrm{Rt}\triangle BCD\cong\mathrm{Rt}\triangle BED(\mathrm{HL})$，

$\therefore BC=BE$，

设$BC=BE=y$，

在Rt△ABC中，$\sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{BC}{AE+BE}=\dfrac{y}{8+y}=\dfrac{3}{5}$，

解得$y=12$，即$BC=BE=12$，

∴在Rt△BCD中，$\tan\angle DBC=\dfrac{CD}{BC}=\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}$.

【点睛】本题主要考查角平分线的性质定理、三角函数的定义、勾股定理以及全等三角形的判定与性质，熟练掌握锐角三角函数的定义是解题的关键.

5．3

【分析】本题考查了矩形与折叠，解直角三角形的应用，灵活运用锐角三角函数是解题关键．由矩形与折叠的性质，得到$AF=AD=10$，$\angle AFE=\angle D=90°$，利用锐角三角函数，得出$BF=6$，$CF=4$，$\tan\angle BAF=\dfrac{3}{4}$，再根据同角的余角相等，得到$\angle BAF=\angle CFE$，再结合锐角三角函数即可求解.

【详解】解：∵四边形$ABCD$是矩形，

∴$AD=BC=10$，$\angle B=\angle C=\angle D=90°$，

由折叠的性质可得$AF=AD=10$，$\angle AFE=\angle D=90°$，

在Rt△ABF中，$\sin\angle BAF=\dfrac{BF}{AF}=\dfrac{3}{5}$，

∴$BF=\dfrac{3}{5}AF=6$，

∴$CF=BC-BF=4$，

在Rt△ABF中，由勾股定理得$AB=\sqrt{AF^2-BF^2}=8$，

∴$\tan\angle BAF=\dfrac{BF}{AB}=\dfrac{3}{4}$，

∵$\angle BAF+\angle BFA=90°=\angle BFA+\angle CFE$，

∴$\angle BAF=\angle CFE$，

∴在Rt△EFC中，$\tan\angle CFE=\dfrac{CE}{CF}=\tan\angle BAF=\dfrac{3}{4}$，

∴$CE=\dfrac{3}{4}CF=3$，

故答案为：3．

6．B

【分析】本题考查解直角三角形，三角形中位线定理，由 $\sin\angle C=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 求出 $AD=\frac{\sqrt{2}}{2}AC=2\sqrt{3}$，由 $\tan B=\sqrt{3}$ 求出 $BD=2$，继而求出 $AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=4$ 由三角形中位线定理求出 $EF=\frac{1}{2}AB=2$.

【详解】解：$\because\angle C=45°, AD\perp BC$，

$\therefore AD=AC\cdot\sin\angle C=2\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{3}$，

$\because\tan B=\frac{AD}{BD}=\sqrt{3}$，

$\therefore BD=\frac{AD}{\tan B}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=2$，

$\therefore AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=4$

$\because E$，F 分别为 AB、BC 的中点，

$\therefore EF$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore EF=\frac{1}{2}AB=2$.

故选：B.

7．$AB=\sqrt{3}+1$，$BC=\sqrt{2}$

【分析】如图，作 $\triangle ABC$ 边 AB 上的高 CD．$CD=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times2=1, BD=CD=1$，分别使用勾股定理，计算即可，本题考查了化斜为直解直角三角形，熟练掌握作高是解题的关键．

【详解】解：如图，作 $\triangle ABC$ 边 AB 上的高 CD.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ADC$ 中，

$\because\angle ADC=90°$，$\angle A=30°$，$AC=2$，

$\therefore CD=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times2=1$.

$\therefore AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\sqrt{3}$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle BDC$ 中，

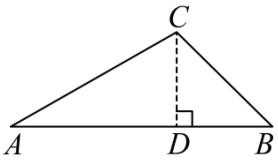
$\because\angle BDC=90°$，$\angle B=45°$，

$\therefore\angle BCD=45°$，

$\therefore\angle B=\angle BCD$.

$\therefore BD=CD=1$，$BC=\sqrt{BD^2+CD^2}=\sqrt{2}$.

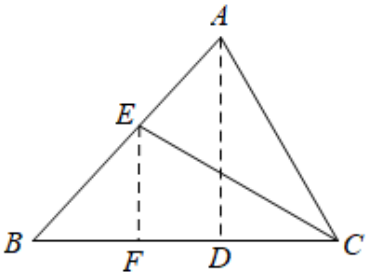
$\therefore AB = AD + BD = \sqrt{3} + 1$.



8．B

【分析】作 $AD \perp BC$ 于 D，作 $EF \perp BC$ 于 F，分别解直角三角形 ABD 求得 BD，AD 和 CD，从而求得 BC，设 $EF=x$，在直角三角形 EFC 中表示出 CF，进而根据 $CF+BF=BC$ 列出方程求得x，进而求得结果．

【详解】如图，



作 $AD \perp BC$ 于 D，作 $EF \perp BC$ 于 F，

在 Rt$\triangle ABD$ 中，$BD=AD=AB \cdot \sin B=\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}$，

在 Rt$\triangle ADC$ 中，$\angle DAC=90°-\angle ACB=30°$，$CD=AD \cdot \tan 30°=\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3}=1$，

$\therefore BC=\sqrt{3}+1$，

在 Rt$\triangle BEF$ 中，设 $BF=EF=x$，

在 Rt$\triangle EFC$ 中，$\angle FEC=90°-\angle BCE=60°$，

$CF=EF \cdot \tan 60°=\sqrt{3}x$，

由 $CF+BF=BC$ 得，

$\sqrt{3}x+x=\sqrt{3}+1$，

$\therefore x=1$，

$\therefore EC=2EF=2$，

故答案为：B．

【点睛】本题考查了解直角三角形，解决问题的关键是将作辅助线，将斜三角形划分为直角三角形．

9．30

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/036121112010011033