11.3 多边形及其内角和

知识梳理

考点一：多边形及有关概念

1、 多边形的定义：在平面内，由一些线段首尾顺次相接组成的图形叫做多边形.

（1）多边形的一些要素：

边：组成多边形的各条线段叫做多边形的边.

顶点：每相邻两条边的公共端点叫做多边形的顶点.

内角：多边形相邻两边组成的角叫多边形的内角，一个 n 边形有 n 个内角。

外角：多边形的边与它的邻边的延长线组成的角叫做多边形的外角。

（2）在定义中应注意：

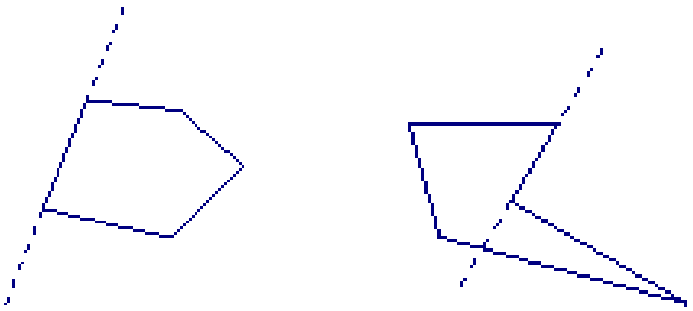
①一些线段（多边形的边数是大于等于 3 的正整数）;

②首尾顺次相连，二者缺一不可;

③理解时要特别注意“在同一平面内”这个条件,其目的是为了排除几个点不共面的情况,即空间多边形.

考点二、多边形的分类

(1)多边形可分为凸多边形和凹多边形，画出多边形的任何一条边所在的直线，如果整个多边形都在这条直线的同一侧，则此多边形为凸多边形，反之为凹多边形（见图）.本章所讲的多边形都是指凸多边形.



凸多边形　　凹多边形

(2)多边形通常还以边数命名，多边形有 n 条边就叫做 n 边形. 三角形、四边形都属于多边形，其中三角形是边数最少的多边形.

考点三：正多边形

各个角都相等、各个边都相等的多边形叫做正多边形。如正三角形、正方形、正五边形等。



正三角形　正方形　正五边形　正六边形　正十二边形

要点诠释：

各角相等、各边也相等是正多边形的必备条件，二者缺一不可. 如四条边都相等的四边形不一定是正方形，四个角都相等的四边形也不一定是正方形，只有满足四边都相等且四个角也都相等的四边

形才是正方形

考点四：多边形的对角线

多边形的对角线：连接多边形不相邻的两个顶点的线段，叫做多边形的对角线. 如图 2，BD 为四边形 ABCD 的一条对角线。

要点诠释：

(1)从 n 边形一个顶点可以引(n－3)条对角线，将多边形分成(n－2)个三角形。

(2)n 边形共有 $\frac{n(n-3)}{2}$ 条对角线。

考点五：多边形的内角和公式

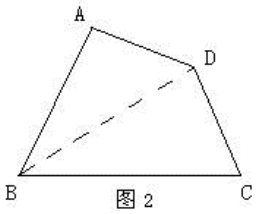


图 2

1. 公式：n 边形的内角和为 $(n-2)\cdot 180°(n\geq 3)$.

2. 公式的证明：

要点诠释：

(1)注意：以上各推导方法体现出将多边形问题转化为三角形问题来解决的基础思想。

(2)内角和定理的应用：

①已知多边形的边数，求其内角和；

②已知多边形内角和，求其边数。

考点六：多边形的外角和公式

1. 公式：多边形的外角和等于 360°.

2. 多边形外角和公式的证明：多边形的每个内角和与它相邻的外角都是邻补角，所以 n 边形的内角和加外角和为 $n\cdot 180°$，外角和等于 $n\cdot 180°-(n-2)\cdot 180°=360°$.

注意：n 边形的外角和恒等于 360°，它与边数的多少无关。

要点诠释：

(1)外角和公式的应用：

①已知外角度数，求正多边形边数；

②已知正多边形边数，求外角度数.

(2)多边形的边数与内角和、外角和的关系：

①n 边形的内角和等于(n－2)·180°(n≥3，n 是正整数)，可见多边形内角和与边数 n 有关，每增加 1 条边，内角和增加 180°。

②多边形的外角和等于 360°，与边数的多少无关。

考点七：镶嵌的概念和特征

1、定义：用一些不重叠摆放的多边形把平面的一部分完全覆盖，通常把这类问题叫做用多边形覆盖平面(或平面镶嵌)。这里的多边形可以形状相同，也可以形状不相同。

2、实现镶嵌的条件：拼接在同一点的各个角的和恰好等于 360°；相邻的多边形有公共边。

3、常见的一些正多边形的镶嵌问题：

(1)用正多边形实现镶嵌的条件：边长相等；顶点公用；在一个顶点处各正多边形的内角之和为360°。

(2)只用一种正多边形镶嵌地面

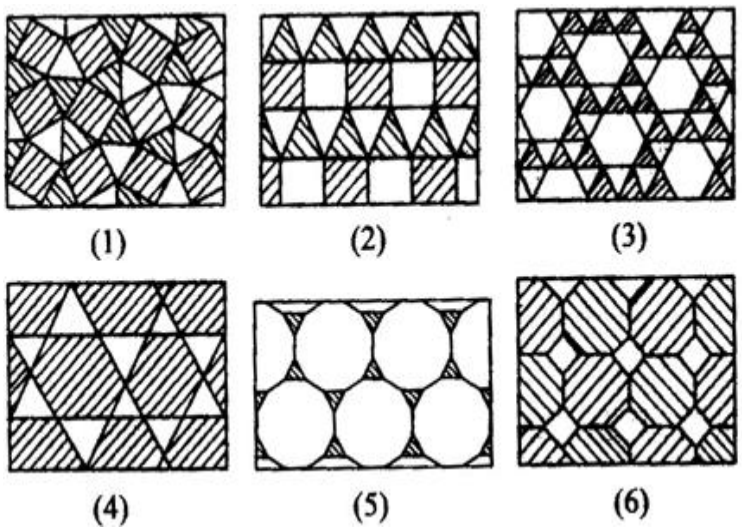
对于给定的某种正多边形，怎样判断它能否拼成一个平面图形，且不留一点空隙？解决问题的关键在于正多边形的内角特点。当围绕一点拼在一起的几个正多边形的内角加在一起恰好组成一个周角360°时，就能铺成一个平面图形。

事实上，正n边形的每一个内角为$\frac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n}$，要求k个正n边形各有一个内角拼于一点，恰好覆盖地面，这样$360^\circ=\frac{k(n-2)\cdot 180^\circ}{n}$，由此导出$k=\frac{2n}{n-2}=2+\frac{4}{n-2}$，而k是正整数，所以n只能取3,4，6。因而，用相同的正多边形地砖铺地面，只有正三角形、正方形、正六边形的地砖可以用。

注意：任意四边形的内角和都等于360°。所以用一批形状、大小完全相同但不规则的四边形地砖也可以铺成无空隙的地板，用任意相同的三角形也可以铺满地面。

(3)用两种或两种以上的正多边形镶嵌地面

用两种或两种以上边长相等的正多边形组合成平面图形，关键是相关正多边形“交接处各角之和能否拼成一个周角”的问题。例如，用正三角形与正方形、正三角形与正六边形、正三角形与正十二边形、正四边形与正八边形都可以作平面镶嵌，见下图：



又如，用一个正三角形、两个正方形、一个正六边形结合在一起恰好能够铺满地面，因为它们的交接处各角之和恰好为一个周角360°。

规律方法指导

1．内角和与边数成正比：边数增加，内角和增加；边数减少，内角和减少．每增加一条边，内角的和就增加180°（反过来也成立），且多边形的内角和必须是180°的整数倍.

2．多边形外角和等于360°，与边数的多少无关.

3．多边形最多有三个内角为锐角，最少没有锐角（如矩形）；多边形的外角中最多有三个钝角，最少没有钝角.

4．在运用多边形的内角和公式与外角的性质求值时，常与方程思想相结合，运用方程思想是解决本节问题的常用方法.

5．在解决多边形的内角和问题时，通常转化为与三角形相关的角来解决．三角形是一种基本图

形，是研究复杂图形的基础，同时注意转化思想在数学中的应用.

题型探究

题型一：多边形的概念和分类

1.（2022·全国·八年级专题练习）下列命题正确的是（　　）

A．各边相等的多边形是正多边形

B．各内角分别相等的多边形是正多边形

C．既是轴对称图形又是中心对称图形的多边形是正多边形

D．各边相等、各角也相等的多边形是正多边形

2.（2022·全国·八年级专题练习）下列说法错误的是（　　）

A．多边形是平面图形，平面图形不一定是多边形

B．四边形由四条线段组成，但四条线段组成的图形不一定是四边形

C．多边形是一个封闭图形，但封闭图形不一定是多边形

D．多边形是三角形，但三角形不一定是多边形

3.（2022·全国·八年级专题练习）关于正多边形的概念，下列说法正确的是（　　）

A．各边相等的多边形是正多边形

B．各角相等的多边形是正多边形

C．各边相等或各角相等的多边形是正多边形

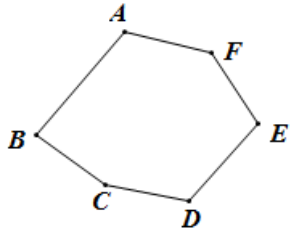
D．各边相等且各角相等的多边形是正多边形

题型二：多边形对角线的条数问题

4.（2022·湖南湘西·八年级期末）从九边形的一个顶点出发，可以作①条对角线，它们将九边形分成②个三角形．对于符号①、②表示的数字正确的是（　　）

A．①6、②7　　B．①7、②8　　C．①8、②8　　D．①9、②7

5.（2021·河南焦作·八年级阶段练习）要使如图所示的六边形木架不变形，则至少需要钉上木条的根数为（　　）



A．1　　B．2　　C．3　　D．4

6．（2021·山东德州·八年级期中）多边形每一个内角都等于150°，则从该多边形一个顶点出发，可引出对角线的条数为（　　）

A．6条　　B．8条　　C．9条　　D．12条

题型三：对角线分成的三角形个数问题

7．（2021·山西吕梁·八年级期中）探究多边形的内角和时，需要把多边形分割成若干个三角形．在分割六边形时，所分三角形的个数不可能的是（　　）

A．3个　　B．4个　　C．5个　　D．6个

8．（2020·河北·沧州市第十三中学八年级阶段练习）从一个七边形的某个顶点出发，分别连接这个点与其余各顶点，可以把一个七边形分割成(　　)个三角形．

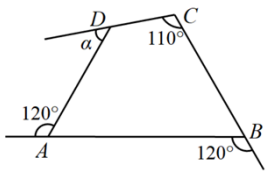
A．6　　B．5　　C．8　　D．7

9．（2022·河北邯郸·八年级期末）从一个n边形的同一个顶点出发，分别连接这个顶点与其余各顶点，若把这个多边形分割成10个三角形，则n的值是（　　）

A．10　　B．11　　C．12　　D．13

题型四：多边形的内角和问题

10．（2022·浙江衢州·八年级期末）如图，在四边形$ABCD$中，$\angle C=110°$，与$\angle BAD$，$\angle ABC$相邻的外角都是120°，则$\angle\alpha$的值为（　　）

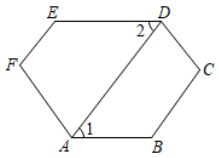


A．50°　　B．55°　　C．60°　　D．65°

11．（2022·山东济南·八年级期末）菲菲为了推理出七边形的内角和，将七边形的某一个顶点分别与其他各顶点相连，这样把原来的七边形分割成了（　　）个三角形，最终求出七边形内角和是900°．

A．4　　B．5　　C．6　　D．7

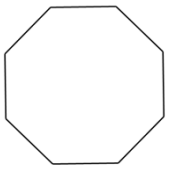
12．（2022·江西萍乡·八年级期末）如图，六边形$ABCDEF$的每个内角相等，若$\angle 1=58°$，则$\angle 2$的度数为（　　）



A．58°　　B．59°　　C．60°　　D．61°

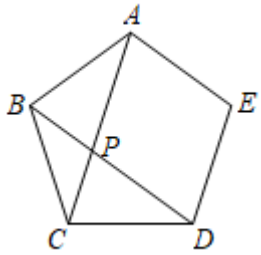
题型五：正多边形的内角和问题

13．（2022·山西太原·八年级期末）永寺双塔，又名凌霄双塔，是我市现存最高的古建筑，均为十三层八角形楼阁式砖塔，如图的正八边形是双塔平面示意图，其每个内角的度数为（　　）

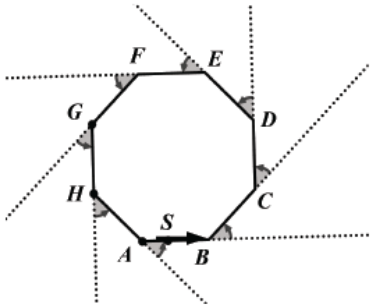
A．80°　　B．100°　　C．120°　　D．135°

14．（2022·山东淄博·八年级期末）如图，正五边形 $ABCDE$，对角线 AC、BD 交于点 P，那么$\angle APD=$（　　）



A．96°　　B．100°　　C．108°　　D．115°

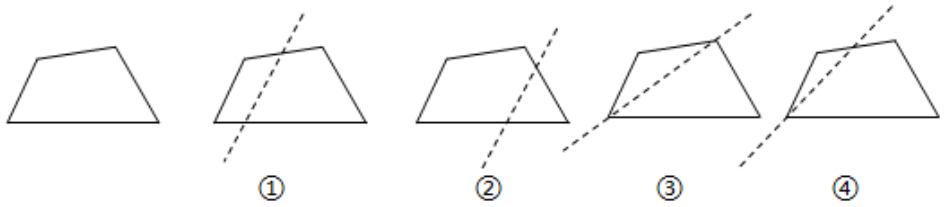
15．（2022·全国·八年级课时练习）如图，小明从正八边形（各边相等，各内角也相等）草地的一边 AB 上一点 S 出发，步行一周回到原处在步行的过程中，小明转过的角度的和是（　　）



A．0°　　B．45°　　C．180°　　D．360°

题型六：多边形截角后的内角和问题

16．（2021·新疆师范大学附属中学八年级期中）如图，沿着虚线将四边形纸片剪成两部分，如果所得两个图形的内角和相等，则符合条件的剪法是（　　）



A．①②　　B．①③　　C．②④　　D．③④

17．（2021·河北衡水·八年级期末）将一个多边形纸片剪去一个内角后得到一个内角和是外角和 4 倍的新多边形，则原多边形的边数为（　　）

A．9　　B．10　　C．11　　D．以上均有可能

18．（2020·湖北·新洲区张店初级中学八年级期末）一块多边形木板截去一个三角形（截线不经过顶点），得到的新多边形内角和为2340°，则原多边形的边数为（　　）

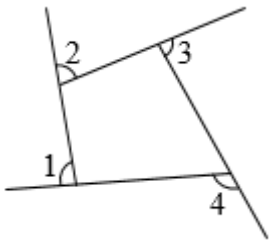
A．13　　B．14　　C．15　　D．16

题型七：正多变形的外角问题

19．（2022·广东·平远县教师发展中心八年级期末）若正多边形的一个外角的度数为 45°，则这个正多边形是（　）

A．正五边形　　B．正六边形　　C．正八边形　　D．正十边形

20．（2022·四川成都·八年级期末）如图，已知$\angle 1+\angle 2+\angle 3=240°$，那么$\angle 4$ 的度数为（　　）



A．60°　　B．120°　　C．130°　　D．150°

21．（2022·山东临沂·八年级期末）下列说法不正确的是（　　）

A．多边形的内角和随多边形边数的增加而增加

B．多边形的外角和等于 360°

C．若一个多边形的内角和是外角和的 2 倍，则这个多边形是六边形

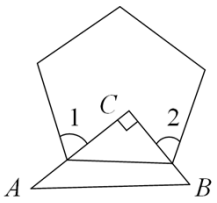
D．若正多边形的一个外角等于 150°，那么它是正十五边形

题型八：多边形的内角和外角综合问题

22．（2022·河南郑州·八年级期末）若一个多边形的外角和是它内角和的$\frac{2}{3}$，那么这个多边形从一个顶点可以作（　　）条对角线．

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

23．（2022·河北廊坊·八年级期末）如图，*Rt*△*ABC* 的两条直角边 *AC*，*BC* 分别经过正五边形的两个顶点，则∠1＋∠2 等于（　　）



A．126°　　B．130°　　C．136°　　D．140°

24．（2022·辽宁沈阳·八年级期末）如果一个多边形的每个内角都相等，且内角和为 1800°，那么这个多边形的一个外角是（　　）

A．720°　　B．60°　　C．36°　　D．30°

题型九：镶嵌问题

25．（2022·河南郑州·八年级期末）李明家正在装修新房，已购买一种正方形地砖，现打算选择另一种不同形状的正多边形地砖和已购买的地砖在同一顶点处做平面镶嵌，则下面形状的地砖中能被李明家选择的是（　　）

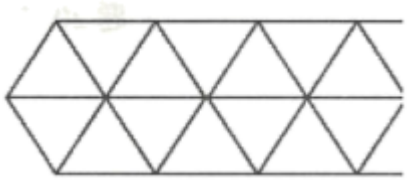
A．正五角形　　B．正六边形　　C．正七边形　　D．正八边形

26．（2022·山东烟台·八年级期末）小明在社会实践中想用不同的正多边形瓷砖进行地面铺设，若在一个顶点处有一个正三角形和一个正十边形瓷砖，则还需一个正（　　）边形瓷砖才能铺成平整无缝隙的地面．

A．十二　　B．十三　　C．十四　　D．十五

27．（2022·广东佛山·八年级期末）用一些不重叠摆放的多边形把平面的一部分完全覆盖，通常把这类问题叫做平面

镶嵌问题．如图，利用相同边长的正三角形可以进行平面镶嵌．请问下列图形或图形组合无法进行平面镶嵌的是（　　）



A．全等三角形　　B．边长相等的正方形

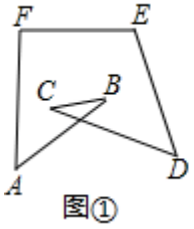
C．边长相等的正三角形　　D．边长相等的正五边形

题型十：多边形及其内角和综合问题

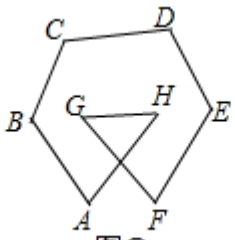
28．（2022·全国·八年级）（1）如图①，求$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F$的度数；

（2）如图②，求$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+\angle H$的度数；

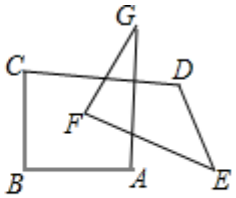
（3）如图③，求$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G$的度数．



图①



图②



图③

29．（2020·福建·莆田第二十五中学八年级阶段练习）在四边形 ABCD 中，$\angle A=140^{\circ}$，$\angle D=80^{\circ}$

(1) 如图 1，若$\angle B=\angle C$，求$\angle C$的度数；

(2) 如图 2，若$\angle ABC$的平分线 BE 交 DC 于点 E，且$BE//AD$，求$\angle C$的度数．

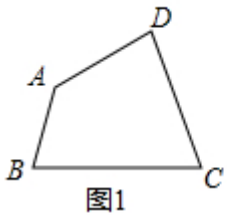


图1

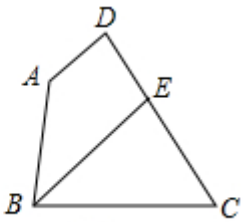


图2

30．（2022·全国·八年级）阅读材料：

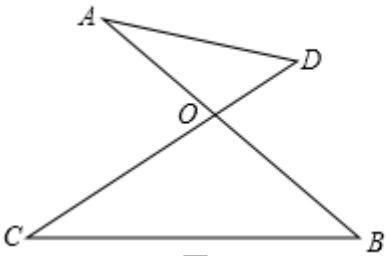


图1

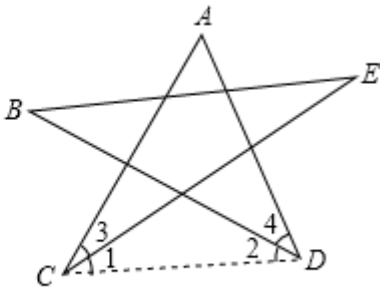


图2

如图 1，*AB*、*CD* 交于点 *O*，我们把△*AOD* 和△*BOC* 叫做对顶三角形．

结论：若△*AOD* 和△*BOC* 是对顶三角形，则∠*A*+∠*D*＝∠*B*+∠*C*．

结论应用举例：

如图 2：求五角星的五个内角之和，即∠*A*+∠*B*+∠*ACE*+∠*ADB*+∠*E* 的度数．

解：连接 *CD*，由对顶三角形的性质得：∠*B*+∠*E*＝∠1+∠2，

在△*ACD* 中，∵∠*A*+∠*ACD*+∠*ADC*＝180°，

即∠*A*+∠3+∠1+∠2+∠4＝180°，

∴∠*A*+∠*ACE*+∠*B*+∠*E*+*ADB*＝180°

即五角星的五个内角之和为 180°．

解决问题：

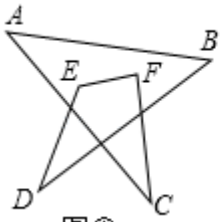
（1）如图①，∠*A*+∠*B*+∠*C*+∠*D*+∠*E*+∠*F*＝__；

（2）如图②，∠*A*+∠*B*+∠*C*+∠*D*+∠*E*+∠*F*+∠*G*＝__；

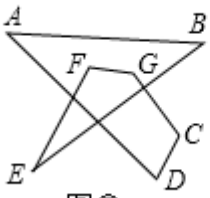
（3）如图③，∠*A*+∠*B*+∠*C*+∠*D*+∠*E*+∠*F*+∠*G*+∠*H*＝__；

（4）如图④，∠*A*+∠*B*+∠*C*+∠*D*+∠*E*+∠*F*+∠*G*+∠*H*+∠*M*+∠*N*＝__；

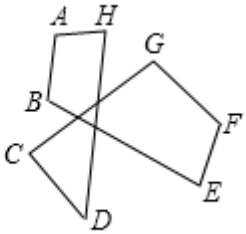
请你从图③或图④中任选一个，写出你的计算过程．



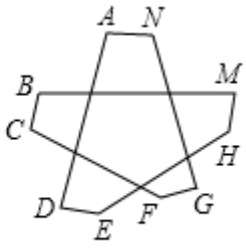
图①



图②



图③



图④



随堂演练

一、单选题

31.（2022·新疆·乌鲁木齐市第 136 中学八年级期末）一个正多边形的内角和为 540°，则这个正多边形的每一个外角等于（　　）

A．108°　　B．72°　　C．54°　　D．36°

32.（2022·贵州毕节·八年级期末）下列命题：①当多边形的边数增加 1 条时，它的内角和增加180°；②三角形的外角和小于四边形的外角和；③n 边形共有 $(n-3)$ 条对角线；④四边形至少有一个内角不小于90°．其中是真命题的有（　　）

A．4 个　　B．3 个　　C．2 个　　D．1 个

33.（2022·山东菏泽·八年级期末）一个正多边形的内角和是它的外角和的 3 倍，则这个多边形的边数是（　　）

A．8　　B．9　　C．7　　D．6

34.（2022·辽宁沈阳·八年级期末）若四边形的内角和等于 a，九边形的外角和等于 b，则 a 与 b 的关系是（　　）

A．$a>b$　　B．$a=b$　　C．$a<b$　　D．$b=a+180°$

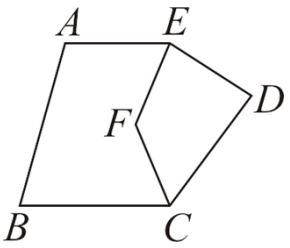
35.（2022·广西贺州·八年级期末）商店出售下列形状的地砖：①长方形；②正方形；③正五边形；④正六边形．若只选购其中某一种地砖用来镶嵌教室地面，可供选择的地砖是（　　）

A．①②③④　　B．①②③　　C．①②④　　D．②③④

36.（2022·湖南邵阳·八年级期中）（1）某多边形的内角和与外角和的总和为2160°，求此多边形的边数；

（2）某多边形的对角线共有 54 条，求这个多边形的内角和．

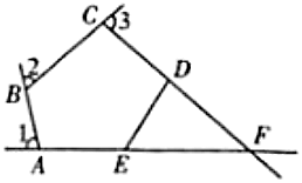
37.（2022·全国·八年级课时练习）如图，在五边形 $ABCDE$ 中，$AE\parallel BC$，EF 平分 $\angle AED$，CF 平分 $\angle BCD$，若 $\angle EDC=90°$，求 $\angle EFC$ 的度数．



高分突破

一：选择题

38.（2022·河北保定·八年级期末）如图，$\angle 1$，$\angle 2$，$\angle 3$是五边形$ABCDE$的三个外角，边CD，AE的延长线交于点F，如果$\angle 1+\angle 2+\angle 3=225°$，那么$\angle DFE$的度数是（　　）

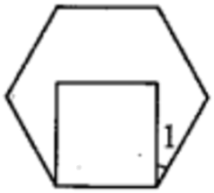


A．45°　　B．55°　　C．65°　　D．75°

39.（2022·河北石家庄·八年级期末）有一天，小红的爸爸想考考她，她爸爸说：今天我在做手工的时候，把一个多边形木板锯掉了一个角后得到一个新多边形木板，通过测量计算得到新多边形木板的内角和为1800°，那么原多边形木板的边数是（　　）

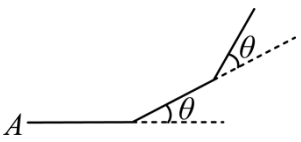
A．11　　B．12　　C．13　　D．以上都有可能

40.（2022·浙江绍兴·八年级期末）如图，在同一平面内，将边长相等的正六边形、正方形的一边重合，则$\angle 1$的度数为（　　）



A．18°　　B．25°　　C．30°　　D．45°

41.（2022·四川达州·八年级期末）小桐利用最近学习的数学知识，给同伴出了这样一道题：假如从点A出发，沿直线走5米后向左转θ，接着沿直线前进5米后，再向左转θ……如此下去，当他第一次回到A点时，发现自己走了90米，θ的度数为（　　）



A．28°　　B．20°　　C．30°　　D．36°

42．（2022·四川成都·八年级期末）雷峰塔位于杭州市西湖风景区南岸夕照山的雷峰上，它远借西湖，邻借古刹，晚借夕阳，朝借钟声，水、光、声、色俱全，绝妙无比，是杭州的风景名胜建筑．雷锋塔底呈平面八边形，这个八边形的内角和是（　　）

A．720°　　B．900°　　C．1080°　　D．1440°

43．（2022·湖南怀化·八年级期中）下列说法正确的是（　　）

A．过 n 边形的一个顶点做对角线，可把这个 n 边形分成（n﹣3）个三角形

B．三角形的稳定性有利用价值，而四边形的不稳定性没有利用价值

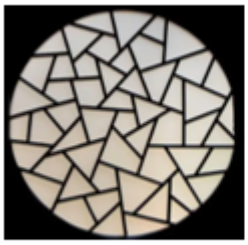
C．将一块长方形木板锯去一个角后，剩余部分的内角和为 540°

D．一个多边形的边数每增加一条，则这个多边形内角和增加 180°，外角和不变

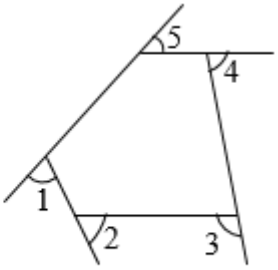
44．（2022·河南郑州·八年级期末）生活中，我们所见到的地面、墙面、服装面料等，常常是由一种或几种性质相同的图形拼接而成的．像这样的用形状、大小完全相同的一种或几种平面图形进行拼接，彼此之间不留空隙，不重叠地铺成一片，就是平面图形的镶嵌．如果只用一种几何图形镶嵌整个地面，下列哪一种不能单独镶嵌成一个平面图形．（　　）

A．正三角形　　B．正方形　　C．正五边形　　D．正六边形

45．（2022·湖南株洲·八年级期末）如图，①是我国古代建筑中的一种窗格，其中冰裂纹图案象征着竖冰出现裂纹并开始消融，形状无一定规律，代表一种自然和谐美．图②是从图①的冰裂纹窗格图案中提取的由五条线段组成的图形，则∠1+∠2+∠3+∠4+∠5=（　　）



图①



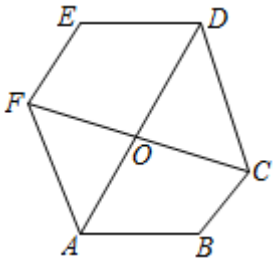
图②

A．72°　　B．108°　　C．360°　　D．540°

46．（2022·全国·八年级专题练习）湖南革命烈士纪念塔是湖南烈士公园的标志性建筑，塔于 1959 年建成，以纪念近百年为人民解放事业献身的革命先烈，塔底平面为八边形，这个八边形的内角和是（　　）

A．720°　　B．900°　　C．1080°　　D．1440°

47．（2022·全国·八年级）如图，六边形 $ABCDEF$ 的内角都相等，$AD \parallel EF$，$\angle BCO = 68°32'$，则 $\angle AOC$ 的度数是（　　）



A．92°8′　　B．102°8′　　C．110°28′　　D．111°28′

二、填空题

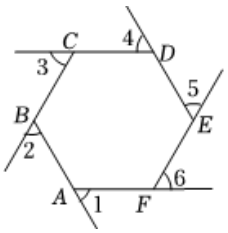
48．（2022·河南·漯河市第二实验中学八年级期末）若一个四边形的四个内角度数的比为 3：4：5：6，则这个四边形的四个内角的最大角的度数为_____.

49．（2022·陕西渭南·八年级期末）如果一个多边形的每个外角都等于 60°，则这个多边形的边数是_____.

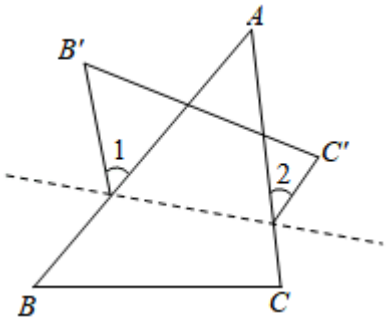
50．（2022·四川成都·八年级期末）用形状、大小完全相同的一种或几种平面图形进行拼接，彼此间不留空隙、不重登地铺成一片，就是平面图形的镶嵌，在三角形、四边形、正五边形、正六边形四种图形中，不能用同一种作平面镶嵌的图形是_____.

51．（2022·浙江绍兴·八年级期末）若一个多边形的外角和比这个多边形的内角和小 540°，则这个多边形的边数为_____.

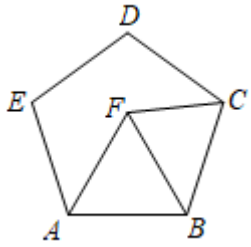
52．（2022·安徽合肥·八年级期末）如图，在六边形 $ABCDEF$ 中，若∠1+∠2+∠3=140°，则∠4+∠5+∠6=___.



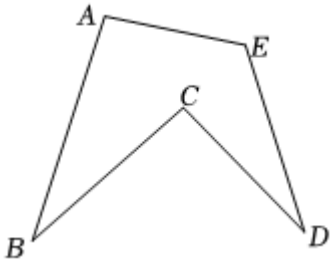
53．（2022·全国·八年级单元测试）如图△ABC 中，将边 BC 沿虚线翻折，若∠1+∠2＝110°，则∠A 的度数是___度.



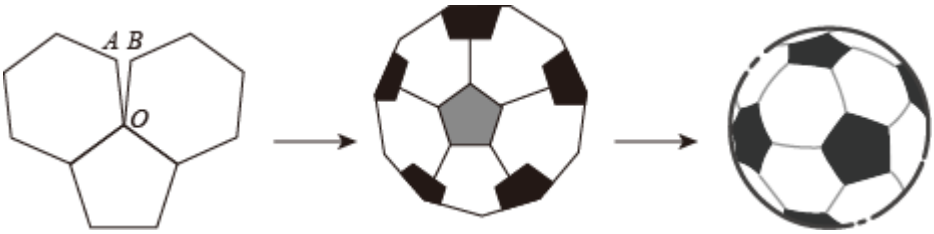
54．（2022·山东青岛·八年级期末）如图，点 F 在正五边形 $ABCDE$ 的内部，$\triangle ABF$ 为等边三角形，则 $\angle BCF$ 的度数为_____．



55．（2022·河南平顶山·八年级期末）如图，点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 在同一平面内，连接 AB 、 BC 、 CD 、 DE 、 EA ，若 $\angle BCD=80°$ ，则 $\angle A+\angle B+\angle D+\angle E=$ _____．



56．（2022·山东济南·八年级期末）足球表面为什么用正六边形和正五边形构成？因为正六边形的两个内角和正五边形的一个内角加起来接近一个周角，而又不足一个周角．这样，由平面折叠而成的多面体充气后最终就呈现为球形．如图，在折叠前的平面上，拼接点处的缝隙 $\angle AOB$ 的大小为 _____．



三、解答题

57．（2022·陕西·西安市五环中学八年级期末）按要求完成下列各小题．

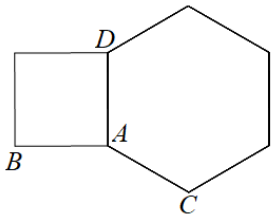


图1

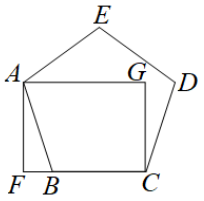


图2

(1)如图 1，若一个正方形和一个正六边形有一边重合，求∠*BAC* 的度数.

(2)如图 2，若正五边形 *ABCDE* 和长方形 *AFCG* 按如图方式叠放在一起，求∠*BAF* 的度数.

58.（2022·河北石家庄·八年级期末）已知如图 1，线段 *AB*，*CD* 相交于 *O* 点，连接 *AD*，*CB*，我们把如图 1 的图形称之为“8 字形”. 那么在这一个简单的图形中，到底隐藏了哪些数学知识呢？下面就请你发挥你的聪明才智，解决以下问题：

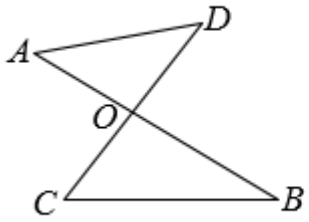


图1

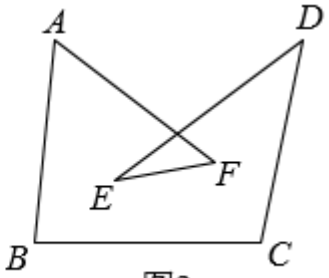
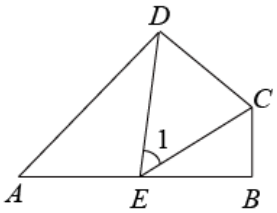


图2

(1)在图 1 中，请写出∠*A*，∠*B*，∠*C*，∠*D* 之间的数量关系，并说明理由；

(2)如图 2，计算∠*A*+∠*B*+∠*C*+∠*D*+∠*E*+∠*F* 的度数.

59.（2021·宁夏西吉实验中学八年级期中）如图，在四边形 *ABCD* 中，*CE* 平分∠*BCD* 交 *AB* 于点 *E*，连接 *DE*.



(1)若∠*A*=50°，∠*B*=85°，∠*BEC*=30°，求∠*ADC* 的度数；

(2)若∠*A*=∠1，∠*A*+∠*BCD*=180°，求证：∠*CDE*=∠*DCE*.

60.（2022·湖北省直辖县级单位·八年级期末）如图 1，已知∠*ACD* 是△*ABC* 的一个外角，我们容易证明∠*ACD*=∠*A*+∠*B*，即：三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和. 那么，三角形的一个内角与它不相邻的两个外角的和之间存在怎样的数量关系呢？

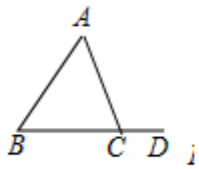


图1

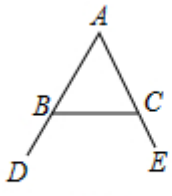


图2

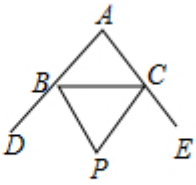


图3

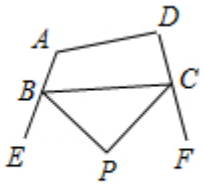


图4

(1)尝试探究：如图 2，已知：∠*DBC* 与∠*ECB* 分别为△*ABC* 的两个外角，则∠*DBC*＋∠*ECB*－∠*A*_____180°.（横线上填＜、＝或＞）

(2)初步应用：如图 3，在△*ABC* 中，*BP*、*CP* 分别平分外角∠*DBC*、∠*ECB*，∠*P* 与∠*A* 有何数量关系？请利用上面的结论直接写出答案：∠*P*=_____.

(3)解决问题：如图 4，在四边形 *ABCD* 中，*BP*、*CP* 分别平分外角∠*EBC*、∠*FCB*，请利用上面的结论探究∠*P* 与∠*BAD*、∠*CDA* 的数量关系.

61.（2022·全国·八年级课时练习）（1）问题发现：小红在数学课上学习了外角的相关知识后，她很容易地证明了三角形外角的性质，即三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和，于是，爱思考的小红在想，四边形的外角是否也具有类似的性质呢？

如图①，∠1，∠2 是四边形 *ABCD* 的两个外角.

∵四边形 *ABCD* 的内角和是 360°，

∴∠*A*+∠*D*+（∠3+∠4）＝360°，

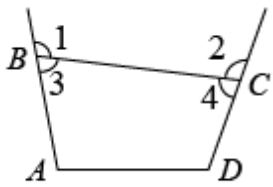
又∵∠1+∠3+∠2+∠4＝360°，

由此可得∠1，∠2 与∠*A*，∠*D* 的数量关系是_____；

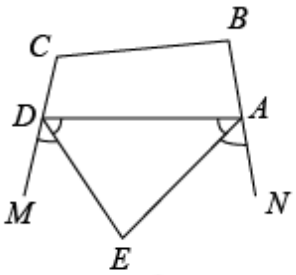
（2）总结归纳：如果我们把∠1，∠2 称为四边形的外角，那么请你用文字描述上述的关系式；

（3）知识应用：如图②，已知四边形 *ABCD*，*AE*，*DE* 分别是其外角∠*NAD* 和∠*MDA* 的平分线，若∠*B*+∠*C*＝230°，求∠*E* 的度数；

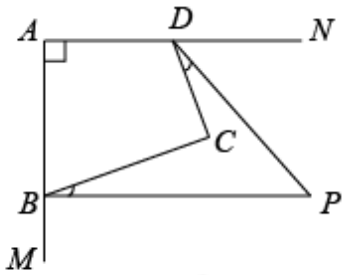
（4）拓展提升：如图③，四边形 *ABCD* 中，∠*A*＝∠*C*＝90°，∠*CDN* 和∠*CBM* 是它的两个外角，且∠*CDP*＝$\frac{1}{3}$∠*CDN*，∠*CBP*＝$\frac{1}{3}$∠*CBM*，求∠*P* 的度数.



图①



图②



图③

答案详解

1．D【分析】正多边形的定义：各边相等，各角也相等的多边形是正多边形，据此即可逐一判断.

【详解】解：A、各边相等，各角也相等的多边形是正多边形，故本选项错误；

B、各边相等，各角也相等的多边形是正多边形，故本选项错误；

C、各边相等，各角也相等的多边形是正多边形，故本选项错误；

D、各边相等，各角也相等的多边形是正多边形，故本选项正确；

故选：D

【点睛】本题主要考查正多边形的定义，解题的关键是掌握正多边形的概念：各边相等，各角也相等的多边形是正多边形.

2．D【分析】根据四边形的定义以及多边形的定义对各小题分析判断即可得解.

【详解】解：A．由不在同一直线上的几条线段首尾顺次相连所组成的封闭平面图形叫多边形，所以多边形是平面图形，平面图形不一定是多边形，故本选项正确，不符合题意；

B．在同一平面内，由四条线段首尾顺次相接组成的封闭图形是四边形，四边形由四条线段组成，但四条线段组成的图形不一定是四边形，故本选项正确，不符合题意；

C．多边形是一个封闭图形，但封闭图形不一定是多边形，例如圆，故本选项正确，不符合题意；

D．多边形构成要素：组成多边形的线段至少有 3 条，三角形是最简单的多边形，本选项错误，符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了四边形的定义以及多边形的定义，属于基础题，注意基础概念的熟练掌握.

3．D【分析】根据正多边形的定义判定即可.

【详解】解：A．各边相等、各角也相等的多边形是正多边形，故本选项不合题意；

B．各边相等、各角也相等的多边形是正多边形，故本选项不合题意；

C．各边相等、各角也相等的多边形是正多边形，故本选项不合题意；

D．各边相等且各角相等的多边形是正多边形，正确，故本选项符合题意.

故选：D.

【点睛】本题考查了正多边形的定义、熟记各边相等、各角也相等的多边形是正多边形是解决问题的关键.

4．A【分析】根据多边形的对角线的定义：连接多边形不相邻的两个顶点的线段，叫做多边形的对角线，得出 n 边形从一个顶点出发可引出（n-3）条对角线，进而得出这（n-3）条对角线把多边形分成的$(n-2)$个三角形，从而可得答案.

【详解】解：从九边形的一个顶点出发，可以向与这个顶点不相邻的 6 个顶点引对角线，

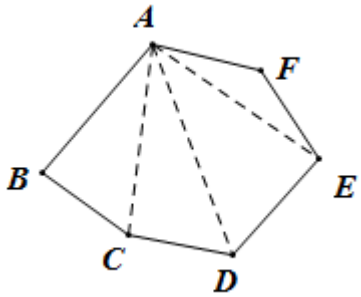
即能引出 6 条对角线，它们将九边形分成 7 个三角形．

故选：A．

【点睛】本题考查多边形的性质，从 n 边形的一个顶点出发，能引出（n-3）条对角线，这（n-3）条对角线把多边形分成（n-2）个三角形．熟记这些规律是解本题的关键．

5．C【分析】根据三角形具有稳定性，所以要使六边形木架不变形需要把它变成三角形，即过六边形的一个顶点作对角线，有几条对角线，就至少钉几上根木条．

【详解】∵过六边形的一个顶点作对角线，有 6-3=3 条，如图，



∴至少需要钉上 3 根木条．

故选：C．

【点睛】本题考查三角形具有稳定性以及多边形，熟知三角形具有稳定性是解答本题的关键．

6．C【分析】设这个多边形是 n 边形．由多边形外角和等于 360°构建方程求出 n 即可解决问题．

【详解】解：设这个多边形是 n 边形．

由题意 $\frac{360°}{n}=180°-150°$，

解得 $n=12$，

∴则从该多边形一个顶点出发，可引出对角线的条数为 12﹣3＝9 条，

故选：C．

【点睛】本题考查了多边形的内角与外角，多边形的对角线等知识，解题的关键是熟练掌握多边形外角和等于 360°．

7．A【分析】可以从一个顶点出发的所有对角线对其进行分割；也可以是连接多边形的其中一边上的一个点和各个顶点，对其进行分割；还可以是连接多边形内部的任意一点和多边形的各个顶点，对其进行分割．

【详解】解：如图所示：



可以发现所分割成的三角形的个数分别是 4 个，5 个，6 个；

就是不可能分割成 3 个三角形．

故选：A．

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/036230122104010121