

数 学

第一部分（选择题 共 50 分）

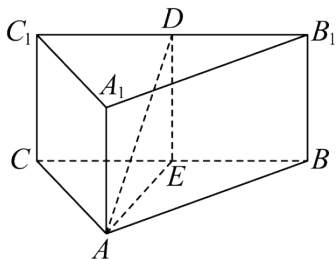
D. $-1 - \sqrt{3}i$

第 1 页/共 11 页

【解析】

【分析】取 BC 的中点 E ，连接 AE ， DE ，根据空间向量线性运算法则计算可得.

【详解】取 BC 的中点 E ，连接 AE ， DE ，



因为 E 是 BC 的中点， $\vec{AE} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$ ，

所以 $\vec{AD} = \vec{AE} + \vec{ED} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) + \vec{ED} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) + \vec{AA_1} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC} + \vec{AA_1} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$.

故选：A

3. 两条直线 $l_1: x-2y-4=0$ 与 $l_2: x-2y+1=0$ 之间的距离是 ()

- A. 5 B. 1 C. $\sqrt{5}$ D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

【答案】C

【解析】

【分析】依题意代入两平行线之间的距离公式即可得出结果.

【详解】由两平行线之间的距离公式可得 $d = \frac{|1+4|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}} = \sqrt{5}$.

故选：C

4. 设直线 l 的方向向量为 $\vec{a}$ ，两个不同的平面 α, β 的法向量分别为 $\vec{n}, \vec{m}$ ，则下列说法中错误的是 ()

- A. 若 $\vec{n} \perp \vec{m}$ ，则 $\alpha \perp \beta$ B. 若 $\vec{n} // \vec{m}$ ，则 $\alpha // \beta$
C. 若 $\vec{a} // \vec{n}$ ，则 $l \perp \alpha$ D. 若 $\vec{a} \perp \vec{n}$ ，则 $l // \alpha$

【答案】D

【解析】

【分析】利用空间向量判定空间位置关系即可.

【详解】对于 A，若两个平面的法向量互相垂直，则两个平面垂直，即 A 正确；

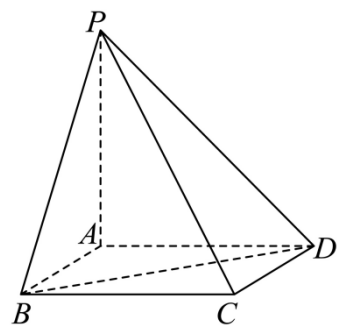
对于 B，若两个不同的平面的法向量互相平行，则两个平面互相平行，即 B 正确；

对于 C，若一直线的方向向量与一平面的法向量平行，则该直线垂直于该平面，即 C 正确；

对于 D，若一直线的方向向量与一平面的法向量垂直，则该直线平行于该平面或者在该面内，即 D 错误。

故选：D

5. 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形， $AD=2AB$ ， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，下列叙述中错误的是（ ）



A. $AB \parallel$ 平面 PCD

B. $PB \perp BC$

C. $PC \perp BD$

D. 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$

【答案】C

【解析】

【分析】用线面平行的判定定理得到选项 A 是正确的；先证 $CB \perp$ 平面 PBA ，再由线面垂直的性质定理得到 B 选项正确；计算 PC 与 BD 的数量积，得到 $\vec{PC} \cdot \vec{BD} \neq 0$ ，从而得出选项 C 错误；由面面垂直的判定定理易证选项 D 正确。

【详解】对于选项 A：在矩形 $ABCD$ 中， $Q AB \parallel CD$ ， $CD \subset$ 平面 PCD ， $AB \not\subset$ 平面 PCD ， $\therefore AB \parallel$ 平面 PCD ，故选项 A 正确；

对于选项 B： $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $BC \subset$ 平面 $ABCD$ ， $\therefore PA \perp BC$ ，

在矩形 $ABCD$ 中， $AB \perp BC$ ， $AB \cap PA = A$ ， $AB, PA \subset$ 平面 PBA ，

所以 $BC \perp$ 平面 PBA ，而 $PB \subset$ 平面 PBA ， $\therefore PB \perp BC$ ，故选项 B 正确；

对于选项 C：因为 $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，而 $BD \subset$ 平面 $ABCD$ ，所以 $PA \perp BD$ ，

所以 $\vec{PA} \cdot \vec{BD} = 0$ ，而 $\vec{PC} = \vec{PA} + \vec{AC}$ ，

$$\vec{PC} \cdot \vec{BD} = (\vec{PA} + \vec{AC}) \cdot \vec{BD} = \vec{PA} \cdot \vec{BD} + \vec{AC} \cdot \vec{BD} = \vec{AC} \cdot \vec{BD},$$

在一般矩形 $ABCD$ 中， AC 与 BD 不垂直，所以 $\vec{AC} \cdot \vec{BD} \neq 0$ ，即 $\vec{PC} \cdot \vec{BD} \neq 0$ ， PC 与 BD 不垂直，故选项 C 不正确；

对于选项 D： $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $PA \subset$ 平面 PAD ，所以平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ ，故选项 D 正确。

综述：只有选项 C 不正确。

故选：C.

6. 已知 M 为抛物线 $C: x^2 = -2py (p > 0)$ 上一点, M 到 C 的焦点 F 的距离为 6, 到 x 轴的距离为 4, 则 $p =$ ()

A. 6

B. 4

C. 2

D. 1

【答案】B

【解析】

【分析】由焦半径的性质即可得.

【详解】 $|MF| = |y| + \frac{p}{2} = 4 + \frac{p}{2} = 6$, 故 $p = 4$.

故选：B.

7. 下列双曲线中以 $y = \pm 2x$ 为渐近线的是 ()

A. $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$

B. $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$

C. $y^2 - \frac{x^2}{3} = 1$

D. $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$

【答案】A

【解析】

【分析】分别求出各个选项的渐近线, 找到满足渐近线为 $y = \pm 2x$ 的方程即可.

【详解】对于选项 A: 由 $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$, 焦点在 x 轴上, 易得 $a = 1, b = 2$, 所以渐近线为 $y = \pm \frac{b}{a}x$, 即

$y = \pm 2x$, 故选项 A 正确;

对于选项 B: 由 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$, 焦点在 x 轴上, 易得 $a = 2, b = 1$, 所以渐近线为 $y = \pm \frac{b}{a}x$, 即 $y = \pm \frac{1}{2}x$, 故选项

项 B 错误;

对于选项 C: 由 $y^2 - \frac{x^2}{3} = 1$, 焦点在 y 轴上, 易得 $a = 1, b = \sqrt{3}$, 所以渐近线为 $y = \pm \frac{a}{b}x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}x$, 即

$y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$, 故选项 C 错误;

对于选项 D: 由 $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$, 焦点在 y 轴上, 易得 $a = 1, b = 2$, 所以渐近线为 $y = \pm \frac{a}{b}x = \pm \frac{1}{2}x$, 即

$y = \pm \frac{1}{2}x$, 故选项 D 错误.

故选: A.

8. 已知点 $A(-1,0)$, $B(1,0)$. 若直线 $y=kx-2$ 上存在点 P , 使得 $\angle APB=90^\circ$, 则实数 k 的取值范围是

()

A. $(-\infty, -\sqrt{3}]$

B. $[\sqrt{3}, +\infty)$

C. $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$

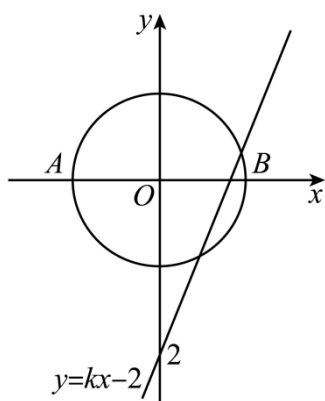
D. $(-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, +\infty)$

【答案】D

【解析】

【分析】将问题化为直线 $y=kx-2$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 有交点, 注意直线所过定点 $(0,-2)$ 与圆的位置关系, 再应用点线距离公式列不等式求 k 的范围.

【详解】由题设, 问题等价于过定点 $(0,-2)$ 的直线 $y=kx-2$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 有交点,



又 $(0,-2)$ 在圆外, 所以只需 $\frac{2}{\sqrt{1+k^2}} \leq 1$, 可得 $k \in (-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, +\infty)$.

故选: D

9. 已知双曲线 Q 与椭圆 $E: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$ 有公共焦点, 且左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 这两条曲线在第一象限的交点为 P , $\triangle PF_1F_2$ 是以 PF_1 为底边的等腰三角形, 则双曲线 Q 的标准方程为 ()

A. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$

B. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{5} = 1$

C. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$

D. $y^2 - \frac{x^2}{3} = 1$

【答案】C

【解析】

【分析】根据椭圆的和双曲线的定义结合焦点三角形的性质求解即可.

【详解】设双曲线 Q 的方程为 $Q: \frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{b_1^2} = 1$,

在椭圆 $E: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$ 中 $a^2 = 25, b^2 = 21, c^2 = a^2 - b^2 = 4$,

则 $a = 5, c = 2$, 因为 $\triangle PF_1F_2$ 是以 PF_1 为底边的等腰三角形,

所以 $|PF_2| = |F_1F_2| = 2c = 4$, 由椭圆的定义可知, $|PF_1| + |PF_2| = 2a = 10$,

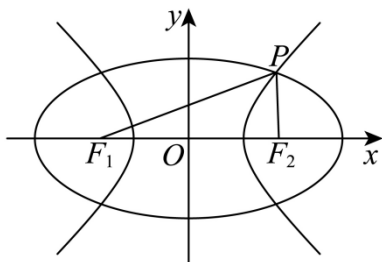
所以 $|PF_1| = 6$, 再由双曲线的定义可得 $|PF_1| - |PF_2| = 2a_1 = 6 - 4 = 2$,

所以 $a_1 = 1$, 因为双曲线 Q 与椭圆 $E: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$ 有公共焦点,

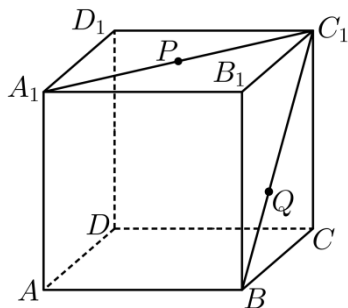
所以 $c_1 = 2, b_1 = \sqrt{c_1^2 - a_1^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$,

故双曲线 Q 的标准方程为 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$.

故选: C.



10. 如图, 在棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, P 为线段 A_1C_1 的中点, Q 为线段 BC_1 上的动点, 则下列结论正确的是 ()



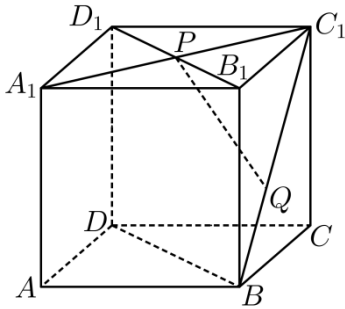
- A. 存在点 Q , 使得 $PQ \parallel BD$ B. 存在点 Q , 使得 $PQ \perp$ 平面 AB_1C_1D
- C. 三棱锥 $Q - APD$ 的体积是定值 D. 存在点 Q , 使得 PQ 与 AD 所成的角为 $\frac{\pi}{6}$

【答案】B

【解析】

【分析】A 由 $BD \parallel B_1D_1$ 、 $B_1D_1 \perp PQ = P$ 即可判断；B 若 Q 为 BC_1 中点，根据正方体、线面的性质及判定即可判断；C 只需求证 BC_1 与面 APD 是否平行；D 利用空间向量求直线夹角的范围即可判断.

【详解】A: 正方体中 $BD \parallel B_1D_1$ ，而 P 为线段 A_1C_1 的中点，即为 B_1D_1 的中点，



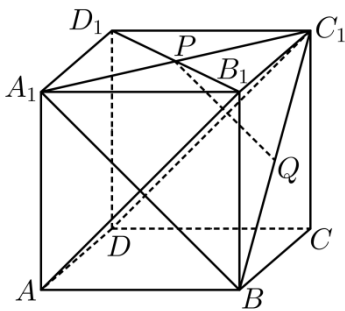
所以 $B_1D_1 \perp PQ = P$ ，故 BD, PQ 不可能平行，错；

B: 若 Q 为 BC_1 中点，则 $PQ \parallel A_1B$ ，而 $A_1B \perp AB_1$ ，故 $PQ \perp AB_1$ ，

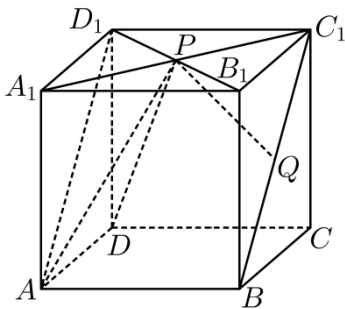
又 $AD \perp$ 面 ABB_1A_1 ， $A_1B \subset$ 面 ABB_1A_1 ，则 $A_1B \perp AD$ ，故 $PQ \perp AD$ ，

$AB_1 \cap AD = A$ ， $AB_1, AD \subset$ 面 AB_1C_1D ，则 $PQ \perp$ 面 AB_1C_1D ，

所以存在 Q 使得 $PQ \perp$ 平面 AB_1C_1D ，对；



C: 由正方体性质知: $BC_1 \parallel AD_1$ ，而 $AD_1 \perp$ 面 $APD = A$ ，故 BC_1 与面 APD 不平行，



所以 Q 在线段 BC_1 上运动时，到面 APD 的距离不一定相等，

故三棱锥 $Q-APD$ 的体积不是定值，错；

D：构建如下图所示空间直角坐标系 $D-xyz$ ，则 $A(2,0,0)$ ， $P(1,1,2)$ ， $Q(2-a,2,a)$ 且 $0 \leq a \leq 2$ ，

所以 $\vec{DA} = (2,0,0)$ ， $\vec{PQ} = (1-a,1,a-2)$ ，若它们夹角为 θ ，

$$\text{则 } \cos \theta = \left| \frac{2(1-a)}{2 \times \sqrt{(1-a)^2 + 1 + (a-2)^2}} \right| = \frac{|1-a|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2 - 3a + 3}},$$

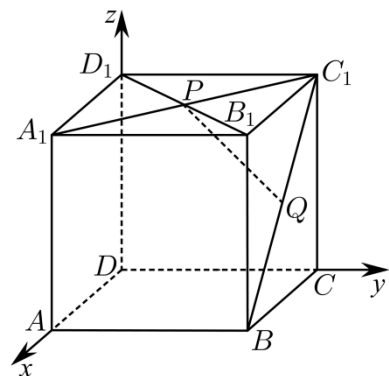
$$\text{令 } t = 1-a \in [-1,1], \text{ 则 } \cos \theta = \frac{|t|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{t^2 + t + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{t} + \frac{1}{t^2}}},$$

当 $t \in (0,1]$ ，则 $\frac{1}{t} \in [1,+\infty)$ ， $\cos \theta \in (0, \frac{\sqrt{6}}{6}]$ ；

当 $t = 0$ 则 $\cos \theta = 0$ ；

当 $t \in [-1,0)$ ，则 $\frac{1}{t} \in (-\infty, -1]$ ， $\cos \theta \in (0, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ ；

所以 $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 不在上述范围内，错。



故选：B

第二部分（非选择题 共 100 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

11. 若直线 $2x + (1-a)y + a = 0$ 与直线 $ax + y + 2 = 0$ 垂直，则 a 的值为_____。

【答案】 -1

【解析】

【分析】由两直线垂直的条件求解。

【详解】结合题意：由两直线垂直可得： $2a + (1-a) \times 1 = 0$ ，解得： $a = -1$ 。

故答案为：-1。

12. 复数 $(2-i)^2$ 的实部为_____.

【答案】 3

【解析】

【分析】 利用复数的乘法化简复数 $(2-i)^2$ ，由此可得出复数 $(2-i)^2$ 的实部.

【详解】 $\mathbf{Q}(2-i)^2 = 4 - 4i + i^2 = 3 - 4i$ ，因此，复数 $(2-i)^2$ 的实部为 3.

故答案为： 3.

13. 已知圆 $C_1: x^2 + (y-1)^2 = 1$, $C_2: (x-\sqrt{3})^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$. 则圆 C_1 的圆心坐标为____; 若圆 C_1 与圆 C_2 内切, 则 $r =$ ____.

【答案】 ①. $(0,1)$ ②. 3

【解析】

【分析】 第一空：由圆标准方程即可得出圆心坐标.第二空：由几何关系表示出内切即可.

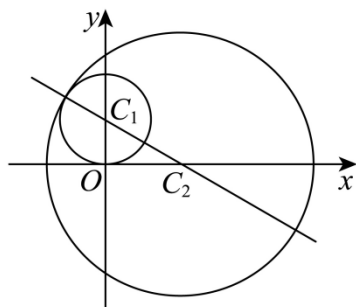
【详解】 $x^2 + (y-1)^2 = 1 \Rightarrow$ 圆心为 $(0,1)$ ，半径 $r_1 = 1$;

$(x-\sqrt{3})^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow$ 圆心为 $(\sqrt{3},0)$ ，半径 r ;

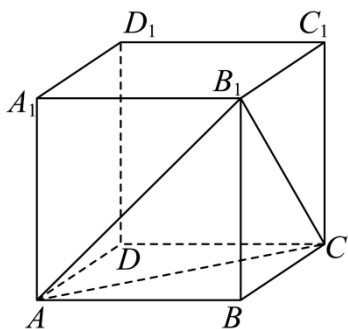
设两圆的圆心距为 d ，则 $d = \sqrt{(0-\sqrt{3})^2 + (1-0)^2} = 2$

由几何关系知两圆内切 $\Rightarrow r = d + r_1 = 2 + 1 = 3$.

故答案为： $(0,1)$; 3.



14. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，直线 AB_1 与直线 D_1C_1 所成角的大小为____; 平面 $ABCD$ 与平面 ACB_1 夹角的余弦值为____.



【答案】 ①. 45° ②. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【解析】

【分析】根据线线角、面面角等知识求得正确答案.

【详解】由于 $AB \parallel D_1C_1$ ，所以 $\angle B_1AB$ 是异面直线 AB_1 与直线 D_1C_1 所成角或其补角，

而四边形 ABB_1A_1 是正方形，所以 $\angle B_1AB = 45^\circ$.

连接 BD 交 AC 于 O ，则 $AC \perp BD$ ，连接 OB_1 ，

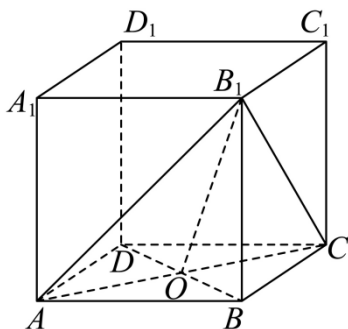
由于 $AB_1 = B_1C$ ， O 是 AC 的中点，所以 $OB_1 \perp AC$ ，

所以 $\angle B_1OB$ 是平面 $ABCD$ 与平面 ACB_1 夹角，

设正方体的边长为 2，则 $BB_1 = 2, OB = \sqrt{2}, OB_1 = \sqrt{2^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}$ ，

所以在直角三角形 OB_1B 中， $\cos \angle B_1OB = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

故答案为： 45° ； $\frac{\sqrt{3}}{3}$



15. 已知直线 $l_1: 3x - y + 1 = 0$, $l_2: x + y - 5 = 0$, $l_3: x - ay - 3 = 0$ ，则 l_1 与 l_2 的交点坐标为_____；若

直线 l_1, l_2, l_3 不能围成三角形，写出一个符合要求的实数 a 的值_____.

【答案】 ①. (1,4) ②. 答案不唯一（只需写出 $-1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ 中的一个即可）

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/038066032135006117>