

普洱市重点中学 2023-2024 学年高考仿真模拟数学试卷

注意事项

1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若 $\left(x^2 + \frac{a}{x}\right)^6$ 的展开式中 x^6 的系数为 150，则 $a^2 =$ ()

- A. 20 B. 15 C. 10 D. 25

2. 下列不等式正确的是 ()

A. $\sin 130^\circ > \sin 40^\circ > \log_3 4$ B. $\tan 226^\circ < \ln 0.4 < \tan 48^\circ$

C. $\cos(-20^\circ) < \sin 65^\circ < \lg 11$ D. $\tan 410^\circ > \sin 80^\circ > \log_5 2$

3. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 2]$ ，则函数 $g(x) = f(2x) + \sqrt{8 - 2^x}$ 的定义域为 ()

A. $[0, 1]$ B. $[0, 2]$

C. $[1, 2]$ D. $[1, 3]$

4. 函数 $f(x) = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$)，当 $x \in [0, \pi]$ 时， $f(x)$ 的值域为 $\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right]$ ，则 ω 的范围为 ()

A. $\left[\frac{5}{6}, \frac{3}{2}\right]$ B. $\left[\frac{5}{6}, \frac{5}{3}\right]$ C. $\left[\frac{1}{2}, \frac{4}{3}\right]$ D. $\left(0, \frac{5}{3}\right]$

5. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的离心率为 $\sqrt{3}$ ，则双曲线的焦距为 ()

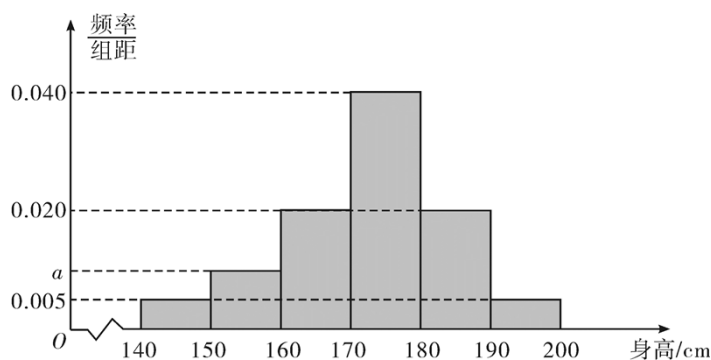
A. $2\sqrt{6}$ B. $2\sqrt{5}$ C. 6 D. 8

6. 已知曲线 $C: y = \cos(2x + \varphi)$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的一条对称轴方程为 $x = \frac{\pi}{3}$ ，曲线 C 向左平移 θ ($\theta > 0$) 个单位长度，得到

曲线 E 的一个对称中心的坐标为 $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ ，则 θ 的最小值是 ()

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{12}$

7. 从某市的中学生中随机调查了部分男生，获得了他们的身高数据，整理得到如下频率分布直方图：



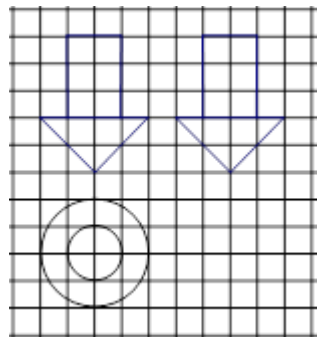
根据频率分布直方图，可知这部分男生的身高的中位数的估计值为

- A. 171.25cm B. 172.75cm
C. 173.75cm D. 175cm

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - x, & x \leq a \\ 5 - x, & x > a \end{cases}$ ($a > 0$), 若函数 $g(x) = f(x) - 4|x|$ 有三个零点, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $(0, 1) \cup [5, +\infty)$ B. $(0, \frac{6}{5}) \cup [5, +\infty)$
C. $(1, 5]$ D. $(\frac{6}{5}, 5]$

9. 陀螺是中国民间最早的娱乐工具, 也称陀罗. 如图, 网格纸上小正方形的边长为1, 粗线画出的是某个陀螺的三视图, 则该陀螺的表面积为 ()



- A. $(7 + 2\sqrt{2})\pi$ B. $(10 + 2\sqrt{2})\pi$
C. $(10 + 4\sqrt{2})\pi$ D. $(11 + 4\sqrt{2})\pi$

10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点为 F , O 为坐标原点, 以 OF 为直径的圆与双曲线 C 的一条渐近线交于点 O 及点 $A(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 则双曲线 C 的方程为 ()

- A. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ B. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{6} = 1$ C. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ D. $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{2} = 1$

11.

2019 年 10 月 1 日上午, 庆祝中华人民共和国成立 70 周年阅兵仪式在天安门广场隆重举行. 这次阅兵不仅展示了我国的科技军事力量, 更是让世界感受到了中国的日新月异. 今年的阅兵方阵有一个很抢眼, 他们就是院校科研方阵. 他们是由军事科学院、国防大学、国防科技大学联合组建. 若已知甲、乙、丙三人来自上述三所学校, 学历分别有学士、硕士、博士学位. 现知道: ①甲不是军事科学院的; ②来自军事科学院的不是博士; ③乙不是军事科学院的; ④乙不是博士学位; ⑤国防科技大学的是研究生. 则丙是来自哪个院校的, 学位是什么()

- A. 国防大学, 研究生
- B. 国防大学, 博士
- C. 军事科学院, 学士
- D. 国防科技大学, 研究生

12. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 和点 $D(2, 0)$, 直线 $x = ty - 2$ 与抛物线 C 交于不同两点 A, B , 直线 BD 与抛物线 C 交于另一点 E . 给出以下判断:

- ①以 BE 为直径的圆与抛物线准线相离;
- ②直线 OB 与直线 OE 的斜率乘积为 -2 ;
- ③设过点 A, B, E 的圆的圆心坐标为 (a, b) , 半径为 r , 则 $a^2 - r^2 = 4$.

其中, 所有正确判断的序号是 ()

- A. ①②
- B. ①③
- C. ②③
- D. ①②③

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. $(x^2 + 2)\left(2x - \frac{1}{x}\right)^6$ 的展开式中所有项的系数和为_____, 常数项为_____.

14. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ y + m \geq 0 \end{cases}$, 若 $z = 2x + y$ 的最小值是 -1 , 则 m 的值为_____.

15. 若随机变量 ξ 的分布列如表所示, 则 $E(\xi) =$ _____, $D(2\xi - 1) =$ _____.

ξ	-1	0	1
P	a	$\frac{1}{4}$	a^2

16. 已知向量 $\vec{a} = (2, m)$, $\vec{b} = (1, -2)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则实数 m 的值是_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知在 $\square\square\square\square$ 中, 角 $\square, \square, \square$ 的对边分别为 $\square, \square, \square$, 且 $\frac{\cos\square}{\square} + \frac{\cos\square}{\square} = \frac{2\sqrt{3}\sin\square}{3\sin\square}$.

(1) 求 $\square$ 的值;

(2) 若 $\cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha = 2$, 求 $\alpha + \beta$ 的取值范围.

18. (12分) 已知 O 为坐标原点, 点 $F_1(-\sqrt{2}, 0)$, $F_2(\sqrt{2}, 0)$, $S(3\sqrt{2}, 0)$, 动点 N 满足 $|NF_1| + |NS| = 4\sqrt{3}$, 点 P 为线段 NF_1 的中点, 抛物线 $C: x^2 = 2my (m > 0)$ 上点 A 的纵坐标为 $\sqrt{6}$, $\vec{OA} \cdot \vec{OS} = 6\sqrt{6}$.

(1) 求动点 P 的轨迹曲线 W 的标准方程及抛物线 C 的标准方程;

(2) 若抛物线 C 的准线上一点 Q 满足 $OP \perp OQ$, 试判断 $\frac{1}{|OP|^2} + \frac{1}{|OQ|^2}$ 是否为定值, 若是, 求这个定值; 若不是, 请说明理由.

19. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_n = 2a_{n-1} + 2n - 1 (n \geq 2)$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = a_n + 2n + 3$.

(I) 求证数列 $\{b_n\}$ 是等比数列;

(II) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

20. (12分) 某社区服务中心计划按月订购一种酸奶, 每天进货量相同, 进货成本每瓶 5 元, 售价每瓶 7 元, 未售出的酸奶降价处理, 以每瓶 2 元的价格当天全部处理完. 根据往年销售经验, 每天需求量与当天最高气温 (单位: 摄氏度 $^{\circ}\text{C}$) 有关. 如果最高气温不低于 25, 需求量为 600 瓶; 如果最高气温位于区间 $[20, 25)$, 需求量为 500 瓶; 如果最高气温低于 20, 需求量为 300 瓶. 为了确定六月份的订购计划, 统计了前三年六月份各天的最高气温数据, 得下面的频数分布表:

最高气温	$[10, 15)$	$[15, 20)$	$[20, 25)$	$[25, 30)$	$[30, 35)$	$[35, 40)$
天数	4	14	36	27	6	3

以最高气温位于各区间的频率代替最高气温位于该区间的概率.

(1) 求六月份这种酸奶一天的需求量 X (单位: 瓶) 的分布列;

(2) 设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y (单位: 元), 当六月份这种酸奶一天的进货量为 n (单位: 瓶) 时, Y 的数学期望的取值范围?

21. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c , 且 $\cos A = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

(1) 若 $a = 5$, $c = 2\sqrt{5}$, 求 b 的值;

(2) 若 $B = \frac{\pi}{4}$, 求 $\tan 2C$ 的值.

22. (10分) 已知函数 $f(x) = (x-1)^2 + ax - a \ln x$

(I) 若 $a \geq -2$ 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 若 $a > 0$ ，且对于函数 $f(x)$ 的图象上两点 $P_1(x_1, f(x_1)), P_2(x_2, f(x_2)) (x_1 < x_2)$ ，存在 $x_0 \in (x_1, x_2)$ ，使得函数 $f(x)$ 的图象在 $x = x_0$ 处的切线 $l \parallel P_1P_2$. 求证: $x_0 < \frac{x_1 + x_2}{2}$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

通过二项式展开式的通项分析得到 $C_6^2 a^2 x^6 = 150x^6$ ，即得解.

【详解】

由已知得 $T_{r+1} = C_6^r (x^2)^{6-r} \left(\frac{a}{x}\right)^r = C_6^r (a)^r x^{12-3r}$,

故当 $r = 2$ 时, $12 - 3r = 6$,

于是有 $T_3 = C_6^2 a^2 x^6 = 150x^6$,

则 $a^2 = 10$.

故选: C

【点睛】

本题主要考查二项式展开式的通项和系数问题，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

2、D

【解析】

根据 $\sin 40^\circ < 1 < \log_3 4, \ln 0.4 < 0 < \tan 226^\circ, \cos(-20^\circ) = \sin 70^\circ > \sin 65^\circ$ ，利用排除法，即可求解.

【详解】

由 $\sin 40^\circ < 1 < \log_3 4, \ln 0.4 < 0 < \tan 226^\circ, \cos(-20^\circ) = \cos 20^\circ = \sin 70^\circ > \sin 65^\circ$,

可排除 A、B、C 选项，

又由 $\tan 410^\circ = \tan 50^\circ > 1 > \sin 80^\circ > \frac{1}{2} = \log_5 \sqrt{5} > \log_5 2$,

所以 $\tan 410^\circ > \sin 80^\circ > \log_5 2$.

故选 D.

【点睛】

本题主要考查了三角函数的图象与性质，以及对数的比较大小问题，其中解答熟记三角函数与对数函数的性质是解答的关键，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

3、A

【解析】

试题分析：由题意，得 $\begin{cases} 0 \leq 2x \leq 2 \\ 8 - 2^x \geq 0 \end{cases}$ ，解得 $0 \leq x \leq 1$ ，故选 A.

考点：函数的定义域.

4、B

【解析】

首先由 $x \in [0, \pi]$ ，可得 $\omega x - \frac{\pi}{3}$ 的范围，结合函数 $f(x)$ 的值域和正弦函数的图像，可求的关于实数 ω 的不等式，解不等式即可求得范围.

【详解】

因为 $x \in [0, \pi]$ ，所以 $\omega x - \frac{\pi}{3} \in \left[-\frac{\pi}{3}, \omega\pi - \frac{\pi}{3}\right]$ ，若值域为 $\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right]$ ，

所以只需 $\frac{\pi}{2} \leq \omega\pi - \frac{\pi}{3} \leq \frac{4\pi}{3}$ ， $\therefore \frac{5}{6} \leq \omega \leq \frac{5}{3}$.

故选：B

【点睛】

本题主要考查三角函数的值域，熟悉正弦函数的单调性和特殊角的三角函数值是解题的关键，侧重考查数学抽象和数学运算的核心素养.

5、A

【解析】

依题意可得 $b^2 = 4$ ，再根据离心率求出 a^2 ，即可求出 c ，从而得解；

【详解】

解： $\because$ 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的离心率为 $\sqrt{3}$ ，

所以 $e^2 = 1 + \frac{4}{a^2} = 3$ ， $\therefore a^2 = 2$ ， $\therefore c = \sqrt{6}$ ，双曲线的焦距为 $2\sqrt{6}$.

故选：A

【点睛】

本题考查双曲线的简单几何性质，属于基础题.

6、C

【解析】

$y = \cos(2x + \varphi)$ 在对称轴处取得最值有 $\cos(\frac{2\pi}{3} + \varphi) = \pm 1$ ，结合 $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ，可得 $\varphi = \frac{\pi}{3}$ ，易得曲线 E 的解析式为

$y = \cos\left(2x + 2\theta + \frac{\pi}{3}\right)$ ，结合其对称中心为 $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ 可得 $\theta = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$ 即可得到 θ 的最小值.

【详解】

∵ 直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 是曲线 C 的一条对称轴.

∴ $2 \times \frac{\pi}{3} + \varphi = k\pi (k \in \mathbb{Z})$ ，又 $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$.

∴ $\varphi = \frac{\pi}{3}$.

∴ 平移后曲线 E 为 $y = \cos\left(2x + 2\theta + \frac{\pi}{3}\right)$.

曲线 E 的一个对称中心为 $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$.

∴ $2 \times \frac{\pi}{4} + 2\theta + \frac{\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

$\theta = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$ ，注意到 $\theta > 0$

故 θ 的最小值为 $\frac{\pi}{3}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查余弦型函数性质的应用，涉及到函数的平移、函数的对称性，考查学生数形结合、数学运算的能力，是一道中档题.

7、C

【解析】

由题可得 $(0.005 \times 2 + a + 0.020 \times 2 + 0.040) \times 10 = 1$ ，解得 $a = 0.010$ ，

则 $(0.005 + 0.010 + 0.020) \times 10 = 0.35$, $0.35 + 0.040 \times 10 = 0.75 > 0.5$,

所以这部分男生的身高的中位数的估计值为 $170 + \frac{0.5 - 0.35}{10 \times 0.040} \times 10 = 173.75(\text{cm})$, 故选 C.

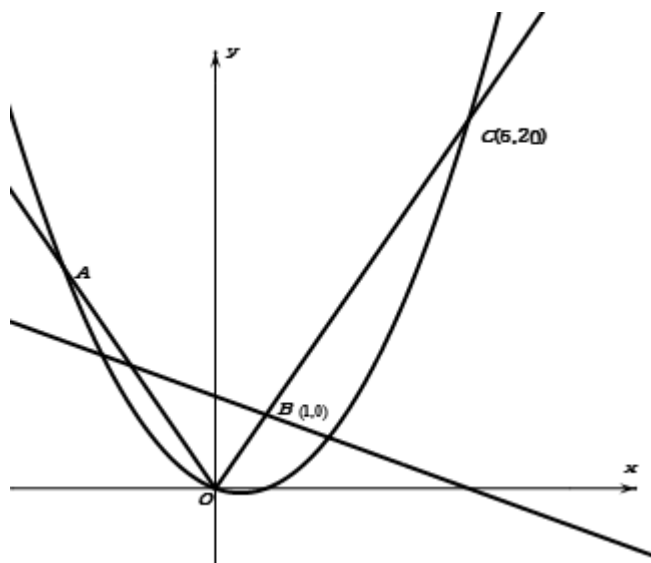
8、A

【解析】

分段求解函数零点，数形结合，分类讨论即可求得结果.

【详解】

作出 $y = x^2 - x$ 和 $y = 5 - x$, $y = 4|x|$ 的图像如下所示：



函数 $g(x) = f(x) - 4|x|$ 有三个零点，

等价于 $y = f(x)$ 与 $y = 4|x|$ 有三个交点，

又因为 $a > 0$, 且由图可知，

当 $x \leq 0$ 时 $y = f(x)$ 与 $y = 4|x|$ 有两个交点 A, O ,

故只需当 $x > 0$ 时， $y = f(x)$ 与 $y = 4|x|$ 有一个交点即可.

若当 $x > 0$ 时，

$a \in (0,1)$ 时，显然 $y = f(x)$ 与 $y = 4|x|$ 有一个交点 B , 故满足题意；

$a = 1$ 时，显然 $y = f(x)$ 与 $y = 4|x|$ 没有交点，故不满足题意；

$a \in (1,5)$ 时，显然 $y = f(x)$ 与 $y = 4|x|$ 也没有交点，故不满足题意；

$a \in [5, +\infty)$ 时，显然 $y = f(x)$ 与 $y = 4|x|$ 有一个交点 C , 故满足题意.

综上所述，要满足题意，只需 $a \in (0,1) \cup [5, +\infty)$.

故选：A.

【点睛】

本题考查由函数零点的个数求参数范围，属中档题.

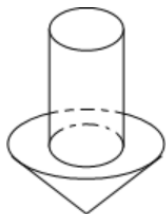
9、C

【解析】

画出几何体的直观图，利用三视图的数据求解几何体的表面积即可，

【详解】

由题意可知几何体的直观图如图：



上部是底面半径为 1，高为 3 的圆柱，下部是底面半径为 2，高为 2 的圆锥，

几何体的表面积为： $4\pi + \frac{1}{2} \times 4\pi \times 2\sqrt{2} + 2\pi \times 3 = (10 + 4\sqrt{2})\pi$ ，

故选：C

【点睛】

本题考查三视图求解几何体的表面积，判断几何体的形状是解题的关键.

10、C

【解析】

根据双曲线方程求出渐近线方程： $y = \frac{b}{a}x$ ，再将点 $A\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 代入可得 $b = \frac{\sqrt{3}}{3}a$ ，连接 FA ，根据圆的性质可得

$\frac{\sqrt{c^2 - 3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，从而可求出 c ，再由 $c^2 = a^2 + b^2$ 即可求解.

【详解】

由双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ ，

则渐近线方程： $y = \pm \frac{b}{a}x$ ，

$\therefore b = \frac{\sqrt{3}}{3}a$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/037042030052006116>