

第七讲 函数的值域

江苏省洪泽中学：荣为美

研究函数的值域：

抓牢法则和定义域

两者清楚值域明白

回归基础理之当然

常见函数类型：

$$\textcircled{1} y=kx+b$$

$$\textcircled{2} y=ax^2+bx+c$$

$$\textcircled{3} y=k/x$$

$$\textcircled{4} y=a^x$$

$$\textcircled{5} y=\log_a x$$

$$\textcircled{6} y=\sin x$$

$$\textcircled{7} y=\cos x$$

$$\textcircled{8} y=\tan x$$

$$\textcircled{9} y=x^3$$

$$\textcircled{10} y=x+a/x(a>0)$$

注：分段函数段段清 **务必掌握**

1、定义域

2、图象

3、值域

1、 $y=-x^2+4x+1$ 求满足下列条件的值域

① $x \in \mathbb{R}$

② $x \in [0, 3]$

③ $x \in [-1, 1]$

一、直接法：常见函数及给定函数定义域求值域最佳方法：

数形结合

综合1

已知函数

$f(x) = x^2 - 4ax + 2a + 6 (x \in \mathbb{R})$. (1) 若函数的值域为 $[0, +\infty)$, 求 a 的值; (2) 若函数的值均为非负值, 求函数 $g(a) = 2 - a|a+3|$ 的值域。

综合2

$y = -\frac{1}{2}x^2 + x$ 在 $[m, n]$ 的值域
为 $[2m, 2n]$, 求 $m, n = ?$

求 $y = \frac{x}{x+1}$ 的值域

适用于一
次分式

二、反函数法：适用于便于解出 x (用 y 表示)

化代分式回归基础 $\xrightarrow{\text{分母除以分子}}$ $y = 1 - \frac{1}{x+1}$

图象法： $y = -\frac{1}{x} \xrightarrow{\text{如何平移}}$ $y = 1 - \frac{1}{x+1}$

界线法： $x \neq -1, y \neq 1$

综合（2004江苏）

设函数 $f(x) = -\frac{x}{1+|x|}$ ($x \in R$)，区间

$M=[a, b]$ ($a < b$)，集合 $N=\{y \mid y = f(x), x \in M\}$

则使 $M=N$ 成立的实数对 (a, b) 有 ()

(A) 0个 (B) 1个 (C) 2个 (D) 无数多个

练习：求下列函数的值域

$$1、y = \frac{2^x + 1}{1 - 2^x}$$

$$2、y = \frac{\sin x + 1}{1 - \sin x}$$

$$3、y = \frac{1}{x^2 - 4}$$

$y = x + \frac{4}{x}$, 求满足下列条件的函数定义域

① $x \neq 0$

三、 Δ 法(适用于二次分式)

其它: 图象法

重要不等式

分类讨论

单调性

② $x \in (0, +\infty)$ ③ $x \in [1, 5]$

引申: $y = \frac{x^2 + 3}{\sqrt{x^2 + 2}}$

练习

求函数的值域：

$$y = \frac{2x}{x^2 + x + 1}$$

综合：

已知函数 $f(x) = \log_3 \frac{mx^2 + 8x + n}{x^2 + 1}$

的定义域为R，值域为
[0,2]，求m、n的值。

求下列函数的值域

$$y = -x + \cos x \quad x \in [0, \pi]$$

$$y = x + \sqrt{x^2 - 1}$$

四、单调法

五换元法

求 $y = 2x + \sqrt{1 - 2x}$ 的函数值域

练习：求下列函数的值域

$$y = x - \sqrt{x - 2}$$

$$y = x + \sqrt{1 - x^2}$$

$$y = 1 + \sin x \cos x + \sin x + \cos x$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/038041100131007002>