2024届内蒙古呼和浩特市重点名校高三下学期期中练习数学试题理试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．正ΔABC的边长为2，将它沿BC边上的高AD翻折，使点B与点C间的距离为$\sqrt{3}$，此时四面体$A-BCD$的外接球表面积为（　　）

A．$\frac{10\pi}{3}$　　B．4π　　C．$\frac{13\pi}{3}$　　D．7π

2．在三棱锥$P-ABC$中，$AB=BC=5$，$AC=6$，P在底面ABC内的射影D位于直线AC上，且$AD=2CD$，$PD=4$.设三棱锥$P-ABC$的每个顶点都在球Q的球面上，则球Q的半径为（　　）

A．$\frac{\sqrt{689}}{8}$　　B．$\frac{\sqrt{689}}{6}$　　C．$\frac{5\sqrt{26}}{8}$　　D．$\frac{5\sqrt{26}}{6}$

3．设α，β是方程$x^2-x-1=0$的两个不等实数根，记$a_n=\alpha^n+\beta^n$（$n\in\mathbf{N}^*$）.下列两个命题（　　）

①数列$\{a_n\}$的任意一项都是正整数；

②数列$\{a_n\}$存在某一项是5的倍数.

A．①正确，②错误　　B．①错误，②正确

C．①②都正确　　D．①②都错误

4.直线$□-\sqrt{3}□+\sqrt{3}=0$经过椭圆$\frac{□^2}{□^2}+\frac{□^2}{□^2}=1(□>□>0)$的左焦点$□$，交椭圆于$□,□$两点，交$□$轴于$□$点，若$\overrightarrow{□□}=2\overrightarrow{□□}$，则该椭圆的离心率是（）

A．$\sqrt{3}-1$　　B．$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$　　C．$2\sqrt{2}-2$　　D．$\sqrt{2}-1$

5．甲、乙、丙、丁四位同学利用暑假游玩某风景名胜大峡谷，四人各自去景区的百里绝壁、千丈瀑布、原始森林、远古村寨四大景点中的一个，每个景点去一人．已知：①甲不在远古村寨，也不在百里绝壁；②乙不在原始森林，也不在远古村寨；③“丙在远古村寨”是“甲在原始森林”的充分条件；④丁不在百里绝壁，也不在远古村寨．若以上语句都正确，则游玩千丈瀑布景点的同学是（　　）

A．甲　　B．乙　　C．丙　　D．丁

6. 已知函数 $f(x)=m^x-m(m>0$，且 $m\neq 1)$ 的图象经过第一、二、四象限，则 $a=|f(\sqrt{2})|$，$b=\left|f\left(4^{\frac{3}{8}}\right)\right|$，$c=|f(0)|$ 的大小关系为(　　)

A．$c<b<a$　　B．$c<a<b$

C．$a<b<c$　　D．$b<a<c$

7．已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{m^x}{m^x+1}+2018\tan x+x^2\left(m>0,m\neq 1\right)$，若 $f\left(1\right)=3$，则 $f\left(-1\right)$ 等于（　　）

A．-3　　B．-1　　C．3　　D．0

8．已知单位向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角为 $\dfrac{3\pi}{4}$，若向量 $\vec{m}=2\vec{a}$，$\vec{n}=4\vec{a}-\lambda\vec{b}$，且 $\vec{m}\perp\vec{n}$，则 $\left|\vec{n}\right|=$（　　）

A．2　　B．2　　C．4　　D．6

9．若函数 $f\left(x\right)=\left(x^2-mx+2\right)e^x(e=2.71828\ldots$ 为自然对数的底数)在区间 $\left[1,2\right]$ 上不是单调函数，则实数 m 的取值范围是(　　)

A．$\left[\dfrac{5}{2},\dfrac{10}{3}\right]$　　B．$\left(\dfrac{5}{2},\dfrac{10}{3}\right)$　　C．$\left[2,\dfrac{10}{3}\right]$　　D．$\left(2,\dfrac{10}{3}\right)$

10．2020 年是脱贫攻坚决战决胜之年，某市为早日实现目标，现将甲、乙、丙、丁 4 名干部派遣到 A、B、C 三个贫困县扶贫，要求每个贫困县至少分到一人，则甲被派遣到 A 县的分法有（　　）

A．6 种　　B．12 种　　C．24 种　　D．36 种

11．已知□(□)，□(□)都是偶函数，且在$[0,+\infty)$上单调递增，设函数□(□) = □(□) + □(1 − □) − |□(□) − □(1 − □)|，若□ > 0，则（ ）

A．□(−□) ≥ □(□)且□(1 + □) ≥ □(1 − □)

B．□(−□) ≥ □(□)且□(1 + □) ≤ □(1 − □)

C．□(−□) ≤ □(□)且□(1 + □) ≥ □(1 − □)

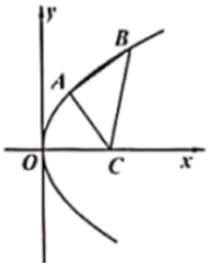
D．□(−□) ≤ □(□)且□(1 + □) ≤ □(1 − □)

12．已知函数 $f\left(x\right)=\ln x$，$g\left(x\right)=\left(2m+3\right)x+n$，若对任意的 $x\in\left(0,+\infty\right)$ 总有 $f\left(x\right)\leq g\left(x\right)$ 恒成立，记 $\left(2m+3\right)n$ 的最小值为 $f\left(m,n\right)$，则 $f\left(m,n\right)$ 最大值为（　　）

A．1　　B．$\dfrac{1}{e}$　　C．$\dfrac{1}{e^2}$　　D．$\dfrac{1}{\sqrt{e}}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．如图所示，点 $A(1,2)$，B 均在抛物线 $y^2=4x$ 上，等腰直角 $\triangle ABC$ 的斜边为 BC，点 C 在 x 轴的正半轴上，则点 B 的坐标是_____.



14．已知函数 $f(x)=x-m|\ln x|$ 恰好有 3 个不同的零点，则实数 m 的取值范围为____

15．已知多项式 $(1+ax)^5(1-2x)^4$ 的各项系数之和为 32，则展开式中含 x 项的系数为_____.

16．有 2 名老师和 3 名同学，将他们随机地排成一行，用 ξ 表示两名老师之间的学生人数，则 $\xi=1$ 对应的排法有_____种；$E(\xi)=$ _____；

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知函数 $f(x)=e^x-ax^2$

（1）已知直线 l：$x-y-1=0$，l_1：$2x-y-2=0$.若直线 l_2 与 l_1 关于 l 对称，又函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线与 l_2 垂直，求实数 a 的值；

（2）若函数 $g(x)=(e-2)x+1$，则当 $x>0$，$a=1$ 时，求证：

① $f(x)\geq g(x)$；

② $e^x-ex-1\geq x(\ln x-1)$.

18．（12 分）已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-ax+(a-1)\ln x$，$g(x)=b-x\ln x$ 的最大值为 $\frac{1}{e}$.

(1) 求实数 b 的值；

(2) 当 $a>1$ 时，讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

(3) 当 $a=0$ 时，令 $F(x)=2f(x)+g(x)+2\ln x+2$，是否存在区间 $[m,n]\subseteq(1,\ +\infty)$，使得函数 $F(x)$ 在区间 $[m,n]$ 上的值域为 $[k(m+2),k(n+2)]$？若存在，求实数 k 的取值范围；若不存在，请说明理由.

19．（12 分）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 与抛物线 $y^2=4x$ 有共同的焦点，且离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，设 F_1,F_2 分别是 A,B 为椭圆的上下顶点

（1）求椭圆C的方程；

（2）过点$(0,2)$与x轴不垂直的直线l与椭圆C交于不同的两点M,N，当弦MN的中点P落在四边形F_1AF_2B内（含边界）时，求直线l的斜率的取值范围.

20.（12分）某商场举行优惠促销活动，顾客仅可以从以下两种优惠方案中选择一种.

方案一：每满100元减20元；

方案二：满100元可抽奖一次.具体规则是从装有2个红球、2个白球的箱子随机取出3个球（逐个有放回地抽取），所得结果和享受的优惠如下表：（注：所有小球仅颜色有区别）

红球个数	3	2	1	0
实际付款	7折	8折	9折	原价

（1）该商场某顾客购物金额超过100元，若该顾客选择方案二，求该顾客获得7折或8折优惠的概率；

（2）若某顾客购物金额为180元，选择哪种方案更划算？

21.（12分）在直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\theta,\\y=\sin\theta.\end{cases}$以$O$为极点，$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系，设点$A$在曲线$C_2:\rho\sin\theta=1$上，点$B$在曲线$C_3:\theta=-\frac{\pi}{6}(\rho>0)$上，且$\triangle AOB$为正三角形.

（1）求点A，B的极坐标；

（2）若点P为曲线C_1上的动点，M为线段AP的中点，求$|BM|$的最大值.

22.（10分）已知函数$f(x)=2^x,g(x)=x^2+2ax$.

（1）当$a=-1$时，求函数$y=f(g(x))(-2\leqslant x\leqslant 3)$的值域.

（2）设函数$h(x)=\begin{cases}f(x),x\geqslant b\\g(x),x<b\end{cases}$，若$ab>0$，且$h(x)$的最小值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，求实数$a$的取值范围.

参考答案

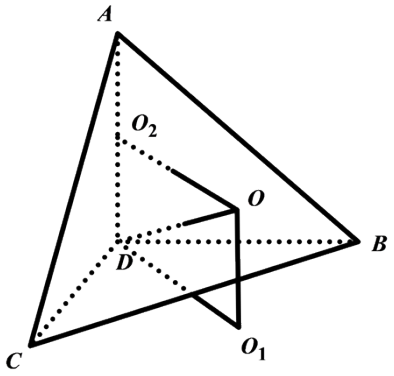
一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

如图所示，设 AD 的中点为 O_2，ΔBCD 的外接圆的圆心为 O_1，四面体 $A-BCD$ 的外接球的球心为 O，连接 OO_1, OO_2, OD，利用正弦定理可得 $DO_1=1$，利用球心的性质和线面垂直的性质可得四边形 OO_2DO_1 为平行四边形，最后利用勾股定理可求外接球的半径，从而可得外接球的表面积.

【详解】



如图所示，设 AD 的中点为 O_2，ΔBCD 外接圆的圆心为 O_1，四面体 $A-BCD$ 的外接球的球心为 O，连接 OO_1, OO_2, OD，则 $OO_1 \perp$ 平面 BCD，$OO_2 \perp AD$.

因为 $CD=BD=1, BC=\sqrt{3}$，故 $\cos\angle BDC=\dfrac{2-3}{2\times1\times1}=-\dfrac{1}{2}$，

因为 $\angle BDC\in(0,\pi)$，故 $\angle BDC=\dfrac{2\pi}{3}$.

由正弦定理可得 $2DO_1=\dfrac{\sqrt{3}}{\sin\dfrac{2\pi}{3}}=2$，故 $DO_1=1$，又因为 $AD=\sqrt{3}$，故 $DO_2=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

因为 $AD\perp DB, AD\perp CD, DB\cap CD=D$，故 $AD\perp$ 平面 BCD，所以 $OO_1//AD$，

因为 $AD\perp$ 平面 BCD，$DO_1\subset$ 平面 BCD，故 $AD\perp DO_1$，故 $OO_2//DO_1$，

所以四边形 OO_2DO_1 为平行四边形，所以 $OO_1=DO_2=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

所以 $OD=\sqrt{\dfrac{3}{4}+1}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$，故外接球的半径为 $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$，外接球的表面积为 $4\pi\times\dfrac{7}{4}=7\pi$.

故选：D.

【点睛】

本题考查平面图形的折叠以及三棱锥外接球表面积的计算，还考查正弦定理和余弦定理，折叠问题注意翻折前后的变量与不变量，外接球问题注意先确定外接球的球心的位置，然后把半径放置在可解的直角三角形中来计算，本题有一

定的难度.

2、A

【解析】

设 AC 的中点为 O 先求出 ΔABC 外接圆的半径，设 $QM=a$，利用 $QM\perp$ 平面 ***ABC***，得 $QM//PD$ ，在 ΔMBQ 及 ΔDMQ 中利用勾股定理构造方程求得球的半径即可

【详解】

设 AC 的中点为 O,因为 $AB=BC$，所以 ΔABC 外接圆的圆心 ***M*** 在 ***BO*** 上.设此圆的半径为 ***r***.

因为 $BO=4$，所以 $(4-r)^2+3^2=r^2$，解得 $r=\dfrac{25}{8}$.

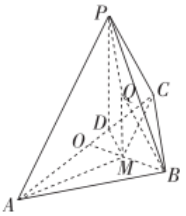
因为 $OD=OC-CD=3-2=1$，所以 $DM=\sqrt{1^2+(4-r)^2}=\dfrac{\sqrt{113}}{8}$.

设 $QM=a$，易知 $QM\perp$ 平面 ***ABC***，则 $QM//PD$.

因为 $QP=QB$，所以 $\sqrt{(PD-a)^2+DM^2}=\sqrt{a^2+r^2}$，

即 $(4-a)^2+\dfrac{113}{64}=a^2+\dfrac{625}{64}$，解得 $a=1$.所以球 ***Q*** 的半径 $R=QB=\sqrt{a^2+r^2}=\dfrac{\sqrt{689}}{8}$.

故选：A



【点睛】

本题考查球的组合体，考查空间想象能力，考查计算求解能力，是中档题

3、A

【解析】

利用韦达定理可得 $\alpha+\beta=1,\alpha\beta=-1$,结合 $a_n=\alpha^n+\beta^n$ 可推出 $a_{n+1}=a_n+a_{n-1}$,再计算出 $a_1=1,a_2=3$,从而推出①正确;再利用递推公式依次计算数列中的各项,以此判断②的正误.

【详解】

因为 α,β 是方程 $x^2-x-1=0$ 的两个不等实数根,

所以 $\alpha+\beta=1,\alpha\beta=-1$,

因为 $a_n=\alpha^n+\beta^n$,

所以 $a_{n+1}=\alpha^{n+1}+\beta^{n+1}$

$=\left(\alpha^{n}+\beta^{n}\right)\alpha+\left(\alpha^{n}+\beta^{n}\right)\beta-\beta^{n}\alpha-\alpha^{n}\beta$

$=\left(\alpha^{n}+\beta^{n}\right)(\alpha+\beta)-\alpha\beta\left(\alpha^{n-1}+\beta^{n-1}\right)$

$=\left(\alpha^{n}+\beta^{n}\right)+\left(\alpha^{n-1}+\beta^{n-1}\right)=a_{n}+a_{n-1}$,

即当 $n\geq 3$ 时,数列 $\{a_n\}$ 中的任一项都等于其前两项之和,

又 $a_1=\alpha+\beta=1, a_2=\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=3$,

所以 $a_3=a_2+a_1=4, a_4=a_3+a_2=7, a_5=a_4+a_3=11$,

以此类推,即可知数列 $\{a_n\}$ 的任意一项都是正整数,故①正确;

若数列 $\{a_n\}$ 存在某一项是 5 的倍数,则此项个位数字应当为 0 或 5,

由 $a_1=1, a_2=3$,依次计算可知,

数列 $\{a_n\}$ 中各项的个位数字以 1,3,4,7,1,8,9,7,6,3,9,2 为周期,

故数列 $\{a_n\}$ 中不存在个位数字为 0 或 5 的项,故②错误;

故选:A.

【点睛】

本题主要考查数列递推公式的推导,考查数列性质的应用,考查学生的综合分析以及计算能力.

4、A

【解析】

由直线$□-\sqrt{3}□+\sqrt{3}=0$过椭圆的左焦点$□$，得到左焦点为$□(-\sqrt{3},0)$，且$□^2-□^2=3$，

再由$\overrightarrow{□□}=2\overrightarrow{□□}$，求得$□\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2}\right)$，代入椭圆的方程，求得$□^2=\frac{3\sqrt{3}+6}{2}$，进而利用椭圆的离心率的计算公式，即可求解.

【详解】

由题意，直线$□-\sqrt{3}□+\sqrt{3}=0$经过椭圆的左焦点$□$，令$□=0$，解得$□=\sqrt{3}$，

所以$□=\sqrt{3}$，即椭圆的左焦点为$□(-\sqrt{3},0)$，且$□^2-□^2=3$　　①

直线交□轴于□(0,1)，所以，|□□| = √3,|□□| = 1,|□□| = 2，

因为□□ = 2□□，所以|□□| = 3，所以□ (√3/2, 3/2)，

又由点□在椭圆上，得 3/□² + 9/□² = 4 ②

由□□，可得4□² − 24□² + 9 = 0，解得□² = (3√3+6)/2，

所以□² = □²/□² = 6/(3√3+6) = 4 − 2√3 = (√3 − 1)²，

所以椭圆的离心率为□ = √3 − 1.

故选 A.

【点睛】

本题考查了椭圆的几何性质——离心率的求解，其中求椭圆的离心率(或范围)，常见有两种方法：①求出□, □ ，代入公式□ = □/□；②只需要根据一个条件得到关于□, □, □的齐次式，转化为□, □的齐次式，然后转化为关于□的方程，即可得□的值(范围).

5、D

【解析】

根据演绎推理进行判断.

【详解】

由①②④可知甲乙丁都不在远古村寨，必有丙同学去了远古村寨，由③可知必有甲去了原始森林，由④可知丁去了千丈瀑布，因此游玩千丈瀑布景点的同学是丁.

故选：D.

【点睛】

本题考查演绎推理，掌握演绎推理的定义是解题基础.

6、C

【解析】

根据题意，得$0<m<1$，$f(1)=0$，则$f(x)$为减函数，从而得出函数$|f(x)|$的单调性，可比较a和b，而$c=|f(0)|=1-m$，比较$f(0),f(2)$，即可比较a,b,c.

【详解】

因为 $f(x)=m^x-m(m>0$，且 $m\neq 1)$ 的图象经过第一、二、四象限，

所以 $0<m<1$， $f(1)=0$，

所以函数 $f(x)$ 为减函数，函数 $|f(x)|$ 在 $(-\infty,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

又因为 $1<\sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}}<4^{\frac{3}{8}}=2^{\frac{3}{4}}<2$，

所以 $a<b$，

又 $c=|f(0)|=1-m$， $|f(2)|=m^2-m$，

则 $||f(2)|-|f(0)|=m^2-1<0$，

即 $|f(2)|<|f(0)|$，

所以 $a<b<c$.

故选：C.

【点睛】

本题考查利用函数的单调性比较大小，还考查化简能力和转化思想.

7、D

【解析】

分析：因为题设中给出了 $f(1)$ 的值，要求 $f(-1)$ 的值，故应考虑 $f(x),f(-x)$ 两者之间满足的关系.

详解：由题设有 $f(-x)=\dfrac{m^{-x}}{m^{-x}+1}-2018\tan x+x^2=\dfrac{1}{m^x+1}-2018\tan x+x^2$，

故有 $f(x)+f(-x)=1+2x^2$，所以 $f(1)+f(-1)=3$，

从而 $f(-1)=0$，故选 D.

点睛：本题考查函数的表示方法，解题时注意根据问题的条件和求解的结论之间的关系去寻找函数的解析式要满足的关系.

8、C

【解析】

根据 $\vec{m}\perp\vec{n}$ 列方程，由此求得 λ 的值，进而求得 $|\vec{n}|$.

【详解】

由于 $\vec{m}\perp\vec{n}$，所以 $\vec{m}\cdot\vec{n}=0$，即

$\vec{2a}\cdot\left(\vec{4a}-\vec{\lambda b}\right)=8\vec{a}^{2}-2\lambda\vec{a}\cdot\vec{b}=8-2\lambda\cdot\cos\frac{3\pi}{4}=8+\sqrt{2}\lambda=0$，

解得$\lambda=-\frac{8}{\sqrt{2}}=-4\sqrt{2}$.

所以$\vec{n}=4\vec{a}+4\sqrt{2}\vec{b}$

所以

$\left|\vec{n}\right|=\sqrt{\left(\vec{4a}+4\sqrt{2}\vec{b}\right)^{2}}=\sqrt{16\vec{a}^{2}+32\sqrt{2}\vec{a}\cdot\vec{b}+32\vec{b}^{2}}=\sqrt{48+32\sqrt{2}\cos\frac{3\pi}{4}}=\sqrt{48-32}=4$.

故选：C

【点睛】

本小题主要考查向量垂直的表示，考查向量数量积的运算，考查向量模的求法，属于基础题.

9、B

【解析】

求得$f\left(x\right)$的导函数$f'\left(x\right)$，由此构造函数$g\left(x\right)=x^{2}+\left(2-m\right)x+2-m$，根据题意可知$g\left(x\right)$在$(1,2)$上有变号零点.

由此令$g\left(x\right)=0$，利用分离常数法结合换元法，求得m的取值范围.

【详解】

$f'\left(x\right)=e^{x}\left[x^{2}+\left(2-m\right)x+2-m\right]$，

设$g\left(x\right)=x^{2}+\left(2-m\right)x+2-m$，

要使$f\left(x\right)$在区间$[1,2]$上不是单调函数，

即$g\left(x\right)$在$(1,2)$上有变号零点，令$g\left(x\right)=0$，

则$x^{2}+2x+2=m\left(x+1\right)$，

令$t=x+1\in\left(2,3\right)$，则问题即$m=t+\frac{1}{t}$在$t\in\left(2,3\right)$上有零点，由于$t+\frac{1}{t}$在$\left(2,3\right)$上递增，所以m的取值范围是

$\left(\frac{5}{2},\frac{10}{3}\right)$.

故选：B

【点睛】

本小题主要考查利用导数研究函数的单调性，考查方程零点问题的求解策略，考查化归与转化的数学思想方法，属于中档题.

10、B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/037021043155006141