# 第十一讲 解三角形压轴综合小题

目录


题型 01 边角互化求角 ..... 1
题型 02 判断三角型形状 ..... 2
题型 03 三角形几解判断 ..... 3
题型 04 正余弦应用：求面积 ..... 4
题型 05 正余弦应用：求长度 ..... 5
题型 06 正余弦应用：比值型求值 ..... 6
题型 07 最值型：角与对边互化面积型 ..... 6
题型 08 最值型：周长、边长范围 ..... 7
题型 09 最值型：比值范围 ..... 8
题型 10 最值型：余弦定理齐次式 ..... 8
题型 11 最值型：正切 ..... 9
题型 12 三角形角平分线型 ..... 10
题型 13 三角形中线型 ..... 11
题型 14 三角形重心型 ..... 12
题型 15 三角形外接圆 ..... 13
高考练场 ..... 14


## 热点题型归纳

## 题型 01 边角互化求角

【解题攻略】

在解三角形中，选择用正弦定理或余弦定理，可以从两方面思考：
(1)从题目给出的条件，边角关系来选择；
(2)从式子结构来选择.
边角互化的方法

（1）边化角：利用正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2r$（$r$ 为 $\triangle ABC$ 外接圆半径）得 $a=2r\sin A$，$b=2r\sin B$，$c=2r\sin C$；

（2）角化边：

①利用正弦定理：$\sin A=\frac{a}{2r}$，$\sin B=\frac{b}{2r}$，$\sin C=\frac{c}{2r}$

②利用余弦定理：$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

**辅助角公式**

$a\sin\alpha+b\cos\alpha=\sqrt{a^2+b^2}\left[\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin\alpha+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos\alpha\right]$；$\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2+\left(\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2=1$

(1)正弦形式 $\sqrt{a^2+b^2}\sin(\alpha+\beta)$：$\sin\alpha\cdot\cos\beta\pm\cos\alpha\cdot\sin\beta=\sin(\alpha\pm\beta)$，

其中：$\cos\beta=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},\sin\beta=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

(2)余弦形式 $\sqrt{a^2+b^2}\cos(\alpha-\beta)$：$\cos\alpha\cdot\cos\beta\pm\sin\alpha\cdot\sin\beta=\cos(\alpha\mp\beta)$，

其中：$\sin\beta=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},\cos\beta=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

【典例 1-1】（2022 下·黑龙江哈尔滨·高三校联考）在$\triangle ABC$中，角$A$，$B$，$C$的对边分别为$a$，$b$，$c$，若$\frac{a-b}{c-b}=\frac{\sin C}{\sin A+\sin B}$，则$A=$（　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{2\pi}{3}$　　D．$\frac{\pi}{3}$或$\frac{2\pi}{3}$

【典例 1-2】（2021 下·内蒙古赤峰·高三校考阶段练习）在锐角$\triangle ABC$中，角$A$，$B$，$C$所对应的边分别为$a$，$b$，$c$，若$b=2a\sin B$，则角$A$等于（　）

A．$30°$　　B．$45°$　　C．$60°$　　D．$30°$或$150°$

【变式 1-1】（2023 上·河南焦作·高三石家庄市第九中学校考）在$\triangle ABC$中，$\angle A,\angle B,\angle C$的对边分别为$a$，$b$，$c$，若$b\cos(A+B)=(c-2a)\cos B$，则$\angle B=$（　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．$\frac{2\pi}{3}$

【变式 1-2】（2023·湖南·校联考模拟预测）在$\triangle ABC$中，$BC=3$，$\sin B+\sin C=\frac{\sqrt{10}}{3}\sin A$，且$\triangle ABC$的面积为$\frac{1}{2}\sin A$，则$A=$（　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{3}$　　D．$\frac{2\pi}{3}$

【变式 1-3】（2023 上·黑龙江佳木斯·高三佳木斯一中校考阶段练习）在$\triangle ABC$中，$a,b,c$分别为角$A,B,C$的对边，已知$b=\sqrt{3},\frac{\cos B}{\cos C}=\frac{\sqrt{3}}{2a-c}$，则$\cos B$等于（　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

## 题型 02 判断三角型形状

【解题攻略】

判断三角形形状时，可利用正余弦实现边角转化，统一成边或角的形式，还要注意三角形自身的特点

①$\sin A=\sin B\Rightarrow A=B\Rightarrow\triangle ABC$为等腰三角形

②$\sin A=\cos B\Rightarrow A+B=\frac{\pi}{2}$或$A-B=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\triangle ABC$直角三角形或钝角三角形

③$\sin 2A=\sin 2B\Rightarrow A=B$或$A+B=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\triangle ABC$为等腰三角形或钝角三角形

④$\cos 2A=\cos 2B\Rightarrow A=B\Rightarrow\triangle ABC$为等腰三角形

⑤$a^2+b^2=c^2\Rightarrow\cos C=0\Rightarrow\triangle ABC$为直角三角形

⑥$a^2+b^2-c^2<0\Rightarrow\cos C<0$

或$a^2+c^2-b^2<0\Rightarrow\cos B<0$　　$\Rightarrow\triangle ABC$为钝角三角形

或$b^2+c^2-a^2<0\Rightarrow\cos A<0$

⑦$a^2+b^2-c^2>0\Rightarrow\cos C>0$

且$a^2+c^2-b^2>0\Rightarrow\cos B>0$　　$\Rightarrow\triangle ABC$为锐角三角形

且$b^2+c^2-a^2>0\Rightarrow\cos A>0$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/037142165036006060