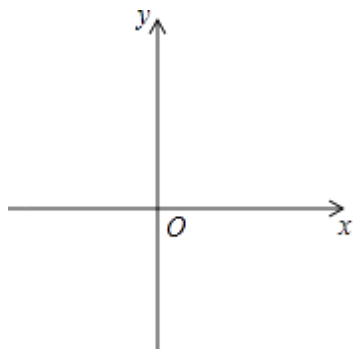


【专题】反比例函数综合中等题（30 题）

1. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 A（-2，3）.



（1）求这个函数的解析式；判断点 B（1，-6）是否在这个反比例函数的图象上，并说明理由.

（2）在平面直角坐标系中画出图象.

【答案】（1）解：∵反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 A（-2，3），

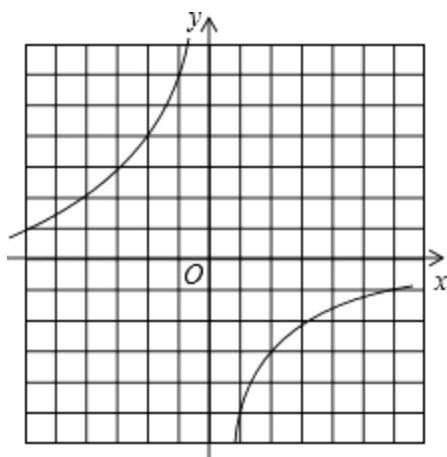
$$\therefore k = -2 \times 3 = -6,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y = -\frac{6}{x},$$

$$\therefore 1 \times (-6) = -6,$$

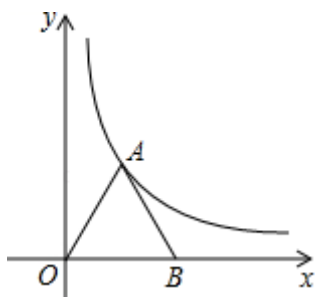
$$\therefore \text{点 } (1, -6) \text{ 在反比例函数 } y = -\frac{6}{x} \text{ 的图象上}$$

（2）解：图象为：



【解析】【分析】（1）将已知点的坐标代入反比例函数的一般形式求得比例系数的值即可求得其解析式，满足解析式的点在其图象上，否则不在；（2）利用描点法作出反比例函数的图象即可；

2. 如图，在直角坐标系中，已知点 B（8，0），等边三角形 OAB 的顶点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$



的图象上.

(1) 求反比例函数的表达式;

(2) 把 $\triangle OAB$ 向右平移 a 个单位长度, 对应得到 $\triangle O'A'B'$, 当这个函数图象经过 $\triangle O'A'B'$ 一边的中点时, 求 a 的值.

【答案】(1) 解: 如图 1, 过点 A 作 $AC \perp OB$ 于点 C ,

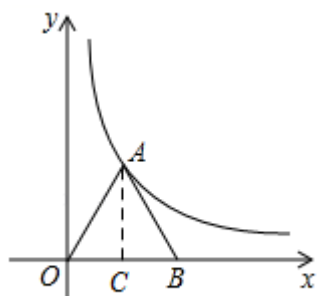


图1

$\because \triangle OAB$ 是等边三角形,

$\therefore \angle AOB = 60^\circ$, $OC = \frac{1}{2} OB$,

$\because B(8, 0)$,

$\therefore OB = OA = 8$,

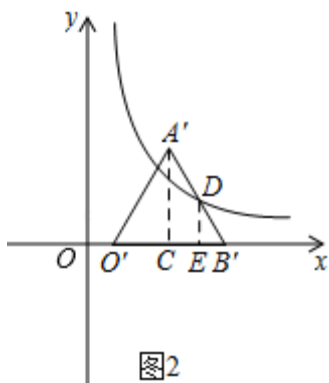
$\therefore OC = 4$, $AC = 4\sqrt{3}$.

把点 $A(4, 4\sqrt{3})$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得 $k = 16\sqrt{3}$.

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y = \frac{16\sqrt{3}}{x}$;

(2) 解: 分两种情况讨论:

①如图 2, 点 D 是 $A'B'$ 的中点, 过点 D 作 $DE \perp x$ 轴于点 E .



由题意得 $A'B'=8$ ， $\angle A'B'E=60^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle DEB'$ 中， $B'D=4$ ， $DE=2\sqrt{3}$ ， $B'E=2$ 。

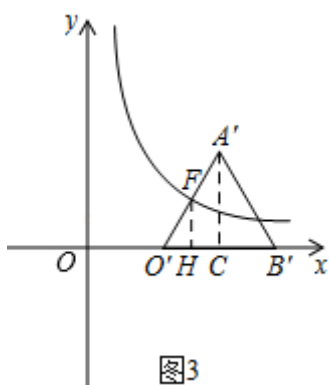
$\therefore OE=6$ ，

把 $y=2\sqrt{3}$ 代入 $y=\frac{16\sqrt{3}}{x}$ ，得 $x=8$ ，

$\therefore OE=8$ ，

$\therefore a=OO'=8-6=2$ ；

②如图 3，点 F 是 $A'O'$ 的中点，过点 F 作 $FH\perp x$ 轴于点 H。



由题意得 $A'O'=8$ ， $\angle A'O'B'=60^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle FO'H$ 中， $FH=2\sqrt{3}$ ， $O'H=2$ 。

把 $y=2\sqrt{3}$ 代入 $y=\frac{16\sqrt{3}}{x}$ ，得 $x=8$ ，

$\therefore OH=8$ ，

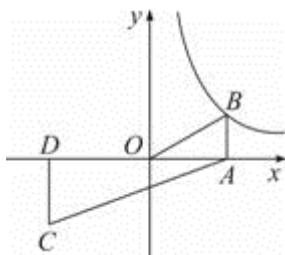
$\therefore a=OO'=8-2=6$ ，

综上所述， a 的值为 2 或 6。

【解析】【分析】(1) 过点 A 作 $AC\perp OB$ 于点 C，根据等边三角形的性质得出点 A 坐标，用待定系数法求得反比例函数的解析式即可；(2) 分两种情况讨论：①反比例函数图象过 AB 的中点；②反比

例函数图象过 AO 的中点.分别过中点作 x 轴的垂线,再根据 30°角所对的直角边是斜边的一半得出中点的纵坐标,代入反比例函数的解析式得出中点坐标,再根据平移的法则得出 a 的值即可.

3. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 B(3, 2), 点 B 与点 C 关于原点 O 对称, $BA \perp x$ 轴于点 A, $CD \perp x$ 轴于点 D



(1) 求这个反比例函数的表达式;

(2) 求 $\triangle ACD$ 的面积.

【答案】(1) 解: 将 B 点坐标代入 $y = \frac{k}{x}$ 中, 得 $\frac{k}{3} = 2$, 解得 $k = 6$,

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y = \frac{6}{x}$.

(2) 解: $\because$ 点 B 与点 C 关于原点 O 对称,

$\therefore$ C 点坐标为 $(-3, -2)$.

$\because BA \perp x$ 轴, $CD \perp x$ 轴,

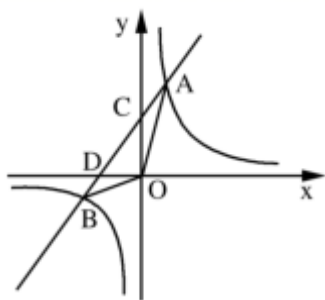
$\therefore$ A 点坐标为 $(3, 0)$, D 点坐标为 $(-3, 0)$.

$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AD \cdot CD = \frac{1}{2} \times [3 - (-3)] \times |-2| = 6$

【解析】【分析】(1) 根据待定系数法可求解析式;

(2) 根据三角形的面积公式, 即可得出答案。

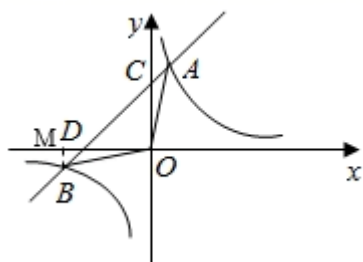
4. 如图, 一次函数的图象与反比例函数的图象相交于 A, B 两点, 与 y 轴的正半轴相交于点 C, 与 x 轴的负半轴交于点 D, $OB = \sqrt{5}$, $\tan \angle DOB = \frac{1}{2}$.



(1) 求反比例的表达式;

(2) 若点 A 的横坐标为 $\frac{2}{3}$ ，求 $\triangle AOC$ 的面积.

【答案】(1) 过 B 作 $BM \perp x$ 轴于点 M



由 $\tan \angle DOB = \frac{BM}{MO} = \frac{1}{2}$ ，即 $BM = \frac{1}{2}MO$

设 $BM = x$ ，则 $MO = 2x$

$$\therefore (2x)^2 + x^2 = (\sqrt{5})^2$$

$$\therefore x = 1$$

$$\therefore BM = 1, \quad MO = 2$$

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(-2, -1)$

设反比例函数表达式为 $y = \frac{k}{x}$

$$\therefore k = (-2) \times (-1) = 2$$

$\therefore$ 反比例函数表达式为 $y = \frac{2}{x}$

(2) 当 $x = \frac{2}{3}$ 时， $y = 3$ ，

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(\frac{2}{3}, 3)$

设直线 AB 的函数表达式为 $y = mx + n$ ，则

$$\begin{cases} -2m + n = -1 \\ \frac{2}{3}m + n = 3 \end{cases} \text{ 解这个方程组，得 } \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = 2 \end{cases}$$

$$\therefore y = \frac{3}{2}x + 2$$

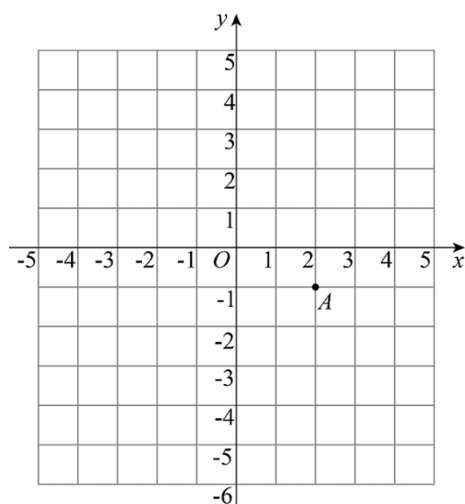
当 $x = 0$ 时， $y = 2$

$$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}.$$

【解析】【分析】(1) 先求出 $BM = \frac{1}{2}MO$ ，再求出点 B 的坐标为 $(-2, -1)$ ，最后利用待定系数法计算求解即可；

(2) 先求出点 A 的坐标为 $(\frac{2}{3}, 3)$ ，再利用待定系数法求出函数解析式，最后利用三角形面积公式计算求解即可。

5. 一次函数 $y_1 = k_1x + b (k_1 \neq 0)$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x} (k_2 \neq 0)$ 的图象相交于点 $A(2, -1)$, $B(1, n)$ 两点.



(1) 分别求出一一次函数和反比例函数的解析式，并在给出的平面直角坐标系中，画出一一次函数和反比例函数的图象；

(2) 连接 AO 并延长交双曲线于点 C ，连接 BC ，求 $\triangle ABC$ 的面积，并直接写出 $y_1 > y_2$ 时， x 的取值范围.

【答案】(1) 解：把 $A(2, -1)$ 代入 $y_2 = \frac{k_2}{x} (k_2 \neq 0)$ ，得

$$\frac{k_2}{2} = -1,$$

解得： $k_2 = -2$

$$\therefore y_2 = -\frac{2}{x},$$

把 $B(1, n)$ 代入 $y_2 = -\frac{2}{x}$ ，得

$$n = -2$$

$$\therefore B(1, -2)$$

分别把 $A(2, -1)$, $B(1, -2)$ 代入 $y_1 = k_1x + b (k_1 \neq 0)$ ，得

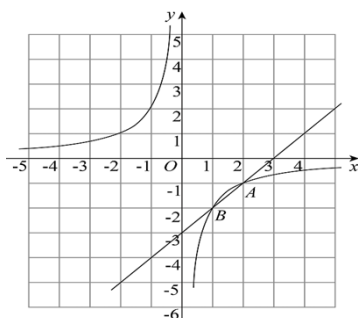
$$\begin{cases} 2k_1 + b = -1 \\ k_1 + b = -2 \end{cases},$$

解得： $\begin{cases} k_1 = 1 \\ b = -3 \end{cases}$,

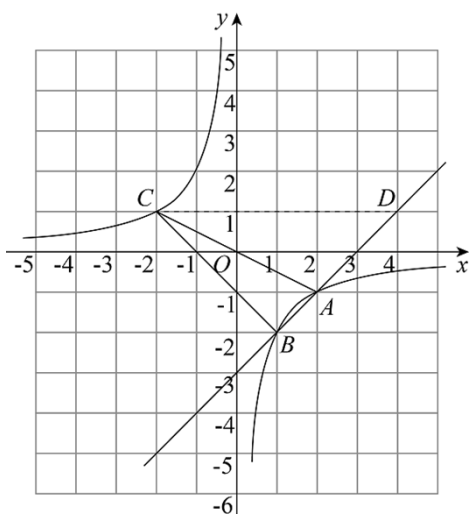
$$\therefore y_1 = x - 3$$

一次函数 $y_1 = x - 3$ 和反比例函数 $y_2 = -\frac{2}{x}$ 的图象如图所示：

x	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4
y_1	-7	-6	-5	-4	-2	-1	0	1
y_2	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1	2	-2	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$



(2) 解：由题意作图如上，过点 C 作 $CD \parallel x$ 轴，交直线 $y_1 = x - 3$ 于点 D. 那么点 C 与点 A 关于原点对称. 所以点 C (-2, 1)，



设点 D (d, 1)，代入 $y_1 = x - 3$ ，得 $d - 3 = 1$

解得： $d = 4$

$$\therefore D(4, 1)$$

$$\therefore CD = 4 - (-2) = 6$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCD} - S_{\triangle ACD}$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 3 - \frac{1}{2} \times 6 \times 2$$

$$= 3$$

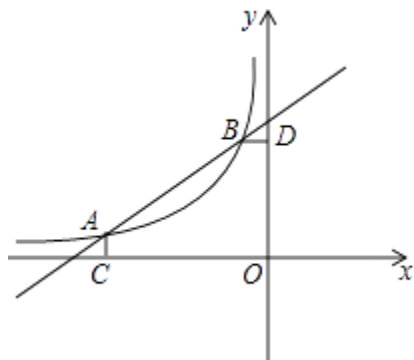
∴ $\triangle ABC$ 的面积为 3

由图象知, $y_1 > y_2$ 时, $x < 1$ 或 $x > 2$.

【解析】【分析】(1) 将 $A(2, -1)$ 代入 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 中求出 k_2 , 进而可得反比例函数的解析式, 将 $B(1, n)$ 代入可得 n 的值, 进而可得点 B 的坐标; 将 A 、 B 的坐标代入 $y_1 = k_1x + b$ 中求出 k_1 、 b , 得到一次函数的解析式, 然后利用列表、描点、连线即可画出函数的图象;

(2) 过点 C 作 $CD \parallel x$ 轴, 交直线 $y_1 = x - 3$ 于点 D , 则点 C 与点 A 关于原点对称, $C(-2, 1)$, 设 $D(d, 1)$, 代入 $y_1 = x - 3$ 中求出 d , 得到点 D 的坐标, 求出 CD , 然后根据 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCD} - S_{\triangle ACD}$ 求出 $S_{\triangle ABC}$, 根据图像, 找出一函数图象在反比例函数图象上方部分所对应的 x 的范围即可.

6. 如图, 已知 $A(-4, 0.5)$, $B(-1, 2)$ 是一次函数 $y = ax + b$ 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m < 0$) 图象的两个交点, $AC \perp x$ 轴于 C , $BD \perp y$ 轴于 D .



(1) 根据图象直接回答: 在第二象限内, 当 x 取何值时, 一次函数大于反比例函数的值?

(2) 求一次函数解析式及 m 的值;

(3) P 是线段 AB 上的一点, 连接 PC , PD , 若 $\triangle PCA$ 和 $\triangle PDB$ 面积相等, 求点 P 坐标.

【答案】(1) 解: 当 $-4 < x < -1$ 时, 一次函数大于反比例函数的值;

(2) 解: 把 $A(-4, 0.5)$, $B(-1, 2)$ 代入 $y = kx + b$ 得,

$$\begin{cases} -4k + b = 0.5 \\ -k + b = 2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = \frac{5}{2} \end{cases},$$

所以一次函数解析式为 $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$;

把 $B(-1, 2)$ 代入 $y = \frac{m}{x}$, 得 $m = -1 \times 2 = -2$;

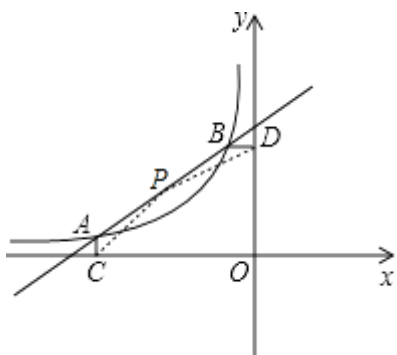
(3) 解: 连接 PC 、 PD , 如图, 设 P 点坐标为 $(t, \frac{1}{2}t + \frac{5}{2})$.

∵ $\triangle PCA$ 和 $\triangle PDB$ 面积相等,

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (t+4) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (2 - \frac{1}{2}t - \frac{5}{2}),$$

$$\text{解得 } t = -\frac{5}{2},$$

$$\therefore P \text{ 点坐标为 } (-\frac{5}{2}, \frac{5}{4}).$$



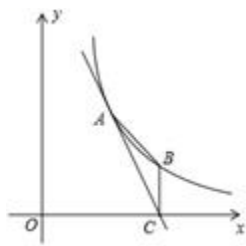
【解析】【分析】(1) 观察函数图象得到当 $-4 < x < -1$ 时，一次函数图象都在反比例函数图象上方；

(2) 先利用待定系数法求一次函数解析式，然后把 B 点坐标代入 $y = \frac{m}{x}$ 可计算出 m 的值；(3) 设

P 点坐标为 $(t, \frac{1}{2}t + \frac{5}{2})$ ，利用三角形面积公式可得到 $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (t+4) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (2 - \frac{1}{2}t - \frac{5}{2})$ ，

解方程得到 $t = -\frac{5}{2}$ ，从而可确定 P 点坐标.

7. 如图，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 过点 A (3, 4)，直线 AC 与 x 轴交于点 C (6, 0)，过点 C 作 x 轴的垂线交反比例函数图象于点 B.



(1) 求反比例函数和直线 AC 的解析式；

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积；

(3) 在平面内有点 D，使得以 A, B, C, D 四点为顶点的四边形为平行四边形，请直接写出符合条件的所有 D 点的坐标.

【答案】(1) 解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 过点 A (3, 4)， $\therefore 4 = \frac{k}{3}$ ， $\therefore k = 12$ ， $\therefore$ 反比例函数解

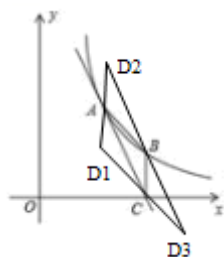
析式为： $y = \frac{12}{x}$ ； 设直线 AC 的解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$)， 把 A(3,4)、C (6,0) 代入， 得

$$\begin{cases} 3k + b = 4 \\ 6k + b = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -\frac{4}{3} \\ b = 8 \end{cases}, \therefore \text{直线 AC 的解析式为: } y = -\frac{4}{3}x + 8$$

(2) 解: $\because BC \perp x$ 轴, 且点 C 坐标为 (6, 0), $\therefore$ 点 B 的横坐标为 6, 又 $\because$ 点 B 在反比例函数图象上, $\therefore$ 点 B 坐标为 (6, 2), $\therefore BC = 2$, $\triangle ABC$ 的 BC 边上的高为 $6 - 3 = 3$, $\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

(3) 解: D_1 (3, 2) 或 D_2 (3, 6) 或 D_3 (9, -2)

【解析】【解答】(3) 如图,



①当四边形 $ABCD_1$ 为平行四边形时, 这时 $AD_1 \parallel BC$,

$\because A(3, 4)$ 、 $B(6, 2)$ 、 $C(6, 0)$,

$\therefore x_{D1} = x_A = 3$, $y_A - y_{D1} = y_B - y_C$, 即 $4 - y_{D1} = 2 - 0$,

解得 $y_{D1} = 2$,

$\therefore D_1(3, 2)$;

②当四边形 $ACBD_2$ 为平行四边形时, 这时 $AD_2 \parallel BC$,

$\therefore x_{D2} = x_A = 3$, $y_{D2} - y_A = y_B - y_C$, 即 $y_{D2} - 4 = 2 - 0$,

解得 $y_{D2} = 6$,

$\therefore D_2(3, 6)$;

③当四边形 ACD_3B 为平行四边形时, 这时 $CD_3 \parallel AB$,

$\because A(3, 4)$ 、 $B(6, 2)$ 、 $C(6, 0)$,

$\therefore x_{D3} - x_B = x_C - x_A$, 即 $x_{D3} - 6 = 6 - 3$,

解得 $x_{D3} = 9$,

$y_{D3} - y_B = y_C - y_A$, 即 $y_{D3} - 2 = 0 - 4$,

解得 $y_{D3} = -2$,

$\therefore D_3(9, -2)$;

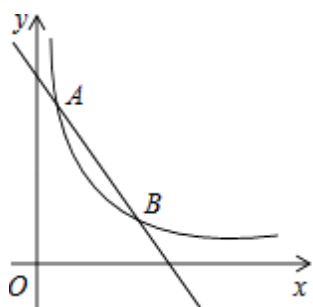
综上, 符合条件的点 D 的坐标是: $D_1(3, 2)$ 或 $D_2(3, 6)$ 或 $D_3(9, -2)$.

【分析】(1) 将 A 点的坐标代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ，求得 k 的值，然后将 A，C 坐标代入直线解析式解答即可；

(2) 把 $x=6$ 代入反比例函数解析式求得相应的 y 的值，即得点 B 的坐标，进而利用三角形面积公式解答即可；

(3) 以 A、B、C 三点为基础作平行四边形，如图，符合条件的平行四边形有三个，分别根据线段平移的坐标特点求解即可．

8. 如图，一次函数 $y=-x+4$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数，且 $k\neq 0$) 的图象交于 A (1, a)，B (3, b) 两点．



(1) 求反比例函数的表达式

(2) 在 x 轴上找一点 P，使 PA+PB 的值最小，求满足条件的点 P 的坐标

(3) 求 $\triangle PAB$ 的面积．

【答案】(1) 解：把点 A (1, a) 代入一次函数 $y=-x+4$ ，

得 $a=-1+4$ ，

解得 $a=3$ ，

$\therefore A(1, 3)$ ，

点 A (1, 3) 代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ，

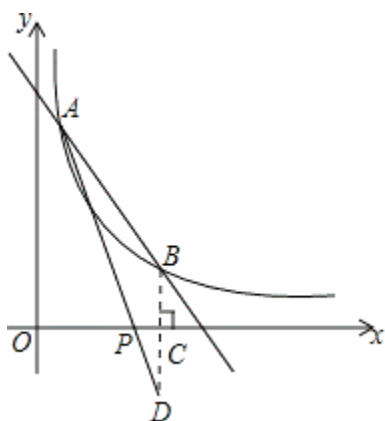
得 $k=3$ ，

$\therefore$ 反比例函数的表达式 $y=\frac{3}{x}$

(2) 解：把 B (3, b) 代入 $y=\frac{3}{x}$ 得， $b=1$

$\therefore$ 点 B 坐标 (3, 1)；

作点 B 关于 x 轴的对称点 D，交 x 轴于点 C，连接 AD，交 x 轴于点 P，此时 PA+PB 的值最小，



$\therefore D(3, -1)$,

设直线 AD 的解析式为 $y=mx+n$,

把 A, D 两点代入得, $\begin{cases} m+n=3 \\ 3m+n=-1 \end{cases}$, 解得 $m=-2$, $n=5$,

$\therefore$ 直线 AD 的解析式为 $y=-2x+5$,

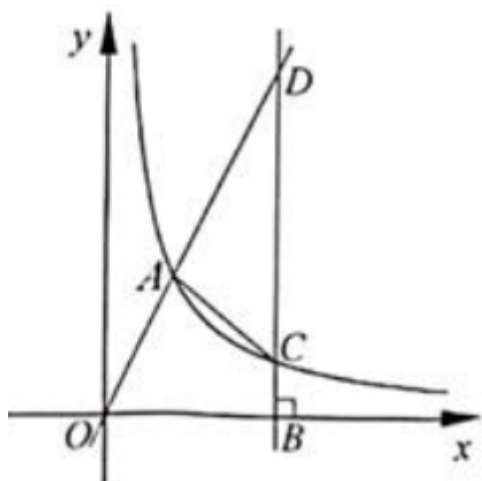
令 $y=0$, 得 $x=\frac{5}{2}$,

$\therefore$ 点 P 坐标 $(\frac{5}{2}, 0)$,

$$(3) \text{ 解: } S_{\triangle PAB} = S_{\triangle ABD} - S_{\triangle PBD} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{2} = 2 - \frac{1}{2} = 1.5$$

【解析】【分析】把点 A(1,a)代入一次函数 $y=-x+4$, 即可得出 a, 再把点 A(1, 3)代入反比例函数 $y=k/x$, 即可得出 k, 两个函数解析式联立求得点 B 坐标; 作点 B 作关于 x 轴的对称点 D, 交 x 轴于点 C, 连接 AD, 交 x 轴于点 P, 此时 PA+PB 的值最小, 设直线 AD 的解析式为 $y=mx+n$, 求出直线 AD 的解析式, 令 $y=0$, 即可得出点 P 坐标.

9. 如图, 正比例函数 $y=kx$ 的图像与反比例函数 $y=\frac{8}{x}(x>0)$ 的图像交于点 A(a, 4)。B 为 x 轴正半轴上一点, 过点 B 作 x 轴的垂线交反比例函数的图象于点 C, 交正比例函数的图象于点 D:



(1) 求 a 的值及正比例函数 $y=kx$ 的解析式；

(2) 若 $BD=10$ ，求 $\triangle ACD$ 的面积。

【答案】(1) 解：将点 A (a, 4) 在反比例函数 $y = \frac{8}{x}$

解得 $a=2$

$\therefore$ A 点坐标为 (2, 4)

$\because$ 点 A 也在正比例函数 $y=kx$ 图像上，将点 A 代入，

解得 $k=2$

$\therefore$ 正比例函数解析式为 $y=2x$

(2) 解：设 B 点坐标为 (b, 0)，则 c 点坐标为 $(b, \frac{8}{b})$ ，D 点坐标 (b, 2b)

$\because BD=10$

$\therefore 2b=10$

$\therefore b=5$

$\therefore$ B 的坐标为 (5, 0)，D 点坐标为 (5, 10)，C 点坐标为 $(5, \frac{8}{5})$

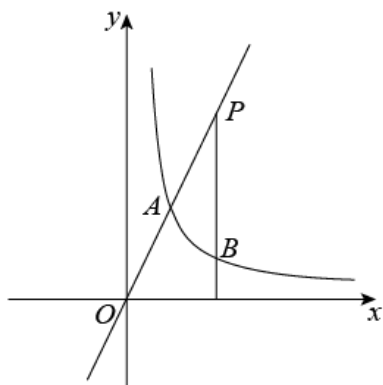
$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \times CD \times h = \frac{1}{2} \times (10 - \frac{8}{5}) \times (5-2) = \frac{63}{5} = 12.6$

$\therefore \triangle ACD$ 的面积为 12.6

【解析】【分析】(1) 把点 A (a, 4) 代入反比例函数 $y = \frac{8}{x}$ ，得出 a 的值，从而得出点 A 的坐标，再代入正比例函数的解析式，得出 k 的值，即可得出答案；

(2) 先求出点 B, D, C 的坐标，再利用三角形的面积公式列式进行计算，即可得出答案.

10. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像与正比例函数 $y = 2x$ 的图像的交点 A 在第一象限，点 A 的纵坐标比横坐标大 1



(1) 求点 A 的坐标和反比例函数的解析式

(2) 点 P 在射线 OA 上，过点 P 作 x 轴的垂线交双曲线于点 B. 如果点 B 的纵坐标为 1，求 $\triangle PAB$ 的面积

【答案】(1) 解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像与正比例函数 $y = 2x$ 的图像的交点 A 在第一象限，点 A 的纵坐标比横坐标大 1

$\therefore$ 设 $A(a, a+1)$ ，代入 $y = 2x$

$$a+1=2a$$

解得 $a=1$

$\therefore A(1, 2)$ ，代入 $y = \frac{k}{x}$ ，解得 $k=2$

$\therefore$ 反比例函数的解析式为： $y = \frac{2}{x}$

(2) 解：设 $B(m, 1)$ ， $m > 0$ ， $\because$ 点 B 的纵坐标为 1，

$$\therefore m=2$$

$$\therefore B(2, 1)$$

$\because PB \perp x$ 轴，P 在 $y = 2x (x > 0)$ 上，

则 $P(2, 4)$ ，

$$\therefore PB = 4 - 1 = 3$$

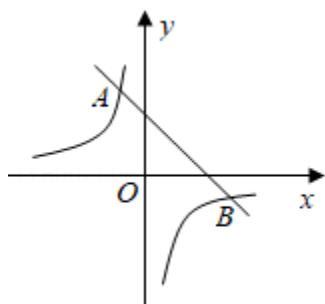
$$\therefore S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} PB \times |x_A - x_B| = \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = \frac{3}{2}$$

【解析】【分析】(1) 已知一次函数表达式和 A 点满足的条件，求出 A 的坐标，用待定系数法求出反比例函数表达式

(2) 根据 B 点的纵坐标求出 B 点坐标和 P 点坐标，再根据三角形面积公式求出答案

11. 如图，一次函数 $y = k_1x + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象相交于 A、B 两点，其中点 A 的坐

标为 $(-1, 4)$ ，点 B 的坐标为 $(4, n)$ 。



(1) 根据图象，直接写出满足 $k_1x + b > \frac{k_2}{x}$ 的 x 的取值范围；

(2) 求这两个函数的表达式；

(3) 点 P 在线段 AB 上，且 $S_{\triangle AOP} : S_{\triangle BOP} = 1 : 2$ ，求点 P 的坐标。

【答案】 (1) $x < -1$ 或 $0 < x < 4$

(2) 解：由 (1) 得，反比例函数的解析式为 $y = -\frac{4}{x}$

$\because$ 一次函数 $y = k_1x + b$ 的图象过点 A、点 B，

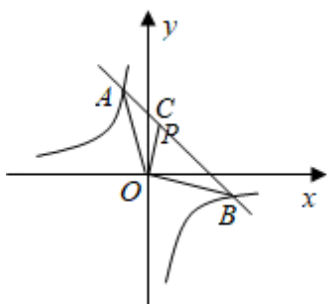
$$\therefore \begin{cases} -k_1 + b = 4 \\ 4k_1 + b = -1 \end{cases}$$

解得： $k_1 = -1$ ， $b = 3$ ，

$\therefore$ 一次函数的解析式 $y = -x + 3$

故：一次函数的解析式 $y = -x + 3$ ，反比例函数的解析式为 $y = -\frac{4}{x}$ ；

(3) 解：如图，



设直线 AB 与 y 轴的交点为 C，

$\therefore C(0, 3)$ ，

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 1 + \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{15}{2}；$$

$\because S_{\triangle AOP} : S_{\triangle BOP} = 1 : 2$ ，

$$\therefore S_{\triangle AOP} = \frac{15}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = \frac{3}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle AOC} < S_{\triangle AOP}, \quad S_{\triangle COP} = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 3 \cdot x_P = 1,$$

$$\therefore x_P = \frac{2}{3},$$

$\therefore$ 点 P 在线段 AB 上,

$$\therefore y = -\frac{2}{3} + 3 = \frac{7}{3},$$

$$\therefore P \left(\frac{2}{3}, \frac{7}{3} \right).$$

【解析】【解答】解：(1) $\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象过点 A (-1, 4), B (4, n),

$$\therefore k_2 = -1 \times 4 = -4, \quad k_2 = 4n,$$

$$\therefore n = -1,$$

$$\therefore B (4, -1),$$

$\therefore$ 点 A 的坐标为 (-1, 4), 点 B 的坐标为 (4, -1).

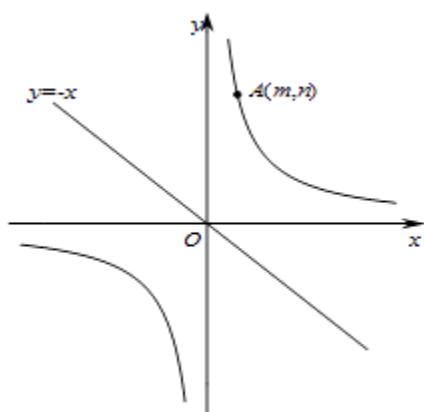
由图象可得: $k_1x + b > \frac{k_2}{x}$ 的 x 的取值范围是 $x < -1$ 或 $0 < x < 4$;

【分析】(1) 观察图象可知 $x < -1$ 或 $0 < x < 4$, 直线 $y = k_1x + b$ 的图象在反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象的上方, 据此即可求解;

(2) 将点 A (-1, 4) 代入 $y = \frac{k_2}{x}$ 中求出 k_2 , 即得反比例函数解析式, 再将 B (4, n) 代入反比例函数解析式中求出 n 值, 即得 B 坐标, 再将 A、B 坐标代入 $y = k_1x + b$ 中, 求出 k_1 、b 的值, 即得一次函数解析式;

(3) 设直线 AB 与 y 轴的交点为 C, 易求 C (0, 3), 可求出 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} = \frac{15}{2}$, 由 $S_{\triangle AOP} : S_{\triangle BOP} = 1 : 2$ 可求 $S_{\triangle AOP} = \frac{5}{2}$, 从而求出 $S_{\triangle COP} = S_{\triangle AOP} - S_{\triangle AOC} = 1 = \frac{1}{2} \times 3 \cdot x_P$, 据此即得 x_P , 将其代入直线 AB 中求出 y_P , 即得点 P 坐标.

12. 如图, 已知直线 $y = -x$ 和双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$), 点 A (m, n) 在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上. 当 $m = n = 2$ 时.



(1) 直接写出 k 的值;

(2) 将直线 $y = -x$ 作怎样的平移能使平移后的直线与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 只有一个交点.

【答案】(1) 解: 当 $m=n=2$ 时, $A(2, 2)$, 把点 $A(2, 2)$ 代入双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k>0$) 得:

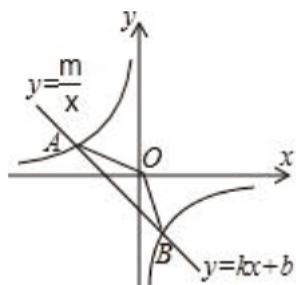
$$k=2 \times 2=4;$$

(2) 解: 设平移后的直线解析式为 $y = -x + b_1$, 由 $\begin{cases} y = -x + b_1 \\ y = \frac{4}{x} \end{cases}$ 可得, $-x + b_1 = \frac{4}{x}$, 整理可得: $x^2 - b_1x + 4 = 0$, 当 $\Delta = (-b_1)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0$, 即 $b_1 = \pm 4$ 时, 方程 $x^2 - b_1x + 4 = 0$ 有两个相等的实数根, 此时直线 $y = -x + b_1$ 与双曲线只有一个交点, $\therefore$ 只要将直线 $y = -x$ 向上或向下平移 4 个单位长度, 所得到的直线与双曲线只有一个交点

【解析】【分析】要知道, 平行的两个一次函数的比例系数 k 相同, 本题考点: 反比例函数与一次函数的交点问题; 一次函数图象与几何变换. 待定系数法求函数解析式

把点 $A(2, 2)$ 代入双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k>0$) 得: $k=2 \times 2=4$, 设平移后的直线解析式为 $y = -x + b_1$, 与 $y = -x$ 联立, 令 $\Delta=0$ 求解即可. 综合性较强, 审清题意是解题的关键.

13. 已知 $A(-4, 2)$ 、 $B(n, -4)$ 是一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象的两个交点;



(1) 求此反比例函数和一次函数的解析式;

(2) 根据图象写出使一次函数的值小于反比例函数的值的 x 的取值范围;

(3) 求 $\triangle AOB$ 的面积.

【答案】（1）解：由于点 A 在反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象上，

所以 $2=\frac{m}{-4}$ ，所以 $m=-8$ ，

即反比例函数解析式为 $y=\frac{-8}{x}$

∵ 点 B 在反比例函数图象上，所以 $n \times (-4) = -8$ ，

∴ $n=2$ ．

因为点 A、B 在一次函数 $y=kx+b$ 的图象上，

$$\therefore \begin{cases} -4k + b = 2 \\ 2k + b = -4 \end{cases}$$

∴ $k=-1$ ， $b=-2$ ，

∴ 一次函数解析式为： $y=-x-2$ ．

（2）解：由图象知，当 $-4 < x < 0$ 或 $x > 2$ 时，一次函数的值小于反比例函数的值

（3）解：设一次函数图象与 y 轴交于点 C，点 A、B 的横坐标分别用 x_A ， x_B 表示．

则 C（0，-2），所以 OC=2，

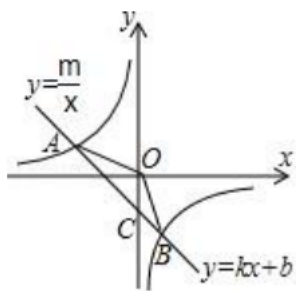
∴ $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle OBC} + S_{\triangle AOC}$

$$= \frac{1}{2}OC \times |x_B| + \frac{1}{2}OC \times |x_A|$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 4$$

=6．

答：△AOB 的面积是 6．

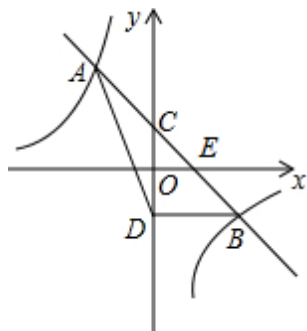


【解析】【分析】（1）把点 A 的坐标代入反比例函数的解析式 $y=\frac{m}{x}$ ，求出 m 的值，即可得出反比例函数的解析式，再求出点 B 的坐标，把点 A，B 的坐标代入一次函数的解析式 $y=kx+b$ ，求出 k，b 的值，即可得出一次函数的解析式；

（2）结合图象，得出当 $-4 < x < 0$ 或 $x > 2$ 时，一次函数的图象在反比例函数图象的下方，即可得出答案；

(3) 设一次函数图象与 y 轴交于点 C ，求出点 C 的坐标，利用 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle OBC} + S_{\triangle AOC}$ 列式进行计算，即可得出答案.

14. 如图，一次函数 $y = mx + n$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像相交于 $A(-1, 2)$ ， $B(2, b)$ 两点，与 x 轴交于点 E ，与 y 轴相交于点 C .



(1) 求一次函数与反比例函数的解析式；

(2) 若点 D 与点 C 关于 x 轴对称，求 $\triangle ABD$ 的面积；

【答案】(1) 解： $\because$ 点 $A(-1, 2)$ 在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上，

$$\therefore -1 = \frac{k}{2}, \text{ 解得, } k = -2,$$

$$\therefore \text{反比例函数解析式为: } y = -\frac{2}{x},$$

$\because B(2, b)$ 在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上，

$$\therefore b = -\frac{2}{2} = -1,$$

则点 B 的坐标为 $(2, -1)$ ，

把 $A(-1, 2)$ ， $B(2, -1)$ 代入 $y = mx + n$

$$\text{得: } \begin{cases} -1 = 2m + n \\ 2 = -m + n \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} m = -1 \\ n = 1 \end{cases};$$

$\therefore$ 一次函数解析式为: $y = -x + 1$

(2) 解：对于 $y = -x + 1$ ，当 $x = 0$ 时， $y = 1$ ，

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, 1)$ ，

$\because$ 点 D 与点 C 关于 x 轴对称，

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(0, -1)$ ，

$\because$ 点 B 、 D 的纵坐标相同

$\therefore BD \perp y$ 轴，且 $BD = 2$

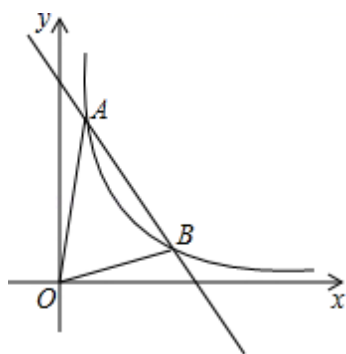
$\therefore$ 点 A 到 BD 的距离为 $2+1=3$

$\therefore \triangle ABD$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$;

【解析】【分析】(1) 将点 A 的坐标代入 $y = \frac{k}{x}$ 求出 k 的值, 再将点 B 代入反比例解析式求出 b 的值, 最后将点 A、B 的坐标代入 $y = mx + n$ 求出 m、n 的值即可;

(2) 先求出点 C 的坐标, 再利用关于 x 轴对称的点坐标的特征求出点 D 的坐标, 最后利用三角形的面积公式求解即可。

15. 如图, 一次函数 $y = k_1x + b$ 与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x} (x > 0)$ 的图象交于 $A(1, 6)$, $B(3, n)$ 两点.



(1) 求反比例函数的解析式和 n 的值;

(2) 根据图象直接写出不等式 $k_1x + b < \frac{k_2}{x}$ 的 x 的取值范围;

(3) 求 $\triangle AOB$ 的面积.

【答案】(1) 解: $\because A(1, 6)$ 在 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象上,

$\therefore k_2 = 6$,

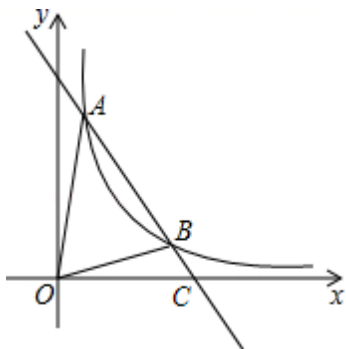
$\therefore$ 反比例函数的解析式是 $y = \frac{6}{x}$.

又 $\because B(3, n)$ 在 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象上,

$\therefore n = \frac{6}{3} = 2$;

(2) $0 < x < 1$ 或 $x > 3$

(3) 解:



$\because A(1, 6), B(3, 2)$ 在函数 $y = k_1x + b$ 的图象上,

$$\therefore \begin{cases} k_1 + b = 6 \\ 3k_1 + b = 2 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k_1 = -2 \\ b = 8 \end{cases},$$

则一次函数的解析式是 $y = -2x + 8$,

设直线 $y = -2x + 8$ 与 x 轴相交于点 C , 则 C 的坐标是 $(4, 0)$.

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} - S_{\triangle BOC}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} OC \cdot |y_A| - \frac{1}{2} OC \cdot |y_B| \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 6 - \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \end{aligned}$$

$$= 8.$$

【解析】【解答】解: (2) 由图象可知: 当 $0 < x < 1$ 或 $x > 3$ 时, $k_1x + b < \frac{k_2}{x}$;

【分析】(1) 将点 A 坐标代入 $y = \frac{k_2}{x}$ 中可得 k_2 , 据此可得反比例函数的解析式, 将 $B(3, n)$ 代入反比例函数的解析式, 就可求出 n 的值;

(2) 根据图象, 找出一函数在反比例函数图象下方部分所对应的 x 的范围即可;

(3) 首先求出直线 AB 的解析式, 求出其与 x 轴的交点 C 的坐标, 然后根据 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} - S_{\triangle BOC}$ 进行求解.

16. 如图: 直线 AB 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 点交于 A 、 B 两点, 直线 AB 与 x 、 y 坐标轴分别交于 C 、 D 两

点, 连接 OA , 若 $OA = 2\sqrt{13}$, $\tan \angle AOC = \frac{2}{3}$, $B(3, m)$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/038046046034006077>