2024届内蒙古包头市第二中学高三下学期第五高考测评活动元月调考（期末）数学试题

请考生注意：

1．请用2B铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用0．5毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。

2．答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知平面向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$满足：$\vec{a}\cdot\vec{b}=0,|\vec{c}|=1$，$|\vec{a}-\vec{c}|=|\vec{b}-\vec{c}|=5$，则$|\vec{a}-\vec{b}|$的最小值为(　　)

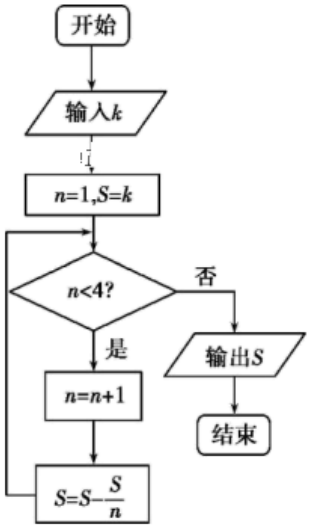
A．5　　B．6　　C．7　　D．8

2．若将函数$f(x)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-1$的图象上各点横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$(纵坐标不变)得到函数$g(x)$的图象，则下列说法正确的是（　　）

A．函数$g(x)$在$\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$上单调递增　　B．函数$g(x)$的周期是$\frac{\pi}{2}$

C．函数$g(x)$的图象关于点$\left(-\frac{\pi}{12},0\right)$对称　　D．函数$g(x)$在$\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$上最大值是1

3．我国古代数学著作《九章算术》中有如下问题：“今有器中米，不知其数，前人取半，中人三分取一，后人四分取一，余米一斗五升(注：一斗为十升).问，米几何？”下图是解决该问题的程序框图，执行该程序框图，若输出的S=15(单位：升)，则输入的k的值为（　　）



A．45　　B．60　　C．75　　D．100

4．已知集合$A=\{x|x<0\}$，$B=\left\{x|x^2+mx-12=0\right\}$，若$A\cap B=\{-2\}$，则$m=$（　　）

A．4　　B．−4　　C．8　　D．−8

5．已知等比数列$\{a_n\}$满足$a_2=1$，$a_6=16$，等差数列$\{b_n\}$中$b_5=a_4$，S_n为数列$\{b_n\}$的前n项和，则$S_9=$（　　）

A．36　　B．72　　C．-36　　D．± 36

6．若$a=\log_4 15.9$，$b=2^{1.01}$，$c=0.4^{0.1}$，则（　　）

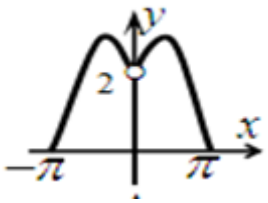
A．$c>a>b$　　B．$a>b>c$

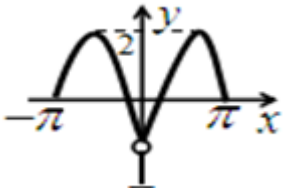
C．$b>a>c$　　D．$a>c>b$

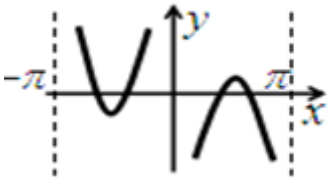
7．已知$A=\dfrac{\sin(k\pi+\alpha)}{\sin\alpha}+\dfrac{\cos(k\pi+\alpha)}{\cos\alpha}(k\in\mathbf{Z})$，则$A$的值构成的集合是（　　）

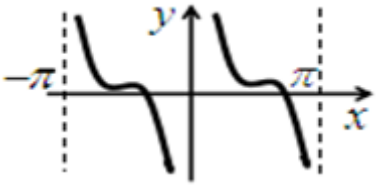
A．$\{1,-1,2,-2\}$　　B．$\{-1,1\}$　　C．$\{2,-2\}$　　D．$\{1,-1,0,2,-2\}$

8．函数$f(x)=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)\sin x\ (-\pi\le x\le\pi$且$x\neq 0)$的图象是（　　）

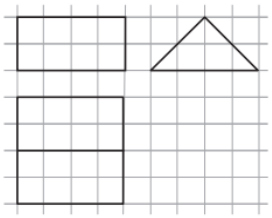
A．

B．

C．

D．

9．如图所示，网格纸上小正方形的边长为1，粗线画出的是某几何体的三视图，其中左视图中三角形为等腰直角三角形，则该几何体外接球的体积是（　　）



A．16π　　B．$\dfrac{32\pi}{3}$

C．$\dfrac{64\sqrt{2}\pi}{3}$　　D．$\dfrac{20\sqrt{5}\pi}{3}$

10．若向量$\vec{m}=(0,-2)$，$\vec{n}=(\sqrt{3},1)$，则与$2\vec{m}+\vec{n}$共线的向量可以是（　　）

A．$(\sqrt{3},-1)$　　B．$(-1,\sqrt{3})$　　C．$(-\sqrt{3},-1)$　　D．$(-1,-\sqrt{3})$

11．已知某口袋中有3个白球和a个黑球（$a\in N^*$

），现从中随机取出一球，再换回一个不同颜色的球（即若取出的是白球，则放回一个黑球；若取出的是黑球，则放回一个白球），记换好球后袋中白球的个数是 ξ．若 $E\xi=3$，则 $D\xi=$(　　)

A．$\frac{1}{2}$　　B．1　　C．$\frac{3}{2}$　　D．2

12．已知集合 $P=\{x\mid x-2\le 0\}$, $Q=\left\{x\mid \frac{x-3}{x}\le 0\right\}$，则 $(\complement_R P)\cap Q$ 为（　　）

A．[0，2)　　B．(2，3]　　C．[2，3]　　D．(0，2]

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．$\left(x^2-\frac{\sqrt{3}}{x}\right)^6$ 的展开式中的常数项为_____.

14．已知三棱锥 $P-ABC$，$PA=PB=PC$，$\triangle ABC$ 是边长为 4 的正三角形，D，E 分别是 PA、AB 的中点，F 为棱 BC 上一动点（点 C 除外），$\angle CDE=\frac{\pi}{2}$，若异面直线 AC 与 DF 所成的角为 θ，且 $\cos\theta=\frac{7}{10}$，则 $CF=$_____.

15．已知二项式 $\left(x^2-\frac{2}{x}\right)^n$ 的展开式中各项的二项式系数和为 512，其展开式中第四项的系数_____.

16．某部队在训练之余，由同一场地训练的甲、乙、丙三队各出三人，组成 3×3 小方阵开展游戏，则来自同一队的战士既不在同一行，也不在同一列的概率为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\cos 2x-\sin 2x$，将 $f(x)$ 的图象向左移 $\alpha(\alpha>0)$ 个单位，得到函数 $y=g(x)$ 的图象.

（1）若 $\alpha=\frac{\pi}{4}$，求 $y=g(x)$ 的单调区间；

（2）若 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$y=g(x)$ 的一条对称轴是 $x=\frac{\pi}{12}$，求 $y=g(x)$ 在 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 的值域.

18．（12 分）古人云：“腹有诗书气自华.”为响应全民阅读，建设书香中国，校园读书活动的热潮正在兴起.某校为统计学生一周课外读书的时间，从全校学生中随机抽取 n 名学生进行问卷调查，统计了他们一周课外读书时间（单位：h）的数据如下：

一周课外读书时间/h	$(0,2]$	$(2,4]$	$(4,6]$	$(6,8]$	$(8,10]$	$(10,12]$	$(12,14]$	$(14,16]$	$(16,18]$	合计

频数	4	6	10	12	14	24	a	46	34	n
频率	0.02	0.03	0.05	0.06	0.07	0.12	0.25	p	0.17	1

（1）根据表格中提供的数据，求 a，p，n 的值并估算一周课外读书时间的中位数.

（2）如果读书时间按 $(0,6]$，$(6,12]$，$(12,18]$ 分组，用分层抽样的方法从 n 名学生中抽取 20 人.

①求每层应抽取的人数；

②若从 $(0,6]$，$(6,12]$ 中抽出的学生中再随机选取 2 人，求这 2 人不在同一层的概率.

19.（12 分）已知动圆 ***Q*** 经过定点 $F(0,a)$，且与定直线 $l:y=-a$ 相切（其中 ***a*** 为常数，且 $a>0$）.记动圆圆心 ***Q*** 的轨迹为曲线 ***C***.

（1）求 ***C*** 的方程，并说明 ***C*** 是什么曲线？

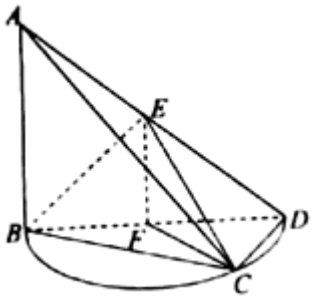
（2）设点 ***P*** 的坐标为 $(0,-a)$，过点 ***P*** 作曲线 ***C*** 的切线，切点为 ***A***，若过点 ***P*** 的直线 ***m*** 与曲线 ***C*** 交于 ***M***，***N*** 两点，则是否存在直线 ***m***，使得 $\angle AFM=\angle AFN$？若存在，求出直线 ***m*** 斜率的取值范围；若不存在，请说明理由.

20.（12 分）已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x-\dfrac{\ln x}{a}$.

（1）若 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上是减函数，求实数 a 的最大值；

（2）若 $0<a<1$，求证：$f(x)\geq\dfrac{2+\ln a}{a}$.

21.（12 分）如图,直角三角形 ABD 所在的平面与半圆弧 $\overset{\frown}{BD}$ 所在平面相交于 BD，$AB=BD=2$，E，F 分别为 AD，BD 的中点，C 是 $\overset{\frown}{BD}$ 上异于 B，D 的点，$EC=\sqrt{2}$.



（1）证明:平面 $CEF\perp$ 平面 BCD；

（2）若点 C 为半圆弧 $\overset{\frown}{BD}$ 上的一个三等分点(靠近点 D)求二面角 $A-CE-B$ 的余弦值.

22.（10 分）我们称 ***n***（$n\in\mathbf{N}^*$）元有序实数组（x_1，x_2，…，x_n）为 ***n*** 维向量，$\sum\limits_{i=1}^{n}|x_i|$ 为该向量的范数.已知 ***n*** 维向量 $\vec{a}=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，其中 $x_i\in\{-1,0,1\}$，$i=1$，2，…，***n***.记范数为奇数的 ***n*** 维向量 $\vec{a}$ 的个数为 A_n，这 A_n

个向量的范数之和为B_n.

（1）求A_2和B_2的值；

（2）当 *n* 为偶数时，求A_n，B_n（用 *n* 表示）.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

建立平面直角坐标系，将已知条件转化为所设未知量的关系式，再将$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$的最小值转化为用该关系式表达的算式，利用基本不等式求得最小值.

【详解】

建立平面直角坐标系如下图所示，设$\vec{c}=(\cos\theta,\sin\theta)$，$\overrightarrow{OA}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，且$A(m,0),B(0,n)$，由于$\left|\vec{a}-\vec{c}\right|=\left|\vec{b}-\vec{c}\right|=5$，所以$m,n\in[4,6]$.

$\vec{a}-\vec{c}=(m-\cos\theta,-\sin\theta),\vec{b}-\vec{c}=(-\cos\theta,n-\sin\theta)$.所以

$\begin{cases}m^2-2m\cos\theta+\cos^2\theta+\sin^2\theta=25\\n^2-2n\sin\theta+\sin^2\theta+\cos^2\theta=25\end{cases}$，即$m^2+n^2=48+2m\cos\theta+2n\sin\theta$.

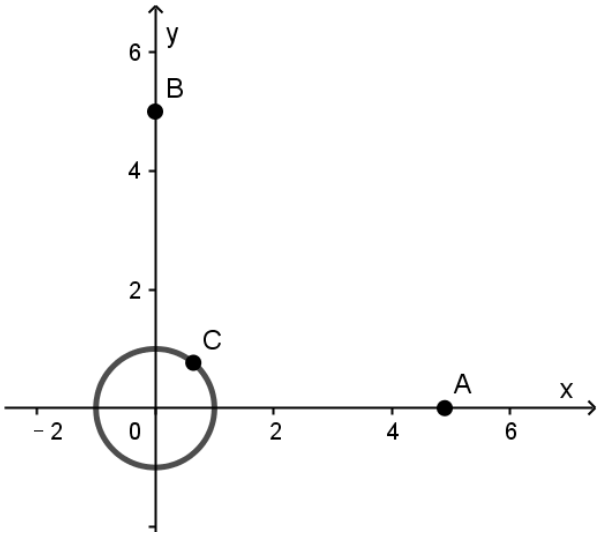
$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\left|(\vec{a}-\vec{c})-(\vec{b}-\vec{c})\right|=\sqrt{(\vec{a}-\vec{c})^2-2(\vec{a}-\vec{c})\cdot(\vec{b}-\vec{c})+(\vec{b}-\vec{c})^2}=\sqrt{48+2m\cos\theta+2n\sin\theta}$

$=\sqrt{m^2+n^2}\geq\sqrt{2mn}$.当且仅当$m=n$时取得最小值，此时由$m^2+n^2=48+2m\cos\theta+2n\sin\theta$得

$2m^2=48+2m(\sin\theta+\cos\theta)=48+2\sqrt{2}m\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$，当$\theta=\frac{5\pi}{4}$时，$2m^2$有最小值为$48-2\sqrt{2}m$，即

$2m^2=48-2\sqrt{2}m$，$m^2+\sqrt{2}m-24=0$，解得$m=3\sqrt{2}$.所以当且仅当$m=n=3\sqrt{2},\theta=\frac{5\pi}{4}$时$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$有最小值为$\sqrt{2\times\left(3\sqrt{2}\right)^2}=6$.

故选：B



【点睛】

本小题主要考查向量的位置关系、向量的模，考查基本不等式的运用，考查数形结合的数学思想方法，属于难题.

2、A

【解析】

根据三角函数伸缩变换特点可得到$g\left(x\right)$解析式；利用整体对应的方式可判断出$g\left(x\right)$在$\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$上单调递增，$A$正确；

关于点$\left(-\frac{\pi}{12},-1\right)$对称，$C$错误；根据正弦型函数最小正周期的求解可知$B$错误；根据正弦型函数在区间内值域的求解可判断出最大值无法取得，D错误.

【详解】

将$f\left(x\right)$横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$得：$g\left(x\right)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)-1$

当$x\in\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$时，$2x+\frac{\pi}{6}\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$

Q$\sin x$在$\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$上单调递增　　$\therefore g\left(x\right)$在$\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$上单调递增，$A$正确；

$g\left(x\right)$的最小正周期为：$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$　　$\therefore\frac{\pi}{2}$不是$g\left(x\right)$的周期，B错误；

当$x=-\frac{\pi}{12}$时，$2x+\frac{\pi}{6}=0$，$g\left(-\frac{\pi}{12}\right)=-1$

$\therefore g\left(x\right)$关于点$\left(-\frac{\pi}{12},-1\right)$对称，$C$错误；

当$x\in\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$时，$2x+\frac{\pi}{6}\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$　　$\therefore g(x)\in(0,1)$

此时$g(x)$没有最大值，D错误.

本题正确选项：A

【点睛】

本题考查正弦型函数的性质，涉及到三角函数的伸缩变换、正弦型函数周期性、单调性和对称性、正弦型函数在一段区间内的值域的求解；关键是能够灵活应用整体对应的方式，通过正弦函数的图象来判断出所求函数的性质.

3、B

【解析】

根据程序框图中程序的功能，可以列方程计算.

【详解】

由题意$S\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=15$，$S=60$.

故选：B.

【点睛】

本题考查程序框图，读懂程序的功能是解题关键.

4、B

【解析】

根据交集的定义，$A\cap B=\{-2\}$，可知$-2\in B$，代入计算即可求出m.

【详解】

由$A\cap B=\{-2\}$，可知$-2\in B$，

又因为$B=\{x\mid x^2+mx-12=0\}$，

所以$x=-2$时，$(-2)^2-2m-12=0$，

解得$m=-4$.

故选：B.

【点睛】

本题考查交集的概念，属于基础题.

5、A

【解析】

根据a_4是a_2与a_6的等比中项，可求得a_4，再利用等差数列求和公式即可得到S_9.

【详解】

等比数列$\{a_n\}$满足$a_2=1$，$a_6=16$，所以$a_4=\pm\sqrt{a_2\cdot a_6}=\pm4$，又$a_4=a_2\cdot q^2>0$，所以$a_4=4$，由等差数列的性质可得$S_9=9b_5=9a_4=36$.

故选：A

【点睛】

本题主要考查的是等比数列的性质，考查等差数列的求和公式，考查学生的计算能力，是中档题.

6、C

【解析】

利用指数函数和对数函数的单调性比较a、b、c三个数与1和2的大小关系，进而可得出a、b、c三个数的大小关系.

【详解】

对数函数$y=\log_4 x$为$(0,+\infty)$上的增函数，则$1=\log_4 4<\log_4 15.9<\log_4 16=2$，即$1<a<2$；

指数函数$y=2^x$为R上的增函数，则$b=2^{1.01}>2^1=2$；

指数函数$y=0.4^x$为R上的减函数，则$c=0.4^{0.1}<0.4^0=1$.

综上所述，$b>a>c$.

故选：C.

【点睛】

本题考查指数幂与对数式的大小比较，一般利用指数函数和对数函数的单调性结合中间值法来比较，考查推理能力，属于基础题.

7、C

【解析】

对k分奇数、偶数进行讨论，利用诱导公式化简可得.

【详解】

k为偶数时，$A=\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha}=2$；$k$为奇数时，$A=-\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha}-\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha}=-2$，则$A$的值构成的集合为$\{2,-2\}$.

【点睛】

本题考查三角式的化简，诱导公式，分类讨论，属于基本题.

8、B

【解析】

先判断函数的奇偶性，再取特殊值，利用零点存在性定理判断函数零点分布情况，即可得解.

【详解】

由题可知 $f(x)$ 定义域为 $[-\pi,0)\cup(0,\pi]$，

$f(-x)=\left(-x-\frac{1}{-x}\right)\sin(-x)=\left(x-\frac{1}{x}\right)\sin x=f(x)$，

$\therefore f(x)$ 是偶函数，关于 y 轴对称，

$\therefore$ 排除 C，D.

又 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\left(\frac{\pi}{6}-\frac{6}{\pi}\right)\sin\frac{\pi}{6}=\frac{\pi^2-36}{12\pi}<0$，$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2}{\pi}\right)\sin\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}-\frac{2}{\pi}>0$，

$\therefore f(x)$ 在 $(0,\pi)$ 必有零点，排除 A.

故选：B.

【点睛】

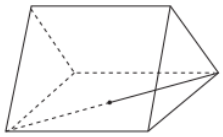
本题考查了函数图象的判断，考查了函数的性质，属于中档题.

9、C

【解析】

作出三视图所表示几何体的直观图，可得直观图为直三棱柱，并且底面为等腰直角三角形，即可求得外接球的半径，即可得外接球的体积.

【详解】



如图为几何体的直观图，上下底面为腰长为 $\sqrt{2}$ 的等腰直角三角形，三棱柱的高为 4，其外接球半径为 $r=2\sqrt{2}$，所以体积为 $V=\frac{4}{3}\pi\times\left(2\sqrt{2}\right)^3=\frac{64\sqrt{2}}{3}\pi$.

故选：C

【点睛】

本题考查三视图还原几何体的直观图、球的体积公式，考查空间想象能力、运算求解能力，求解时注意球心的确定.

10、B

【解析】

先利用向量坐标运算求出向量 $2\vec{m}+\vec{n}$,然后利用向量平行的条件判断即可.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/037010061155006141